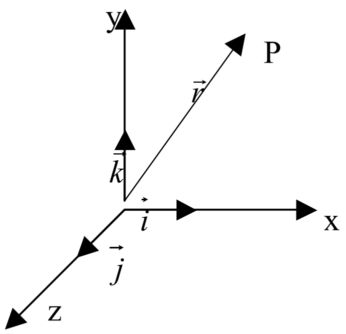
1 Kinematika hmotného bodu

- ***kinematika*** sa zaoberá určením polôh bodov a ich zmien v čase (kinematika pohyb telesa opisuje, nezaoberá sa príčinami pohybu)
- pri teoretickom štúdiu ***mechanického pohybu*** (proces, pri ktorom sa mení poloha jedného telesa vzhľadom na iné teleso) sa zavádza pojem ***hmotný bod***
  - ***hmotný bod*** je teleso, pri ktorom sa hmotnosť telesa zachováva, ale jeho rozmery sa zanedbávajú
- na opis mechanického pohybu sa zavádza ***vzťažný bod*** a ***vzťažná sústava***, vzhľadom na ktorú určujeme polohu telesa a jej zmenu v závislosti od času
- pokoj alebo pohyb môžeme určovať len vzhľadom na vzťažnú sústavu – relatívnosť pokoja a pohybu (relatívnosť mechanického pohybu znamená, že opis pohybu závisí od voľby vzťažnej sústavy)
- ***trajektória*** je množina (súhrn) všetkých polôh, v ktorých sa hmotný bod pri pohybe vyskytuje, dĺžka trajektórie sa nazýva ***dráha***
- ak trajektória hmotného bodu je časť priamky, koná bod ***priamočiary pohyb***, v ostatných prípadoch je to ***krivočiary pohyb***

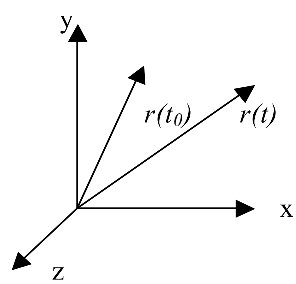
1.1 polohový vektor



- polohový vektor určuje polohu hmotného bodu vzhľadom na súradnicovú sústavu
- poloha v priestore je jednoznačne daná polohovým vektorom $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$, pre ktorý platí:
  - $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
    $\vec{r} = (x, y, z)$
- x, y, z sú súradnice vektora a $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ sú **jednotkové vektory** v smere jednotlivých osí, platí:
  - $\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$
    $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

- ***veľkosť polohového vektora:***
  - $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z}$
- ***smer polohového vektora:***
  - smer polohového vektora sa určuje pomocou uhlov α, β, γ, ktoré zviera smer polohového vektora so smermi jednotlivých súradnicových osí x, y, z
  - $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\cos\beta = \frac{y}{r}$, $\cos\gamma = \frac{z}{r}$, zároveň platí: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

1.2 rýchlosť



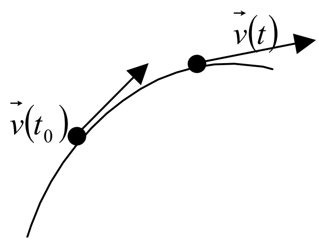
- rýchlosť pohybujúceho sa bodu sa môže v každom okamihu meniť, nemusí byť konštantná
- ***priemerná rýchlosť hmotného bodu:***
  - zmena polohového vektora bodu za čas t
  - $\overrightarrow{v_p} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, $[v] = m.s^{-1}$
- ***okamžitá rýchlosť hmotného bodu:***

- o prvá derivácia polohového vektora podľa času
- o $\vec{v_0} = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)}{t - t_0} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

- ***zložky rýchlosti:***
  - o $\vec{v_0} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right) = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$
- ***veľkosť rýchlosti:***
  - o $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dz}{dt}\right)^2}$
- ***smer rýchlosti:***
  - o keďže hodnota derivácie funkcie v bode sa rovná smernici dotyčnice ku grafu funkcie, tak rýchlosť má smer dotyčnice k trajektórii
  - o smer rýchlosti sa určuje pomocou uhlov α, β, γ, ktoré zviera smer rýchlosti so smermi jednotlivých súradnicových osí x, y, z
  - o $\cos\alpha = \dfrac{v_x}{v}$, $\cos\beta = \dfrac{v_y}{v}$, $\cos\gamma = \dfrac{v_z}{v}$, zároveň platí: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

1.3 zrýchlenie

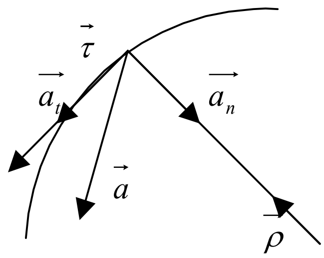
- zrýchlenie pohybujúceho sa bodu sa môže v každom okamihu meniť, nemusí byť konštantné
- charakterizuje zmenu pohybového stavu
- ***priemerné zrýchlenie hmotného bodu:***
  - o zmena vektora rýchlosti za čas *t*
  - o $\vec{a_p} = \dfrac{\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0)}{t - t_0} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, $[a] = m.s^{-2}$



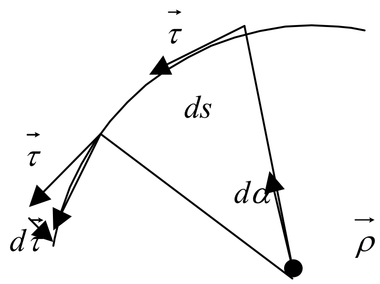
- ***okamžité zrýchlenie hmotného bodu:***
  - o prvá derivácia rýchlosti podľa času (druhá derivácia polohového vektora podľa času)
  - o $\vec{a_0} = \lim\limits_{t \to t_0} \dfrac{\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0)}{t - t_0} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$
  - o $\vec{a_0} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\vec{v} = \dfrac{d}{dt}\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\dfrac{d}{dt}\vec{r} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
- ***zložky zrýchlenia:***
  - o $\vec{a_0} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}\right) = \dfrac{dv_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dv_z}{dt}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$
- ***veľkosť zrýchlenia:***
  - o $a_0 = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\dfrac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dv_z}{dt}\right)^2}$
- ***smer zrýchlenia:***
  - o smer zrýchlenia sa určuje pomocou uhlov α, β, γ, ktoré zviera smer zrýchlenia so smermi jednotlivých súradnicových osí x, y, z
  - o $\cos\alpha = \dfrac{a_x}{v}$, $\cos\beta = \dfrac{a_y}{v}$, $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{v}$, zároveň platí: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

1.4 zrýchlenie pri krivočiarom pohybe

- zrýchlenie pri krivočiarom pohybe sa rozdeľuje ne zložku *tangenciálnu (dotyčnicovú)* a zložku *normálovú (dostredivú)*, pričom výsledné zrýchlenie je vektorovým súčtom týchto zložiek:
  - $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n}$
- pre obvodovú rýchlosť platí: $\vec{v} = v\vec{\tau}$



- $\vec{\tau}$ (má smer dotyčnice ku krivke) a $\vec{\rho}$ (má smer normály ku krivke) sú ***jednotkové vektory***, pričom platí:
  - $\vec{\tau} \perp \vec{\rho}$ a zároveň $\left|\vec{\tau}\right| = \left|\vec{\rho}\right| = 1$
- pre zrýchlenie platí:
  - $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v\vec{\tau}\right) = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{d\vec{\tau}}{dt}$
- pre $\vec{\tau}$ platí:
  - $\vec{\tau}.\vec{\tau} = 1 \Rightarrow$
  - $\frac{d\vec{\tau}}{dt}\vec{\tau} + \vec{\tau}\frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0 \Rightarrow 2.\vec{\tau}\frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{\tau} \perp \frac{d\vec{\tau}}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{\tau}}{dt} \perp \vec{\rho}$
  - $d\overleftarrow{\tau}$ je zmena vektora $\vec{\tau}$ za čas dt



- podľa obr. platí:
  - $\left|d\vec{\tau}\right| = \left|\vec{\tau}\right|.d\alpha = d\alpha$ a $d\alpha = \frac{ds}{R}$
- platí:
  - $\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \left|\frac{d\vec{\tau}}{dt}\right|.\left(-\vec{\rho}\right) = \frac{\left|d\vec{\tau}\right|}{dt}.\left(-\vec{\rho}\right) = \frac{d\alpha}{dt}\left(-\vec{\rho}\right) = \frac{ds}{dt}.\frac{1}{R}\left(-\vec{\rho}\right) = \frac{v}{R}.\left(-\vec{\rho}\right)$
- pre zrýchlenie platí:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\overleftarrow{\tau} + v\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{v}{R}\left(-\vec{\rho}\right) = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} - \frac{v^2}{R}\vec{\rho}$$

- ***tangenciálne (dotyčnicové) zrýchlenie:***
  - pôsobí v smere dotyčnice, mení veľkosť (obvodovej) rýchlosti
  - $\left|\vec{a_t}\right| = \frac{dv}{dt}$
- ***normálové (dostredivé) zrýchlenie:***
  - pôsobí v kolmom smere na smer rýchlosti, mení smer rýchlosti
  - $\left|\vec{a_n}\right| = \frac{v^2}{R}$
- ***veľkosť celkového zrýchlenia:***
  - $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

1.5 uhlová rýchlosť a uhlové zrýchlenie

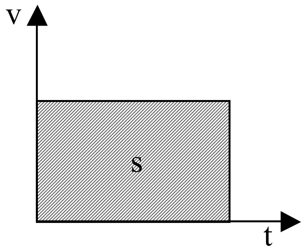
- ***uhlová rýchlosť:***
  - $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, $\left[\omega\right] = s^{-1}$
- ***uhlové zrýchlenie:***
  - $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$, $\left[\varepsilon\right] = s^{-2}$
- uhlová rýchlosť súvisí s obvodovou rýchlosťou pohybujúceho sa bodu vzťahom:

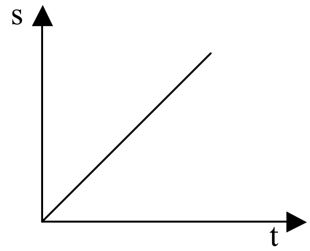
- $v = R\omega$, kde R je príslušný polomer krivosti

- pre obvodovú rýchlosť platí:
  - $v = \dfrac{ds}{dt}$
- pre a_t platí:
  - $a_t = R\varepsilon$

1.6 niektoré druhy pohybov

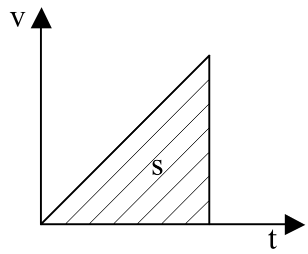
1.6.1 rovnomerný priamočiary pohyb

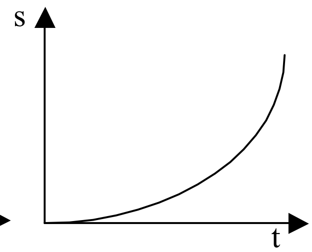




- pre rýchlosť zrýchlenie a dráhu platí:
  - $v = konšt.$
  - $a = \dfrac{dv}{dt} = 0$
  - $s = \int v.dt = vt + s_0$, kde *s₀* je dĺžka dráhy v čase *t=0*

1.6.2 rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb

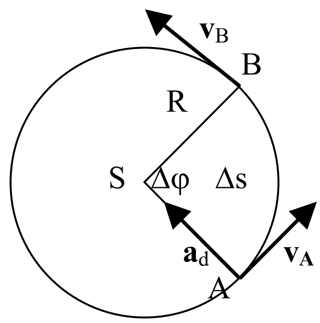




- pre zrýchlenie, rýchlosť a dráhu platí:
  - $a = konšt.$
  - $v = \int a.dt = at + v_0$, kde v_0 je začiatočná rýchlosť
  - $s = \int v.dt = \int (at + v_0)dt = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$
- ak *a<0*, tak ide o ***rovnomerne spomalený priamočiary pohyb***, v tomto prípade *a* nazývame ***spomalením*** (pri spomalenom pohybe má rýchlosť a zrýchlenie opačný smer)

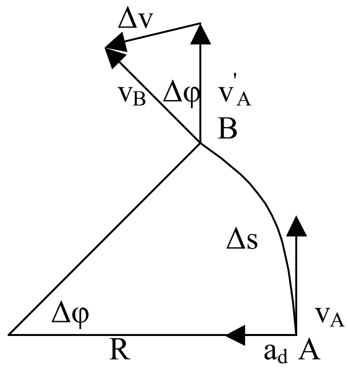
1.6.3 rovnomerný pohyb po kružnici

- pohyb, pri ktorom sa hmotný bod pohybuje po trajektórii tvaru kružnice, pričom jeho rýchlosť je konštantná
- hmotný bod koná rovnomerný pohyb po kružnici, ak za rovnaké ľubovoľne zvolené časové úseky *Δt* opíše rovnako dlhé oblúky kružnice *Δs*, ktorým prislúchajú rovnako veľké uhly *Δφ*, pričom $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta s}{R}$



- pre uhlovú a obvodovú rýchlosť, uhlové zrýchlenie a uhol platí:
  - $\omega = konšt.$
  - $v = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi R f = \omega R$
  - $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = 0$
  - $\alpha = \int \omega.dt = \omega t + \alpha_0$, kde α_0 je uhol, ktorý zviera polohový vektor pohybujúceho sa bodu vzhľadom na stred kružnice v čase *t=0* s určitým, za základ zvoleným smerom polohového vektora
- ***perióda T:***
  - čas, za ktorý bod raz obehne kružnicu
  - $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi R}{R\omega} = \dfrac{2\pi}{\omega}$

- ***frekvencia f:***
    - počet obehov za jednotku času
    - $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$
- ***iné odvodenie normálového (dostredivého) zrýchlenia:***
    - za dobu Δt hmotný bod prejde oblúk dĺžky $\Delta s = R.\Delta\varphi$, ktorému zodpovedá uhol $\Delta\varphi = \omega.\Delta t$
    - pre zmenu okamžitej rýchlosti v dôsledku zmeny jej smeru platí:
        - $\Delta v = v.\Delta\varphi = v.\omega.\Delta t = \frac{v^2}{R}.\Delta t$ a z toho
        - $a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} = v\omega = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2}R$



1.6.4 rovnomerne zrýchlený pohyb po kružnici

- pre uhlové zrýchlenie, uhlovú rýchlosť a uhol platí:
    - $\varepsilon = konšt.$
    - $\omega = \int \varepsilon.dt = \varepsilon t + \omega_0$
    - $\alpha = \int \omega.dt = \int (\varepsilon t + \omega_0)dt = \frac{1}{2}\varepsilon t^2 + \omega_0 t + \alpha_0$

1 Dynamika hmotného bodu

- ***dynamika*** sa zaoberá príčinami pohybu, využíva princíp príčinnosti (kauzality)
- telesa na seba navzájom pôsobia – ***interakcia***; veľkosť vzájomného silového pôsobenia telies a polí sa opisuje pomocou veličiny ***sila***
- výsledkom vzájomného silového pôsobenia telies môže byť ***deformácia*** týchto telies alebo ***zmena*** ich ***pohybového stavu***
- teleso, ktoré je od všetkých ostatných telies v dostatočnej vzdialenosti a nepôsobí naň žiadne pole, nazýva sa ***izolované teleso*** (ak neprihliadame na rozmery telesa, hovoríme a ***izolovanom hmotnom bode***)

1.1 vzťažné sústavy

1.1.1 inerciálne vzťažné sústavy

- vzťažné sústavy, v ktorých izolované hmotné body zostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe (izolované hmotné body majú vlastnosť zotrvávať v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe)
- zmenu pohybového stavu hmotných bodov môže v nich spôsobiť len ich vzájomné pôsobenie s inými objektmi

1.1.2 neinerciálne vzťažné sústavy

- vzťažné sústavy, v ktorých zmena pohybového stavu hmotného bodu môže nastať bez vzájomného pôsobenia s inými objektmi (vzťažné sústavy, ktoré sa vzhľadom na niektorú inerciálnu vzťažnú sústavu pohybujú so zrýchlením)
- izolované hmotné body v nich nezostávajú v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe
- v neinerciálnej vzťažnej sústave neplatia Newtonove zákony

1.2 Newtonove pohybové zákony

1.2.1 zákon zotrvačnosti

- teleso, ktoré je v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe zotrváva vo svojom pohybovom stave, kým nie je prinútené vplyvom nejakých interakcií (síl) svoj pohybový stav zmeniť
- zo zákona zotrvačnosti vyplýva:
    - existujú inerciálne vzťažné sústavy
    - zotrvačnosť je základnou vlastnosťou každého izolovaného hmotného bodu
    - na zmenu pohybového stavu sú potrebné vonkajšie sily

1.2.2 zákon sily

- sila pôsobiaca na hmotný bod sa rovná časovej zmene hybnosti hmotného bodu, ktorú vyvolala
    - $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$
- ak hmotnosť telesa je konštantná (v klasickej fyzike) platí:
    - $\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$, $\left[F\right] = kg.m.s^{-2} = N$
    - aby mal hmotný bod s hmotnosťou m zrýchlenie a, musia naň okolité objekty pôsobiť výslednou silou $\vec{F} = m.\vec{a}$
    - jednotkou sily je *Newton* (Newton je sila, ktorá telesu s hmotnosťou *1kg* udeľuje zrýchlenie $1\ m.s^{-2}$

- ak na hmotný bod pôsobí viac síl $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \ldots, \vec{F_n}$, ich účinok na hmotný bod je taký istý, akoby na hmotný bod pôsobila jediná sila (výslednica) $\vec{F}$ daná súčtom pôsobiacich síl ako vektorov
  - $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}$
  - ak $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = 0$, hmotný bod je v rovnováhe

1.2.3 zákon akcie a reakcie

- dva hmotné body na seba navzájom pôsobia rovnako veľkými silami opačného smeru
  - pôsobia na rôzne telesá, teda sa navzájom nerušia
  - sú rovnako veľké, ale opačného smeru
  - súčasne vznikajú a súčasne zanikajú

1.3 hybnosť hmotného bodu

- pohybový stav hmotného bodu, konajúceho mechanický pohyb, sa hodnotí hybnosťou, ktorá je definovaná:
  - $\vec{p} = m.\vec{v}$, $[p] = kg.m.s^{-1}$
- hybnosť sústavy hmotných bodov sa definuje ako vektorový súčet hybnosti jednotlivých bodov
  - $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$
- smer hybnosti je určený smerom okamžitej rýchlosti
- ***zákon zachovania hybnosti:***
  - súčet hybností všetkých telies izolovanej sústavy je stály
    - $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_n} = konšt.$

1.4 pohybové rovnice

- platí:
  - $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$
  - $F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} = m\dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + m\dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + m\dfrac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$
  - $F_x = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$, $F_y = m\dfrac{d^2y}{dt^2}$, $F_z = m\dfrac{d^2z}{dt^2}$

1.4.1 súčet všetkých síl sa rovná 0

- pri riešení zavádzame substitúciu: $\dfrac{dx}{dt} = \dot{x} = v_x$
- ***I. integrál (rýchlosť):***
  - $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = m\dfrac{d\dot{x}}{dt^2} = m\dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v = v_x = v_{x0} = konšt.$
- ***II. integrál (dráha):***
  - $\dfrac{dx}{dt} = v_{x0} \Rightarrow dx = v_{x0}.dt \Rightarrow \int dx = \int v_{x0}.dt \Rightarrow x = v_{x0}.t + konšt.$
  - integračnú konštantu určíme zo začiatočných podmienok ($t=0$, $x=x_0$) 1 *konšt.*$=x_0$
  - pre súradnice hmotného bodu v čase platí:

- $x = v_{x0}.t + x_0$, $y = v_{y0}.t + y_0$, $z = v_{z0}.t + z_0$

- ak na teleso nepôsobia žiadne sily alebo súčet pôsobiacich síl sa rovná nule, teleso sa nachádza v pokoji ($v_{x0}=v_{y0}=v_{z0}=0$) alebo sa pohybuje rovnomerne priamočiaro vplyvom zotrvačnosti ($\vec{v} \neq 0$)

1.4.2 na teleso pôsobí konštantná sila

- súradnicovú sústavu volíme tak, aby pôsobiaca sila bola rovnobežná s osou x, potom platí:
  - $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F \wedge m\dfrac{d^2y}{dt^2} = 0 \wedge m\dfrac{d^2z}{dt^2} = 0$
- ***I. integrál (rýchlosť):***
  - $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{F}{m} \Rightarrow \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{F}{m} \Rightarrow dv_x = \dfrac{F}{m}dt \Rightarrow v_x = \dfrac{F}{m}\int dt = \dfrac{F}{m}t + konšt.$
  - začiatočné podmienky ($t=0,\ v_x=v_{x0}$) 1 $konšt.=v_{x0}$
  - pre rýchlosť platí:
    - $v_x = \dfrac{F}{m}t + v_{x0} = at + v_{x0}$
- ***II. integrál (dráha):***
  - $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{F}{m}t + v_{x0} \Rightarrow dx = \left(\dfrac{F}{m}t + v_{x0}\right).dt \Rightarrow x = \dfrac{F}{m}\dfrac{t^2}{2} + v_{x0}t + konšt.$
  - začiatočné podmienky ($t=0,\ x=x_0$) 1 $konšt.=v_{x0}$
  - pre súradnice hmotného bodu v čase platí:
    - $x = \dfrac{F}{2m}t^2 + v_{x0}t + x_0$, $y = v_{y0}.t + y_0$, $z = v_{z0}.t + z_0$
- ak na teleso pôsobí konštantná sila, teleso sa pohybuje rovnomerne zrýchlene

1.5 pohyb telesa v odporujúcom prostredí

1.5.1 Newtonova odporová sila

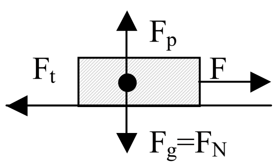
- ak sa teleso pohybuje vo vzduchu, proti pohybu pôsobí odporová sila:
  - $F = \dfrac{1}{2}CS\rho v^2$

1.5.2 Stokesov vzťah pre pohyb guľôčky v kvapaline

- proti pohybu pôsobí odporová sila:
  - $F = 6\pi\eta rv$, kde η je ***viskozita kvapaliny***

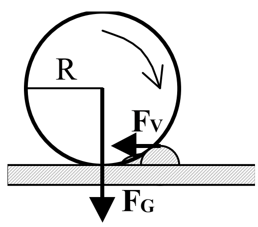
1.6 trenie

1.6.1 šmykové trenie



- pre treciu silu platí:
  - $F_t = f.F_N$, kde f je ***súčiniteľ šmykového trenia*** a F_N je ***kolmá tlaková sila***

1.6.2 valivý odpor



- platí:
  - $F_V = \xi\dfrac{F_N}{R}$, kde ξ je ***rameno valivého odporu*** (jeho veľkosť je daná kvalitou materiálu)

1.7 niektoré druhy síl

1.7.1 dostredivá sila

- smeruje do stredu kružnicovej trajektórie (je kolmá na vektor okamžitej rýchlosti)
- platí:
  - $\overrightarrow{F_d} = m\overrightarrow{a_d}$
  - $F_d = m.a_d = \dfrac{mv^2}{r} = mv\omega = m\omega^2 r = m4\pi^2 f^2 r = m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r$

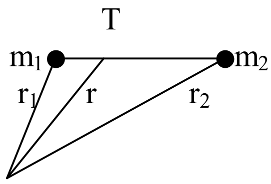
1.7.2 odstredivá sila

- smeruje von zo stredu kružnicovej trajektórie
- patrí medzi zotrvačné sily (pôsobí iba vtedy, keď sa hmotný bod pohybuje po kružnicovej trajektórii)
- platí:
  - $\overrightarrow{F_o} = -\overrightarrow{F_d} \Rightarrow \overrightarrow{F_0} = -m.\overrightarrow{a_d}$
  - $F_o = m.a_d = \dfrac{mv^2}{r} = mv\omega = m\omega^2 r = m4\pi^2 f^2 r = m\dfrac{4\pi^2}{T^2}r$

2 Mechanika tuhého telesa

- pri opise pohybu pevného telesa nemôžeme vždy zanedbať jeho rozmery tak ako pri hmotnom bode, a tak zavádzame model reálneho pevného telesa – ***tuhé teleso***
    - ***tuhé teleso*** je ideálne teleso, ktorého tvar a objem sa účinkom ľubovoľne veľkých síl nemení
- medzi časticami telesa pôsobia vnútorné sily, ktoré sa navzájom rušia, a tak nemajú vplyv na pohybový stav telesa ako celku
- zmenu pohybového stavu môžu spôsobiť len vonkajšie sily (vnútorné sily sa navzájom rušia)
- tuhé teleso môže konať:
    - ***posuvný (translačný) pohyb***
        - všetky body telesa majú v ľubovoľnom okamihu rovnakú okamžitú rýchlosť a opíšu za ten čas rovnakú trajektóriu
    - ***otáčavý (rotačný) pohyb***
        - všetky body telesa majú v ľubovoľnom okamihu rovnakú okamžitú uhlovú rýchlosť, opisujú kruhové trajektórie, ktorých stredy ležia na jednej priamke – os otáčania
    - pohyb zložený z týchto pohybov

2.1 ťažisko telesa



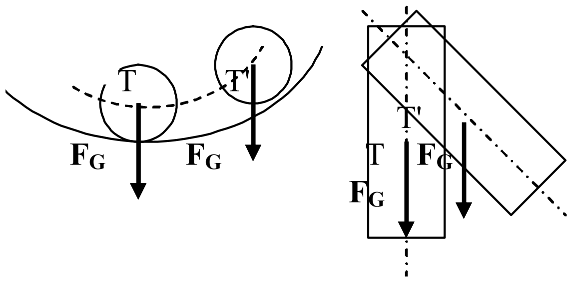
- ťažisko telesa je pôsobisko tiažovej sily, ktorá pôsobí na teleso
- ***dva hmotné body:***
    - pre polohu ťažiska platí:
        - $\overrightarrow{r_{12}^*} = \dfrac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2}}{m_1 + m_2}$
    - platí: pomer hmotnosti hmotných bodov sa rovná obrátenej hodnote pomeru vzdialenosti ťažísk hmotných bodov od výsledného ťažiska
- ***tri hmotné body:***
    - pre polohu ťažiska platí:
        - $\overrightarrow{r_{123}^*} = \dfrac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$
- ***N hmotných bodov:***
    - pre polohu ťažiska platí:
        - $\overrightarrow{r_{1N}^*} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r_i}}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$
- ***tuhé teleso:***
    - pre polohu ťažiska platí:
        - $\vec{r^*} = \dfrac{\int_V \vec{r}.dm}{\int_V dm} = \dfrac{1}{m}\int_V \vec{r}.dm$
    - pre súradnice ťažiska platí:
        - $x = \dfrac{1}{m}\int_V x.dm$, $y = \dfrac{1}{m}\int_V y.dm$, $z = \dfrac{1}{m}\int_V z.dm$
    - hmotnostný element môžeme vyjadriť $dm=\rho.dV$, hustota telesa nemusí byť konštantná

2.2 rovnovážna poloha telesa

- tuhé teleso je v rovnovážnej polohe, ak vektorové súčty všetkých síl a všetkých momentov síl, ktoré na teleso pôsobia, sú nulové vektory a teleso je v pokoji

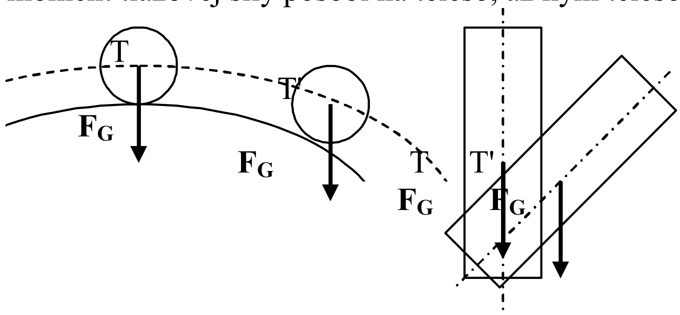
2.2.1 stála (stabilná) poloha

- teleso po vychýlení z rovnovážnej polohy sa pôsobením momentu tiažovej sily vracia späť do rovnovážnej polohy, v ktorej je ťažisko telesa najnižšie, teda teleso má najmenšiu potenciálnu energiu



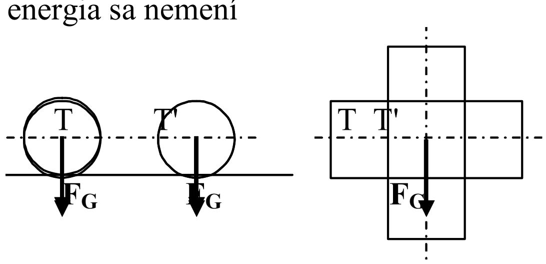
2.2.2 vratká (labilná) poloha

- po vychýlení sa teleso samovoľne nevráti do tejto polohy; ťažisko je najvyššie, teda teleso má najväčšiu potenciálnu energiu
- moment tiažovej sily pôsobí na teleso, až kým teleso nezaujme rovnovážnu polohu stálu



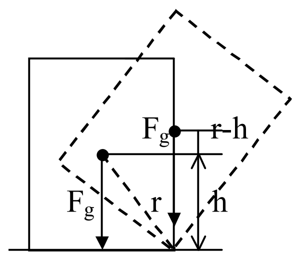
2.2.3 voľná (indiferentná) poloha

- teleso po vychýlení zostáva v rovnovážnej polohe, ťažisko zostáva v rovnakej výške, potenciálna energia sa nemení



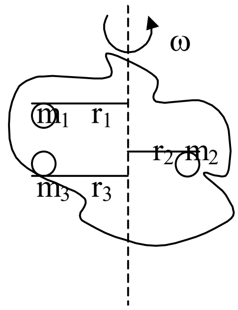
2.2.4 stabilita telesa

- stálosť rovnovážnej polohy podopreného telesa (stabilita telesa) sa meria veľkosťou práce, ktorú musíme vykonať, aby sme teleso prevrátili z rovnovážnej polohy stálej do rovnovážnej polohy vratkej
- stabilita telesa je tým väčšia, čím väčšiu prácu treba vykonať na preklopenie telesa do vratkej polohy
- ťažisko vystúpi o výšku *r-h*, kde *r* je vzdialenosť od hrany, okolo ktorej teleso preklápame
  - $W = F_g(r-h)$

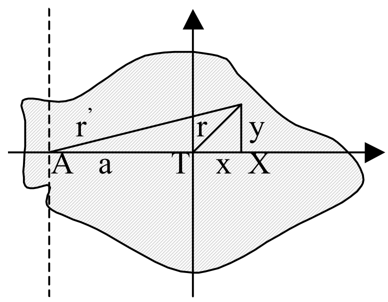


2.3 moment zotrvačnosti

- ***jeden hmotný bod:***
  - hmotný bod má pri rotácii kinetickú energiu, pre ktorú platí:
    - $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}J\omega^2$
  - pre moment zotrvačnosti platí:
    - $J = mr^2$, $[J] = kg.m^2$
- ***sústava hmotných bodov:***
  - sústava hmotných bodov má kinetickú energiu
    - $\sum_{i=1}^{n} E_{Ki} = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2 + \cdots + \frac{1}{2}m_nr_n^2\omega^2 = \frac{1}{2}\left(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \cdots + m_nr_n^2\right)\omega^2$
  - moment zotrvačnosti
    - $J = J_1 + J_2 + \cdots + J_n = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2$



- ***tuhé teleso:***
  - pre moment zotrvačnosti telesa platí:
    - ; $J = \int_V r^2.dm = \int_V \rho r^2.dV$
  - momenty zotrvačnosti niektorých telies vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom:
    - guľa: $\frac{2}{5}Mr^2$
    - valec: $\frac{1}{2}Mr^2$
    - tyč: $\frac{1}{12}Ml^2$
- ***Steinerova veta:***
  - ak moment zotrvačnosti tuhého telesa vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom je $J^* = \int_V r^2.dm$, potom moment zotrvačnosti vzhľadom na každú os, ktorá je rovnobežná s osou prechádzajúcou ťažiskom 9vzdialenosť osí je *a*) je daná vzťahom:



    - $J = \int r'^2.dm = \int \left[(a+x)^2 + y^2\right]dm = \int a^2.dm + \int \overbrace{2ax.dm}^{súr.ťažiska} + \int \overbrace{\left(x^2 + y^2\right)}^{r^2}dm \Rightarrow$
    - $J = a^2\int dm + \int r^2.dm = J^* + Ma^2$

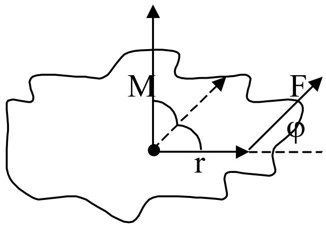
2.4 kinetická energia telesa

- ak teleso koná posuvný pohyb, má kinetickú energiu
  - $E_K = \frac{1}{2}mv^2$
- ak teleso koná rotačný pohyb, má kinetickú energiu
  - $E_K = \frac{1}{2}J\omega^2$
- ak teleso koná posuvný aj rotačný pohyb súčasne, má kinetickú energiu
  - $E_K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$

2.5 moment sily a momentová veta

2.5.1 moment sily

- charakterizuje otáčavý účinok sily na teleso vzhľadom na os otáčania
- ***platí:***
    - $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- ***veľkosť momentu sily:***
    - $\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{r}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| . \sin\alpha$, $[M] = N.m$



- ***smer momentu sily:***
    - $\vec{M} \perp \vec{r} \wedge \vec{M} \perp \vec{F}$
    - orientáciu momentu sily určujeme podľa ***pravidla pravej ruky:***
        - keď položíme pravú ruku tak, aby prsty ukazovali prechod od prvého vektora k druhému, odchýlený palec ukazuje smer momentu sily
- keď na tuhé teleso otáčavé okolo nehybnej osi súčasne viac síl, účinok týchto síl na teleso môžeme určiť z výsledného momentu síl, ktorý je daný vektorovým súčtom momentov jednotlivých síl (vzhľadom na danú os):
    - $\vec{M} = \vec{M_1} + \vec{M_2} + \cdots + \vec{M_n}$

2.5.2 momentová veta

- otáčavý účinok síl pôsobiacich na tuhé teleso otáčavé okolo nehybnej osi sa ruší, ak vektorový súčet momentov všetkých síl vzhľadom na os je nulový vektor momentu sily
    - $\vec{M_1} + \vec{M_2} + \cdots + \vec{M_n} = \vec{0}$

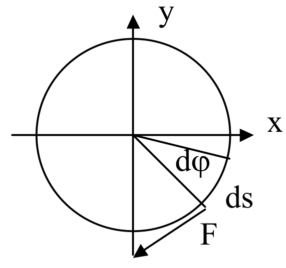
2.6 prvá veta impulzová

- máme teleso zložené z *n* hmotných bodov, vyberieme si i-tý hmotný bod, na ktorý pôsobia sily (pohybová rovnica jedného hmotného bodu):
    - $\vec{F_i} + \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}} = m_i . \vec{a_i}$
        - $\vec{F_i}$ je vonkajšia sila
        - $\sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}}$ sú vnútorné sily, ktorými pôsobia hmotné body telesa na i-tý hmotný bod
- pre sústavu hmotných bodov platí pohybová rovnica v tvare:
    - $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}} = \sum_{i=1}^{n} m_i . \vec{a_i}$
- môžeme vytvoriť dvojice rovnako veľkých síl opačného smeru, ktoré sa navzájom rušia:
    - $\vec{F_{ij}} = -\vec{F_{ji}} \Rightarrow \vec{F_{ij}} + \vec{F_{ji}} = 0$
- platí:
    - $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} + \overbrace{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}}}^{0} = \sum_{i=1}^{n} m_i . \vec{a_i} = \sum_{i=1}^{n} m_i . \frac{d\vec{v_i}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d}{dt}\left(m_i \vec{v_i}\right) = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$
    - $\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
    - je to ***prvá veta impulzová***:
        - vektorový súčet pôsobiacich vonkajších síl sa rovná časovej zmene celkovej hybnosti hmotných bodov

- ak $\vec{F} = 0$, platí ***zákon zachovania hybnosti***:
  - $\vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_n} = konšt.$

2.7 druhá veta impulzová

- máme teleso zložené z n hmotných bodov, vyberieme si i-tý hmotný bod, na ktorý pôsobia sily (pohybová rovnica jedného hmotného bodu):
  - $\vec{F_i} + \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}} = m_i.\vec{a_i}$
- ak rovnicu vynásobíme polohovým vektorom pôsobiacich síl, platí:
  - $\vec{r_i} \times \left(\vec{F_i} + \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}} \right) = \vec{r_i} \times m_i.\vec{a_i} = \vec{r_i} \times m_i \frac{d\vec{v_i}}{dt} = \vec{r_i} \times \frac{d}{dt}\left(m_i \vec{v_i} \right) =$
  - $= \frac{d}{dt}\left(\vec{r_i} \times \vec{p_i} \right) - \overbrace{\frac{d\vec{r_i}}{dt} \times \vec{p_i}}^{\vec{0}} = \frac{d}{dt}\vec{L_i}$
  - $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ je ***moment hybnosti***
- ak máme sústavu hmotných bodov, platí:
  - $\sum_{i=1}^{n} \left(\vec{r_i} \times \vec{F_i} \right) + \overbrace{\sum_{i=1}^{n} \left(\vec{r_i} \times \sum_{j=1}^{n} \vec{F_{ji}} \right)}^{0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{L_i}}{dt}$
- môžeme zostaviť dvojice rovnako veľkých momentov síl opačného smeru, ktoré sa navzájom rušia:
  - $\vec{M_{ij}} = -\vec{M_{ji}} \Rightarrow \vec{M_{ij}} + \vec{M_{ij}} = \vec{0}$
- platí:
  - $\sum_{i=1}^{n} \vec{M_i} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} \vec{L_i} \Rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
  - je to ***druhá veta impulzová***:
    - vektorový súčet momentov síl sa rovná časovej zmene momentu hybnosti
- ak $\vec{M} = 0$, platí ***zákon zachovania momentu hybnosti***:
  - $\vec{L_1} + \vec{L_2} + \cdots + \vec{L_n} = konšt.$
- pri rotácii platí zákon zachovania momentu hybnosti, ktorého veľkosť môžeme vyjadriť:
  - $L = p.r = mvr = mr^2\omega = J\omega$



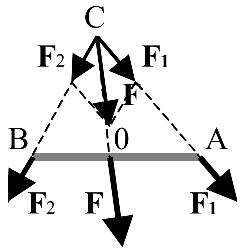
2.8 pohybová rovnica rotujúceho telesa

- ak na teleso pôsobí sila, tak pri malom posune vykoná prácu:
  - $dW = F.ds = Fr.d\varphi = M.d\varphi$
- vykonaná práca spôsobí zmenu kinetickej energie:
  - $dE = d\left(\frac{1}{2} J\omega^2 \right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} J\omega^2 \right) dt = \frac{1}{2} J \frac{d}{dt}\left(\omega^2 \right) dt = \frac{1}{2} J 2\omega \frac{d\omega}{dt} dt = J\omega\varepsilon.dt = J\varepsilon.d\varphi$
- platí:
  - $dW = dE \Rightarrow M.d\varphi = J\varepsilon.d\varphi$
- pohybová rovnica má tvar:
  - $M = J\varepsilon$

2.9 skladanie síl pôsobiacich na tuhé teleso

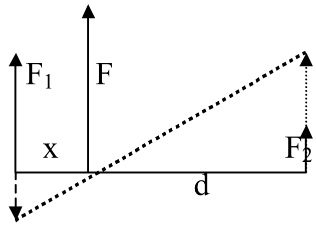
- skladať sily pôsobiace na tuhé teleso znamená určiť silu, ktorá má na dané teleso účinok ako sily, ktoré skladáme

2.9.1 rôznobežné sily

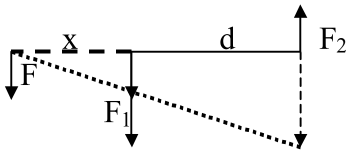


- keď pôsobia dve rôznobežné sily v bodoch A, B, posunieme ich po ich vektorových priamkach do spoločného pôsobiska v bode C. Doplnením na rovnobežník získame výslednicu, ktorú posunieme po jej vektorovej priamke na spojnicu bodov A, B

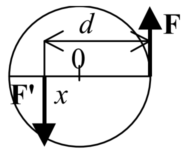
2.9.2 rovnobežné sily



- ***dve sily rovnakého smeru:***
  - pôsobisko sily leží vnútri spojnice síl F_1, F_2, výsledná sila je súčtom pôsobiacich síl
  - platí:
    - $-xF_1 + (d-x)F_2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{dF_2}{F_1 + F_2}$



- ***dve sily opačného smeru***
  - pôsobisko sily leží na predĺženej spojnici síl F_1, F_2, má smer väčšej sily, jej veľkosť sa rovná rozdielu veľkosti oboch zložiek
  - platí:
    - $(x+d)F_2 - xF_1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{dF_2}{F_1 - F_2}$



- ***dvojica síl:***
  - dve rovnako veľké rovnobežné sily opačného smeru, ktoré neležia v jednej priamke, nazývame dvojica síl. Výslednica týchto síl je nulová; účinok síl na tuhé teleso nemôžeme nahradiť účinkom jednej sily
  - veľkosť momentu dvojice síl sa vždy rovná súčinu veľkosti jednej sily F a ramena dvojice r. Ramenom nazývame kolmú vzdialenosť vektorových priamok síl dvojice.
    - $M = M_F + M_{F'} - F(d-x) + F'x = Fd$

2.10 porovnanie posuvného a otáčavého pohybu

- porovnaním fyzikálnych vzťahov medzi veličinami, ktoré charakterizujú pohyb hmotného bodu (posuvný pohyb tuhého telesa) a otáčavý pohyb tuhého telesa okolo nehybnej voľnej osi, možno dospieť k istým analógiám; pri otáčavom pohybe tuhých telies sa v príslušných vzťahoch vyskytuje namiesto dráhy uhol otočenia, namiesto rýchlosti uhlová rýchlosť, namiesto hmotnosti moment zotrvačnosti, namiesto sily moment sily

Posuvný pohyb		**Otáčavý pohyb**	
dráha	s	uhol otočenia	φ
rýchlosť	$v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$	uhlová rýchlosť	$\omega = \dfrac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
sila	F	moment sily	M
hmotnosť	m	moment zotrvačnosti	J
kinetická energia	$E_k = \dfrac{1}{2}mv^2$	kinetická energia	$E_k = \dfrac{1}{2}J\omega^2$

3 Mechanika kvapalín a plynov

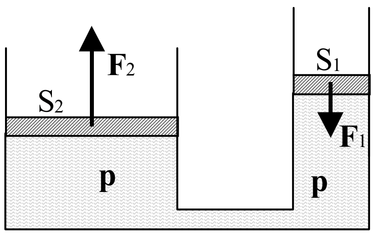
- kvapaliny a plyny sa označujú spoločným názvom ***tekutiny***, tekutiny nemajú vlastný tvar a sú ľahko deliteľné
- základné ***vlastnosti*** reálnych kvapalín:
  - sú tekuté, nadobúdajú tvar nádoby, do ktorej boli naliate. Na voľnom povrchu utvárajú voľnú hladinu, ktorá je v pokoji kolmá na tiažovú silu.
  - príčinou rozdielnej tekutosti kvapalín a odporu proti pohybu a zmene tvaru je *vnútorné trenie (viskozita)* kvapalín
  - sú veľmi málo stlačiteľné
  - v kvapalinách, ktoré sú v pokoji, pôsobia tlakové sily kolmo na ľubovoľnú rovnú plochu
  - pri kvapalinách sa vyskytujú kapilárne javy
- na opis jednotlivých dejov sa zavádza model ***ideálnej kvapaliny*** a ***ideálneho plynu***, ktorý je dokonale stlačiteľný
- ***ideálna kvapalina:***
  - spojitá (kontinuum)
  - bez vnútorného trenia (dokonale tekutá)
  - nestlačiteľná

3.1 statika tekutín

- statika sa zaoberá tekutinami v pokoji

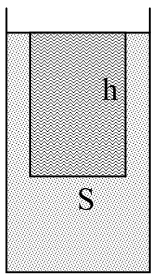
3.1.1 Pascalov zákon

- *Pascalov zákon*: Tlak v kvapaline vyvolaný vonkajšou silou je vo všetkých miestach rovnaký (pôsobí všetkými smermi)
- stav kvapaliny v pokoji v istom mieste určuje tlak, pre ktorý platí:
  - $p = \frac{F}{S}$
- jednotkou tlaku je ***pascal***, pre ktorý platí:
  - $[p] = \frac{[F]}{[S]} = N.m^{-2} = Pa$
- ***hydraulický lis:***
  - pomocou hydraulického lisu môžeme dosiahnuť niekoľkonásobné zväčšenie pôsobiacej vonkajšej sily
  - platí: $F_2 = p.S_2 = \frac{F_1}{S_1}.S_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$



3.1.2 hydrostatický tlak

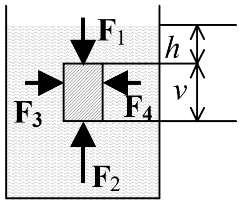
- je vyvolaný vlastnou tiažou kvapaliny, teda hydrostatický tlak má zmysel len v tiažovom poli
- platí iba pre kvapaliny
- pre tlak v hĺbke h pod povrchom nestlačiteľnej kvapaliny hustoty ρ, spôsobený vlastnou tiažou kvapaliny, je daný vzťahom:
  - $p = \frac{F}{S} = \frac{F_g}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{V\rho g}{S} = \frac{hS\rho g}{S} = h\rho g$



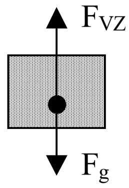
3.1.3 Archimedov zákon

- *Archimedov zákon*: Teleso ponorené do kvapaliny ja nadľahčované vztlakovou hydrostatickou silou, ktorej veľkosť sa rovná tiaži kvapaliny vytlačenej objemom telesa

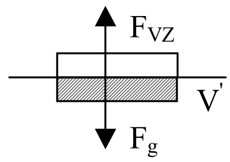
- na teleso ponorené do kvapaliny pôsobia v dôsledku hydrostatického tlaku tlakové sily. Vo vodorovnom smere sa tlakové sily navzájom rušia (inak by sme pozorovali samovoľný pohyb ponoreného telesa pozdĺž vodnej hladiny). V zvislom smere sa v dôsledku výšky telesa prejaví odlišný tlak pri hornej a spodnej časti telesa; vzniká vztlaková sila



- pre pôsobiace sily platí:
    - $F_1 = S.h.\rho_k.g$ a $F_2 = S.(h+v).\rho_k.g$
    - $F_2 \rangle F_1$
- výsledná hydrostatická vztlaková sila je orientovaná zvislo nahor a pre jej veľkosť platí:
    - $F_V = F_2 - F_1 = S(h+v)\rho_k g - Sh\rho_k g = Sh\rho_k g + Sv\rho_k g - Sh\rho_k g = V\rho_k g$
- dôsledkom Archimedovho zákona je i správanie sa telies v kvapaline. Ak je hustota telesa (pri nehomogénnom telese stredná – priemerná hustota) ρ_1 a hustota kvapaliny ρ, na teleso pôsobí tiažová sila $F_g = V\rho_1 g$ a súčasne vztlaková sila $F_{VZ} = V\rho g$. Môžu nastať tri prípady:



    - $F_g \rangle F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 \rangle \rho$, teleso v kvapaline klesá ku dnu
    - $F_g = F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 = \rho$, celkom ponorené teleso sa v kvapaline vznáša
    - $F_g \langle F_{VZ} \Rightarrow \rho_1 \langle \rho$, teleso celkom ponorené do kvapaliny stúpa a čiastočne sa vynorí nad hladinu. Rovnováha nastane, keď pre objem V' ponorenej časti telesa platí:

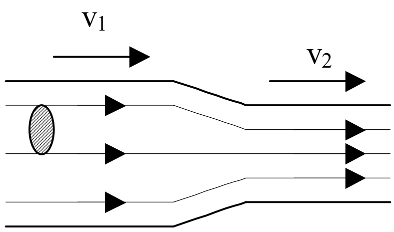


$$F_g = F_{V_z} \Rightarrow V\rho_1 g = V'\rho g$$

        - $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\rho_1}{\rho}$

3.2 dynamika tekutín

- ***dynamika*** sa zaoberá prúdením tekutín, obtekaním telies tekutinami
- pri prúdení kvapaliny uvažujeme, že rýchlosť prúdiacej kvapaliny je v danom mieste stála (s časom sa nemení), takéto prúdenie sa nazýva ustálené prúdenie – ***laminárne prúdenie***; pri prekročení určitej rýchlosti sa laminárne prúdenie mení na ***turbulentné prúdenie***
- trajektórie hmotných bodov ideálnej kvapaliny sa nazývajú ***prúdové čiary (prúdnice)***. Dotyčnica v ľubovoľnom bode k prúdnici určuje smer rýchlosti pohybujúcej sa častice kvapaliny. Každým bodom kvapaliny prechádza práve jedna prúdnica. Prúdnice sa nemôžu pretínať.



- ak máme vnútri prúdiacej hladiny uzavretú krivku, ktorej každým bodom prechádza prúdnica, tak všetky tieto prúdnice tvoria plochu, ktorá sa nazýva ***prúdová trubica***. Kvapalinu ohraničenú touto trubicou nazývame ***prúdové vlákno***. Kvapalina, ktorá prúdi vnútri prúdovej trubice, nemôže z trubice odtiecť ani pritiecť do nej z okolia.

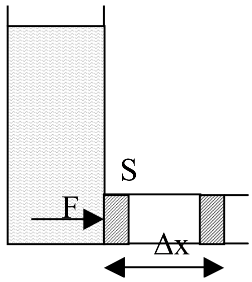
3.2.1 rovnica spojitosti (kontinuity)

- ***objemový tok:***
    - keď je rýchlosť prúdiacej kvapaliny v, za jednotku času pretečie prierezom S objem kvapaliny:
        - $Q_V = \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \dfrac{Sl}{\Delta t} = Sv$, $[Q_V] = m^3.s^{-1}$
- ***hmotnostný tok:***
    - keď hustota kvapaliny je ρ, za jednotku času pretečie prierezom S hmotnosť kvapaliny:

- $Q_m = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \dfrac{\Delta V}{\Delta t} = \rho \dfrac{Sl}{\Delta t} = \rho S v$, $[Q_m] = kg.s^{-1}$

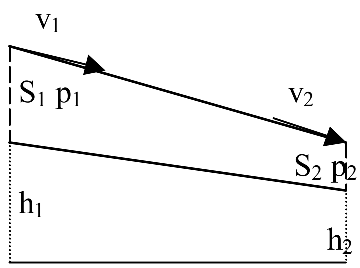
- keďže kvapalina nemôže stenami trubice ani vytiecť, ani pritiecť, musí byť hmotnostný tok v ľubovoľnom priereze prúdovej trubice stály (zákon zachovania hmotnosti pre ustálené prúdenie kvapaliny):
  - $Q_m = \rho S v = konšt.$
  - rovnica spojitosti v tomto tvare platí aj pre plyny
- keď uvažujeme o prúdení nestlačiteľnej kvapaliny, tak pri stálej teplote je stála aj hustota, a preto platí:
  - $Q_V = Sv = konšt.$
  - ak $S_1 \rangle S_2 \Rightarrow v_1 \langle v_2 \Rightarrow p_1 \rangle p_2$, teda v mieste s najväčším prierezom kvapalina má najmenšiu rýchlosť, ale je tu najväčší tlak, a naopak v mieste s najmenším prierezom kvapalina má najväčšiu rýchlosť, no je tu najmenší tlak

3.2.2 tlaková energia

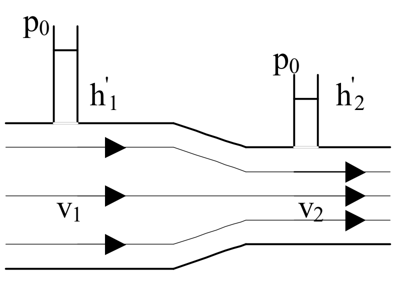


- kvapalina pod tlakom môže konať prácu, má energiu, ktorá sa nazýva ***tlaková energia***
- keď v nádobe podľa obr. udržiavame voľnú hladinu kvapaliny v rovnakej výške, tak sa piest pôsobením tlakovej sily $F = pS$ posunie o dĺžku Δx, pritom vykoná prácu
  - $W = F.\Delta x = p.S.\Delta x = p.\Delta V$
- pre tlak kvapaliny platí:
  - $p = \dfrac{\Delta W}{\Delta V}$, $[p] = J.m^{-3}$
  - číselná hodnota tlaku kvapaliny určuje číselnú hodnotu tlakovej energie kvapaliny pripadajúcu na jednotkový objem

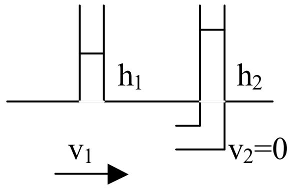
3.2.3 Bernoulliho rovnica



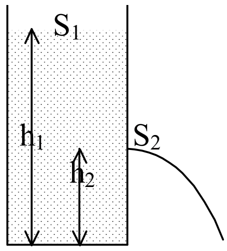
- kvapalina prúdiaca v trubici má tlakovú energiu, potenciálnu energiu a kinetickú energiu pripadajúcu na jednotkový objem
- platí rovnica:
  - $p + h\rho g + \dfrac{1}{2}\rho v^2 = konšt.$
  - táto rovnica vyjadruje zákon zachovania energie prúdiacej kvapaliny
- ak kvapaliny prúdi vo vodorovnej trubici, platí:
  - $p_1 + \dfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \dfrac{1}{2}\rho v_2^2$



- výška kvapaliny v manometrických trubiciach určuje tlak kvapaliny v príslušnom mieste
  - $p_1 = h_1^{'}\rho g + p_0$
  - $p_2 = h_2^{'}\rho g + p_0$, kde p_0 je atmosférický tlak
- ***meranie rýchlosti prúdiacej kvapaliny (Pitotova trubica):***
  - používa sa trubica podľa obr.
    - Bernoulliho rovnica: $p_2 = p_1 + \dfrac{1}{2}\rho v_1^2$
    - $p_1 = h_1 \rho g + p_0$ a $p_2 = h_2 \rho g + p_0$
    - po dosadení: $v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$

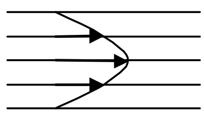


- ***vytekanie kvapaliny otvorom:***
- ak $v_1 \to 0$
    - $p_0 + h_1 \rho g + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + h_2 \rho g + \frac{1}{2}\rho v_2^2$
    - $v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

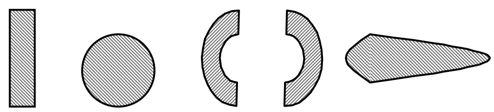


- ak $v_1 \neq 0$ (prierezy S_1 a S_2 sú porovnateľné)
    - $p_0 + h_1 \rho g + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + h_2 \rho g + \frac{1}{2}\rho v_2^2$
    - $S_1 v_1 = S_2 v_2$
    - $v_2 = \sqrt{\dfrac{2g(h_1 - h_2)}{1 - \dfrac{S_2^2}{S_1^2}}}$

3.2.4 obtekanie telies reálnou tekutinou

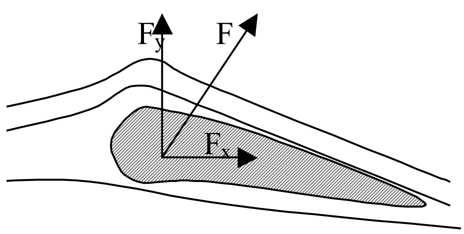


- pri prúdení reálnej kvapaliny vzniká vnútorné trenie, ktoré brzdí jej pohyb. Práca vykonaná silami vnútorného trenia v prúdiacej kvapaline určuje, aká časť tlakovej energie sa premení na vnútornú energiu prúdiacej kvapaliny. Vrstva kvapaliny, ktorá sa bezprostredne dotýka steny – ***medzná vrstva kvapaliny*** je v dôsledku trenie v pokoji. Po tejto vrstve sa posúva malou rýchlosťou druhá vrstva a po nej ďalšia rýchlejšie (rýchlosť jednotlivých vrstiev sa postupne zvyšuje až k osi trubice)
- pri vzájomnom pohybe telesa a tekutiny vzniká ***odporová sila***, ktorá pôsobí proti pohybu
    - pre malé rýchlosti (t.j. rýchlosti, pri ktorých prúdenie je laminárne) veľkosť odporovej sily je priamo úmerná veľkosti rýchlosti telesa vzhľadom na prostredie, závislosť od tvaru telesa sa prejavuje menej
    - pri väčších rýchlostiach (pri turbulentnom prúdení) platí:
        - $F = \frac{1}{2} C S \rho v^2$, kde C je ***súčiniteľ odporu*** a závisí od tvaru telesa (najväčší odpor má dutá polguľa, najmenší kvapka)
        -



c=1,12 c=0,48 c=0,34 c=1,33 c=0,03

    - ak sa v kvapaline s koeficientom vnútorného trenia (viskozity) η pohybuje teleso guľovitého tvaru polomeru r, proti pohybu pôsobí odporová sila:
        - $F = 6\pi\eta r v$
- ***základy fyziky letu:***
    - pri obtekaní krídla vzniká nad krídlom zhustenie prúdnic (podtlak) a pod krídlom zriedenie prúdnic (pretlak)
    - absolútna hodnota podtlaku je väčšia ako absolútna hodnota pretlaku; tlaky sa vyrovnávajú, a tak teleso stúpa
    - proti pohybu pôsobí ***aerodynamická odporová sila***:
        - $F_x = \frac{1}{2} C_x S \rho v^2$, kde C_x je ***súčiniteľ odporu***
    - vzlietnutie spôsobuje ***vztlaková aerodynamická sila***:
        - $F_y = \frac{1}{2} C_y S \rho v^2$, kde C_y je ***súčiniteľ vztlaku***



4 Fyzikálne polia

4.1 gravitačné pole

- forma hmoty, ktorej základným prejavom je silové pôsobenie na všetky hmotné objekty

4.1.1 intenzita gravitačného poľa

- intenzita gravitačného poľa charakterizuje silové pôsobenie gravitačného poľa v danom mieste poľa
- definuje sa ako podiel gravitačnej sily $\overrightarrow{F_g}$, ktorá pôsobí na teleso s hmotnosťou m v danom mieste poľa a hmotnosti m tohto telesa
  - $\vec{K} = \frac{\overrightarrow{F_g}}{m}$, $[K] = N.kg^{-1} = m.s^{-2}$
- intenzita gravitačného poľa je vektorová veličina, má rovnaký smer ako gravitačná sila, ktorou gravitačné pole pôsobí v danom mieste poľa na teleso
- pre intenzitu gravitačného poľa Zeme platí:
  - $K = \chi \frac{M_Z}{(R_Z + h)^2}$, kde h je výška nad zemským povrchom, v ktorej sa teleso nachádza
- z definície intenzity a podľa druhého pohybového zákona platí
  - $\overrightarrow{F_g} = m.\vec{K} \wedge \overrightarrow{F_g} = m.\overrightarrow{a_g} \Rightarrow \vec{K} = \overrightarrow{a_g}$
  - intenzita gravitačného poľa v danom mieste sa rovná gravitačnému zrýchleniu v danom mieste

4.1.2 gravitačný potenciál

- charakterizuje gravitačné pole
- definuje sa ako podiel gravitačnej potenciálnej energie telesa v tomto bode poľa a hmotnosti tohto telesa (podiel práce, ktorú vykoná gravitačná sila pri premiestnení telesa z daného bodu poľa na povrch Zeme a hmotnosti tohto telesa)
  - $\varphi_g = \frac{E_p}{m} = \frac{W}{m}$, $[\varphi_g] = J.kg^{-1}$
- body gravitačného poľa s rovnakou hodnotou gravitačného potenciálu tvoria ***hladinu potenciálu*** (***ekvipotenciálnu plochu***)

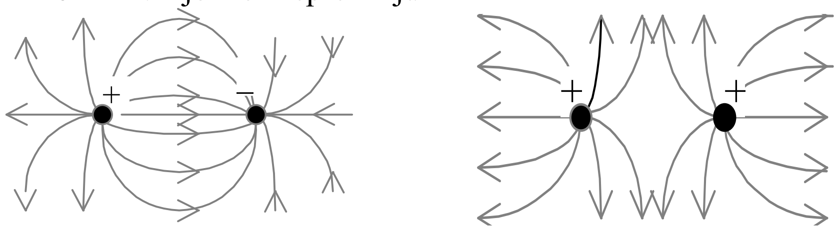
4.2 elektrostatické pole

- časť elektromagnetického poľa prejavujúca sa silovým pôsobením na všetky nabité hmotné objekty

4.2.1 intenzita elektrického poľa

- charakterizuje silové pôsobenie elektrického poľa v danom mieste poľa
- pre intenzitu elektrického poľa platí:
  - $\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{Q'}$, $[E] = N.C^{-1} = V.m^{-1}$
- intenzita elektrického poľa je vektorová veličina rovnakého smeru ako elektrická sila, ktorá v danom mieste poľa pôsobí na kladný bodový náboj Q'
- pre intenzitu elektrického poľa vo vzdialenosti r od bodového náboja platí:

- $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

- elektrické pole môžeme znázorniť pomocou matematického modelu, ktorý sa nazýva ***vektorové pole***
- ***siločiara***, ktorá prechádza istým bodom elektrického poľa, je myslená čiara, ktorej dotyčnica zostrojená v tomto bode určuje smer intenzity elektrického poľa
- siločiary elektrického poľa majú tieto vlastnosti:
  - sú spojité, začínajú sa na kladnom náboji a končia sa na zápornom; pri osamotenom náboji alebo pri dvojici nábojov s rovnakým znamienkom sa rozbiehajú do nekonečna
  - sú kolmé na povrch nabitého telesa
  - navzájom sa nepretínajú
- 

4.2.2 elektrický potenciál

- elektrický potenciál v danom bode poľa sa definuje ako podiel elektrickej potenciálnej energie kladného elektrického náboja Q' v tomto bode a veľkosti tohto náboja
- pretože $E_p=W$, môžeme povedať: Elektrický potenciál v danom bode poľa je určený pomerom práce, ktorú vykonajú sily elektrického poľa pri premiestnení kladného náboja Q' z daného miesta na povrch Zeme a veľkosti tohto náboja
  - $\varphi_e = \frac{E_p}{Q'} = \frac{W}{Q'}$, $[\varphi_e] = J.C^{-1} = V$
- Zem a telesá vodivo spojené so Zemou sú miestami s ***nulovým elektrickým potenciálom***
- v homogénnom poli medzi dvoma rovnobežnými vodivými platňami má kladne nabitá platňa vzhľadom na uzemnenú platňu potenciál:
  - $\varphi_e = |\vec{E}|d$, kde d je vzdialenosť platní
- elektrický potenciál je skalárna veličina
- určením elektrického potenciálu každého bodu elektrického poľa utvárame ďalší matematický model poľa – skalárne pole)
- množina bodov elektrického poľa s rovnakým potenciálom tvorí hladinu potenciálu alebo ekvipotenciálne plochy

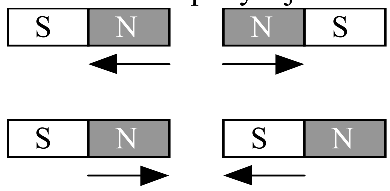
4.2.3 elektrické napätie

- elektrické napätie sa definuje ako absolútna hodnota rozdielu potenciálov medzi dvoma bodmi elektrického poľa
  - $U = |\varphi_1 - \varphi_2|$
- keď zmeriame elektrické napätie U medzi dvoma rovnobežnými vodivými platňami, môžeme vypočítať veľkosť intenzity elektrického poľa. Potenciál kladne nabitej platne je $\varphi_e = |\vec{E}|d$ a potenciál uzemnenej platne je nulový, potom pre napätie medzi platňami platí:
  - $U = \varphi_1 - \varphi_2 = |\vec{E}|d \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{U}{d}$
- pre veľkosť práce vykonanej pri prenesení náboja Q medzi dvoma bodmi, medzi ktorými je napätie U, platí:

- $W = |\vec{E}|Qd = \frac{U}{d}Qd = QU$

4.3 magnetické pole

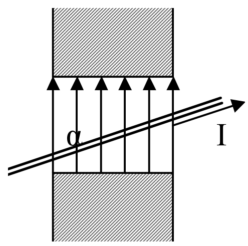
- časť elektromagnetického poľa, ktorá sa prejavuje silovým pôsobením na pohybujúce sa elektricky nabité častice
- zdrojom ***stacionárneho magnetického poľa*** je nepohybujúci sa vodič s konštantným prúdom alebo nepohybujúci sa permanentný magnet
- magnetické pole sa prejavuje silovým pôsobením



- na opis priestorového rozloženia magnetického poľa zavádzame sústavu orientovaných kriviek, ktoré sa nazývajú ***magnetické indukčné čiary***. Magnetická indukčná čiara je priestorovo orientovaná krivka, ktorej dotyčnica v danom bode má smer osi veľmi malej magnetky umiestnenej v tomto bode. Smer od južného k severnému pólu magnetky určuje orientáciu indukčnej čiary
- orientáciu magnetických indukčných čiar určujeme pomocou ***Ampérovho pravidla pravej ruky***: Naznačíme uchopenie vodiča do pravej ruky tak, aby palec ukazoval dohodnutý smer prúdu vo vodiči; potom prsty ukazujú orientáciu magnetických indukčných čiar.
- magnetické pole, ktorého indukčné čiary sú rovnobežné priamky, nazývame homogénne magnetické pole

4.3.1 magnetická indukcia

- slúži na kvantitatívny opis magnetického poľa j každom jeho bode
- pre homogénne magnetické pole môžeme magnetickú indukciu definovať na základe silových účinkov magnetického poľa na vodič s prúdom
  - uvažujeme o priamom vodiči s prúdom I, ktorého časť s dĺžkou l (aktívna dĺžka vodiča) je v homogénnom magnetickom poli
  - veľkosť sily F_m pôsobiacej v homogénnom poli na priamy vodič s prúdom je priamo úmerná jeho aktívnej dĺžke l, prúdu I a závisí aj od magnetického poľa a od polohy vodiča v ňom (keď je vodič rovnobežný s indukčnými čiarami magnetického poľa, je sila F_m nulová, kým v polohe kolmej na indukčné čiary dosahuje maximum



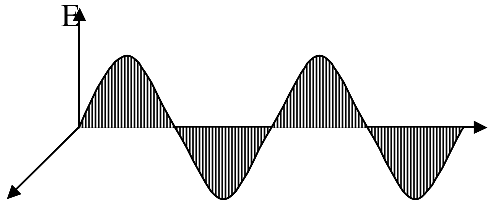
- pre veľkosť magnetickej sily platí:
  - $F_m = BIl\sin\alpha$, kde $\boldsymbol{B}$ je ***magnetická indukcia*** a charakterizuje silové pôsobenie magnetického poľa
  - tento vzťah sa volá aj ***Ampérov zákon***
- pre magnetickú indukciu platí:
  - $B = \frac{F_m}{Il\sin\alpha}$, $|B| = \frac{N}{A.m} = T$, jednotkou magnetickej indukcie je ***tesla***
  - magnetická indukcia v blízkosti permanentných magnetov má veľkosť približne 0,001 T až 0,5 T
- magnetická indukcia závisí od tvaru telesa a od prostredia:
  - závislosť magnetickej indukcie od prostredia vyjadruje ***permeabilita prostredia μ***; zavádza sa ***relatívna permeabilita μ_r***, pre ktorú platí:
    - $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$, kde μ_0 je ***permeabilita vákua*** $\mu_0 = 4\pi \,.\, 10^{-7}$ N.A^{-2}
  - **d*lhý priamy vodič:***
    - $B = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{d}$, kde d je vzdialenosť od priameho vodiča s prúdom I
  - ***v strede kruhovej slučky***:

- $B = \mu \dfrac{I}{2r}$, kde r je polomer slučky
  - *v strede dlhej valcovej cievky:*
    - $B = \mu \dfrac{NI}{l}$, kde l je dĺžka cievky a N je počet závitov. Podiel $\dfrac{N}{l}$ je tzv. hustota závitov, ktorá vyjadruje počet závitov pripadajúcich na jednotku dĺžky cievky

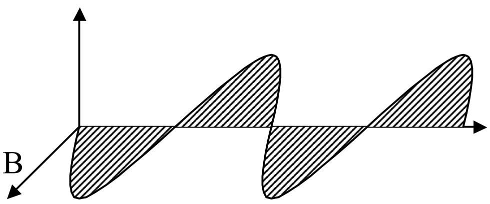
- magnetická indukcia je vektorová veličina; smer vektora magnetickej indukcie v istom bode poľa je zhodný so smerom súhlasne orientovanej dotyčnice k indukčnej čiare v tomto bode
- sila $\vec{F_m}$, ktorá pôsobí na priamy vodič s prúdom v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\vec{B}$, je kolmá na vodič aj na magnetickú indukciu
  - smer pôsobiacej sily môžeme určiť pomocou ***Flemingovho pravidla ľavej ruky:*** Keď položíme otvorenú ľavú ruku na vodič tak, aby prsty ukazovali smer prúdu a indukčné čiary vstupovali do dlane, natiahnutý palec ukazuje smer sily, ktorou pôsobí magnetické pole na vodič s prúdom

4.4 elektromagnetické pole

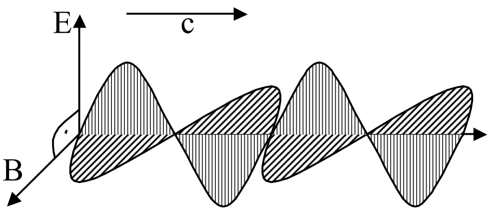
- pri elektromagnetickom vlnení pri prenose elektromagnetickej energie vzniká medzi vodičmi vedenia časovo premenné silové pole, ktoré má jednak elektrickú, jednak magnetickú zložku a nazýva sa ***elektromagnetické pole***. Energia sa neprenáša vodičmi, ale elektromagnetickým poľom medzi nimi. Tento dej má charakter vlnenia
- napätie v rôznych miestach vedenia je rozličné, a tak ani náboj nie je na povrchu vodiča rozložený rovnomerne. Preto je rozličná aj intenzita elektrického poľa medzi vodičmi. Priebeh hodnôt intenzity $\vec{E}$ časovo premenného elektrického poľa pozdĺž vedenia v istom časovom okamihu vyjadruje sínusoida:
  - $\vec{E} = \vec{E}_m \sin 2\pi \left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda} \right)$



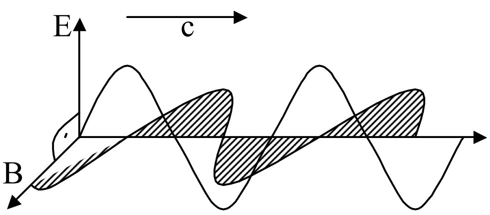
- keď obvodom preteká elektrický prúd i, tak v okolí vodičov sa vytvorí časovo premenné magnetické pole; jeho magnetická indukcia $\vec{B}$ má najväčšiu hodnotu v miestach, ktorými prechádza v danom okamihu najväčší prúd. Hodnoty magnetickej indukcie pozdĺž vedenia vyjadruje sínusoida:
  - $\vec{B} = \vec{B}_m \sin 2\pi \left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda} \right)$



- pri ***postupnej elektromagnetickej vlne*** napätie a prúd vo vedení majú rovnakú fázu, a preto rovnakú fázu majú aj sínusoidy v grafe intenzity elektrického poľa a magnetickej indukcie pozdĺž vedenia. Vektory intenzity elektrického poľa a indukcie magnetického poľa sú navzájom kolmé a súčasne sú kolmé na smer šírenia elektromagnetickej vlny.



- pri ***stojatej elektromagnetickej vlne*** je dochádza k fázovému posunu, pretože v okamihu, keď má napätie v kmitniach najväčšiu hodnotu, prúd v celom vedení sa rovná nule. Celá energia elektromagnetickej vlny sa premenila na energiu elektrického poľa. Naopak, keď je v kmitniach prúd najväčší, pozdĺž celého vedenia je nulové napätie. Energia elektromagnetickej vlny je



sústredená v magnetickom poli. Stojatým elektromagnetickým vlnením sa energia neprenáša, len sa mení na energiu elektrického poľa a naopak. V stojatej elektromagnetickej vlne sú časovo premenné vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ fázovo posunuté o $\frac{\pi}{2}$ (tam , kde je intenzita elektrického poľa je maximálna, je indukcia magnetického poľa nulová a naopak).

4.5 porovnanie gravitačného a elektrického poľa

- ***gravitačné*** a ***elektrické*** pole sú ***statické silové polia***. Gravitačné pole je v okolí každého telesa s hmotnosťou m, elektrické pole v okolí každého telesa s voľným elektrickým nábojom Q. Pritom predpokladáme, že teleso aj elektrický náboj sú vzhľadom na inerciálnu vzťažnú sústavu v pokoji
- gravitačné aj elektrické pole sa vyznačujú silovým pôsobením na iné telesá. Na teleso v gravitačnom poli pôsobí gravitačná sila, na teleso s elektrickým nábojom v elektrickom poli pôsobí elektrická sila.
- existencia gravitačného poľa sa viaže na hmotnosť telesa m, existencia elektrického poľa na elektrický náboj Q. Obidve polia sú jednou z dvoch základných foriem hmoty, ktoré existujú nezávisle od nášho vedomia.
- gravitačné a elektrické pole charakterizujú dve veličiny: *intenzita poľa* a *potenciál*. Intenzita gravitačného poľa $\vec{K}$ a intenzita elektrického poľa $\vec{K}$ sú určené na základe silového pôsobenia poľa. Gravitačný potenciál φ_g a elektrický potenciál φ_e sú určené na základe práce konanej pri premiestňovaní telesa alebo elektrického náboja v silovom poli.
- intenzita poľa je *vektorová* veličina, potenciál *skalárna* veličina. Pomocou prvej konštruujeme *vektorové pole*, pomocou druhej *skalárne pole*. Vektorové a skalárne polia sú matematické modely reálnych silových polí, ktoré znázorňujú ich isté vlastnosti. preto matematické modely nestotožňujeme so skutočnými poliami.
- na základe intenzity poľa definujeme *siločiary* poľa, na základe potenciálu *ekvipotenciálne plochy*. Siločiary a ekvipotenciálne plochy sú veľmi názorné matematické modely obidvoch silových polí.
- gravitačné a elektrické pole majú však aj vlastnosti, ktorými sa navzájom odlišujú:
    - *rozdielny pôvod polí:* Gravitačné pole sa viaže na hmotnosť telesa, elektrické pole na elektrický náboj.
    - *rozdiel v silovom pôsobení:* Gravitačné sily sú len príťažlivé, elektrické sú príťažlivé aj odpudivé, čo súvisí s dvoma druhmi elektrického náboja.
    - *rozdiel vo veľkosti silového pôsobenia:* Gravitačné sily, ktoré pôsobia medzi hmotnými bodmi s jednotkovou hmotnosťou, sú pomerne malé, elektrické sily, ktoré pôsobia medzi bodovými nábojmi s jednotkovým nábojom, sú omnoho väčšie.
    - *rozdiel v konštantách χ a k:* Gravitačná konštanta nezávisí od prostredia – je to univerzálna konštanta, konštanta k závisí od vlastnosti prostredia
    - *rozdiel v platnosti silového pôsobenia:* Newtonov gravitačný zákon platí pre hmotné body alebo pre dve rovnorodé gule, Coulombov zákon iba pre dva bodové náboje.

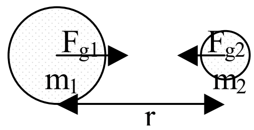
5 Pohyby telies v gravitačnom a elektrickom poli

5.1 gravitačné pole

- je v okolí každého telesa, jeho zdrojom sú hmotné telesa, prejavuje sa silovým pôsobením na iné hmotné telesá
- má hmotnú povahu

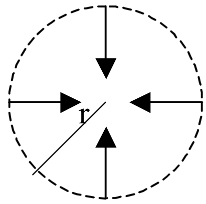
5.1.1 Newtonov gravitačný zákon

- *Newtonov gravitačný zákon:* Dva hmotné body sa navzájom priťahujú rovnako veľkými silami, ale opačného smeru.
  - $\overrightarrow{F_{g1}} = -\overrightarrow{F_{g2}} \Rightarrow F_g = \left|\overrightarrow{F_{g1}}\right| = \left|\overrightarrow{F_{g2}}\right|$

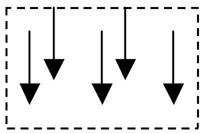


- veľkosť gravitačnej sily je priamo úmerná hmotnosti m_1, m_2 hmotných bodov a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialeností r
  - $F_g = \left|\overrightarrow{F_g}\right| = \chi \dfrac{m_1.m_2}{r^2}$, kde χ je ***gravitačná konštanta*** (***χ=6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}***)
- keďže hodnota gravitačnej konštanty je veľmi malá, vzájomné gravitačné sily medzi telesami bežných hmotnosti sú veľmi malé, gravitačné sily sa prejavujú iba vtedy, keď hmotnosť aspoň jedného telesa je veľmi veľká

5.1.2 druhy gravitačného poľa

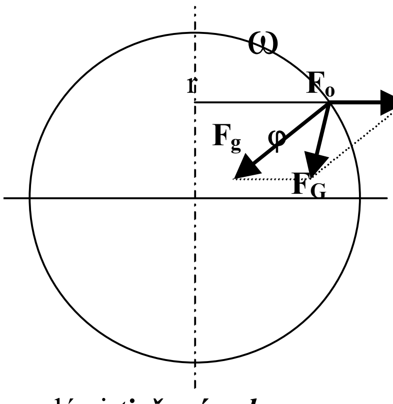


- radiálne (centrálne) gravitačné pole
  - v okolí hmotného bodu alebo v okolí rovnorodej gule
  - hmotný bod alebo stred gule predstavuje gravitačný stred poľa
  - intenzita vo všetkých miestach poľa smeruje do gravitačného stredu
- homogénne gravitačné pole
  - vo všetkých miestach má konštantný vektor intenzity



5.1.3 gravitačné a tiažové zrýchlenie na povrchu Zeme

- na teleso s hmotnosťou m, ktoré je na povrchu Zeme, pôsobia dve sily:
  - gravitačná sila F_g, ktorá smeruje do stredu Zeme
  - zotrvačná odstredivá sila F_o, ktorá je kolmá na rotačnú os, platí:
    - $F_o = m.\omega^2.r = m.\omega^2.R_Z.\cos\varphi$, kde r je vzdialenosť telesa od osi rotácie, ω uhlová rýchlosť otáčania Zeme a φ zemepisná šírka
- na teleso pôsobí výslednica gravitačnej sily a zotrvačnej odstredivej sily, táto výsledná sila sa nazýva ***tiažová sila***
  - $\overrightarrow{F_G} = \overrightarrow{F_g} + \overrightarrow{F_o}$



- pôsobením tiažovej sily koná voľne spustené teleso vo vákuu voľný pád so zrýchlením g, ktoré sa nazýva ***tiažové zrýchlenie***
  - $\overrightarrow{F_G} = m\vec{g}$
- smer tiažovej sily $\overrightarrow{F_G}$ a smer tiažového zrýchlenia $\vec{g}$ sa volá ***zvislý smer*** a určuje sa podľa smeru napnutej nite voľne zavesenej olovnice
- priestor okolo Zeme, v ktorom sa prejavujú účinky tiažovej sily, sa volá aj ***tiažové pole***
- keďže veľkosť odstredivej sily sa mení so zemepisnou šírkou polohy telesa na povrchu Zeme (najväčšia je na rovníku, nulová na póloch), mení sa so zemepisnou šírkou i veľkosť tiažovej sily a tiažového zrýchlenia. Na rovníku má tiažové zrýchlenie veľkosť *9,780 m.s^{-2}*, na póloch

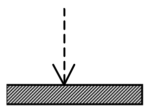
9,833 m.s^{-2} (u nás *9,81 m.s*$^{-2}$). Na metrologické účely sa zavádza ***normálne tiažové zrýchlenie*** s veľkosťou $\boldsymbol{g_n = 9{,}80665\ m.s^{-2}}$

- okrem pojmu tiažová sila sa používa aj pojem ***tiaž telesa*** (tiažová sila má pôsobisko v ťažisku, tiaž telesa má pôsobisko v dotykovej ploche telesa s podložkou alebo v pevnom bode závesu), platí:
  - $F_G = G \wedge F_G // G$

5.2 pohyby telies v homogénnom gravitačnom poli Zeme

5.2.1 voľný pád

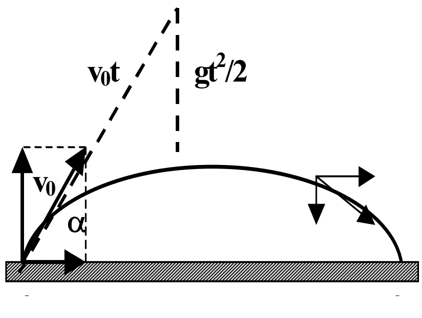
- voľným pádom sa pohybuje každé voľné teleso s nulovou začiatočnou rýchlosťou vo vákuu, ak naň pôsobí len tiažová sila
- voľný pád je rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb s konštantným zrýchlením g
- ***dráha:***
  - $s = \frac{1}{2} g t^2$



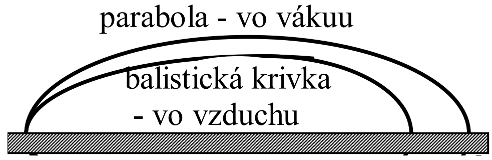
- ***rýchlosť:***
  - $v = gt$
- keď telesu udelíme začiatočnú rýchlosť $\vec{v_0}$, môžeme si jeho pohyb predstaviť ako pohyb zložený z rovnomerného priamočiareho pohybu v smere začiatočnej rýchlosti a z voľného pádu s smere tiažového zrýchlenia. Tieto zložené pohyby sa volajú ***vrhy***

5.2.2 šikmý vrh

- ***súradnice:***
  - $x = v_0.t.\cos\alpha$, $y = v_0.t.\sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2$
- ***rýchlosť:***
  - $v_x = \frac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha$, $v_y = \frac{dy}{dt} = v_0.\sin\alpha - g.t$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- ***zrýchlenie:***
  - $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$



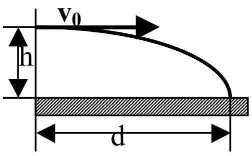
- ***čas vrhu:***
  - $y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0.\sin\alpha}{g}$
- ***dĺžka vrhu:***
  - $d = \frac{v_0^2.\sin 2\alpha}{g}$
- ***čas, za ktorý dosiahne maximálnu výšku:***
  - $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow t_v = \frac{v_0.\sin\alpha}{g}$
- ***výška výstupu:***
  - $H = \frac{v_0^2.\sin^2\alpha}{2g}$
- ***rýchlosť dopadu:***
  - $|v| = v_0$



- výsledná trajektória šikmého vrhu je parabola; parabolickú trajektóriu opisuje šikmo vrhnuté teleso v homogénnom gravitačnom poli len vo vákuu, V blízkosti povrchu Zeme odpor vzduchu spôsobuje, že dráha striel nie je parabola, ale nesúmerná balistická krivka

5.2.3 vodorovný vrh

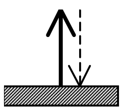
- ***súradnice:***
  - $x = v_0.t.$, $y = h - \frac{1}{2}gt^2$



- ***rýchlosť:***
  - $v_x = \frac{dx}{dt} = v_0$, $v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- ***zrýchlenie:***
  - $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$
- ***čas vrhu:***
  - $y = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- ***dĺžka vrhu:***
  - $d = v_0.\sqrt{\frac{2h}{g}}$
- ***rýchlosť dopadu:***
  - $v = \sqrt{v_0^2 + 2hg}$

5.2.4 zvislý vrh

- ***súradnice:***
  - $x = 0$, $y = v_0.t - \frac{1}{2}gt^2$



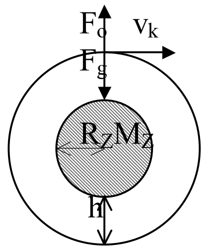
- ***rýchlosť:***
  - $v_x = \frac{dx}{dt} = 0$, $v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 - g.t$
- ***zrýchlenie:***
  - $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$, $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g$
- ***čas vrhu:***
  - $y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$
- ***čas výstupu:***
  - $\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow t_v = \frac{v_0}{g}$
- ***rýchlosť dopadu:***
  - $v = -v_0$

5.3 pohyby telies v radiálnom gravitačnom poli Zeme

- pri pohybe telies vo väčších vzdialenostiach od povrchu Zeme nemôžeme považovať gravitačné pole za homogénne, pretože hodnota gravitačného zrýchlenia nie je konštantná
  - $\vec{K} = \vec{g} \Rightarrow g = \chi\frac{M}{r^2}$

5.3.1 kruhová rýchlosť

- v radiálnom gravitačnom poli Zeme existuje pre danú vzdialenosť h od povrchu Zeme taká začiatočná rýchlosť $\vec{v_0}$, pri ktorej sa teleso pohybuje po kružnici so stredom v gravitačnom strede Zeme
- pri pohybe telesa po kruhovej trajektórii je veľkosť tiažovej a odstredivej sily rovnaká
    - $F_o = F_g \Rightarrow v_k = \sqrt{\chi \dfrac{M_Z}{R_Z + h}}$



- ***prvá kozmická rýchlosť:***
    - rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu, aby obiehalo v tesnej blízkosti povrchu Zeme (*h=0*)
        - $v_1 = \sqrt{\chi \dfrac{M_Z}{R_Z}} = 7{,}9 km.s^{-1}$
- keď telesu udelíme rýchlosť menšiu ako je kruhová rýchlosť, obieha po vnútornej eliptickej dráhe; keď telesu udelíme rýchlosť väčšiu ako je kruhová rýchlosť (ale menšiu ako je parabolická rýchlosť), obieha po vonkajšej eliptickej dráhe

5.3.2 parabolická rýchlosť

- rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu, aby sa vzdialilo z gravitačného poľa Zeme (po parabolickej trajektórii)
    - $v_p = v_k.\sqrt{2} = \sqrt{2\chi \dfrac{M_Z}{R_Z + h}}$
- ***druhá kozmická rýchlosť:***
    - rýchlosť, ktorú musíme udeliť telesu pri povrchu Zeme, aby odišlo z gravitačného poľa Zeme
        - $v_2 = \sqrt{2\chi \dfrac{M_Z}{R_Z}} = 11{,}2 km.s^{-1}$

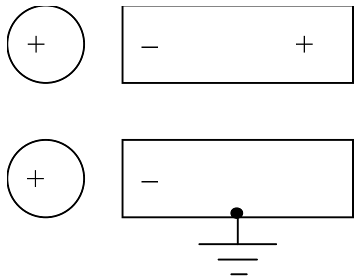
5.4 elektrické pole

- vzájomné silové pôsobenie elektrických nábojov sa uskutočňuje prostredníctvom elektrického poľa. Elektrické pole je v okolí každého elektricky nabitého telesa a každej elektricky nabitej častice. Elektrické pole majú aj protón a elektrón. Elektrické pole, rovnako ako gravitačné pole, je jednou zo základných foriem hmoty.

5.4.1 elektrický náboj a jeho vlastnosti

- veľkosť ***elektrického náboja Q*** sa meria v jednotkách ***coulomb C***
- ***základné vlastnosti elektrického náboja:***
    - elektricky nabité teleso pôsobí silou na iné telesá
    - elektrický náboj môžeme dotykom preniesť z povrchu jedného telesa na povrch iného telesa
    - elektrický náboj sa môže premiestňovať aj v telese. Látky, v ktorých sa elektrický náboj premiestňuje, volajú sa ***vodiče***. Látky, v ktorých sa náboje nepremiestňujú, sú ***izolanty*** alebo ***dielektriká***
    - existujú dva druhy elektrického náboja. Jeden označujeme ako kladný, druhý ako záporný.
    - dve telesá so súhlasnými elektrickými nábojmi sa navzájom odpudzujú, dve telesá s nesúhlasnými elektrickými nábojmi sa navzájom priťahujú
    - elektrický náboj je deliteľný: Nemôžeme ho deliť neobmedzene, ale iba po elementárny náboj.

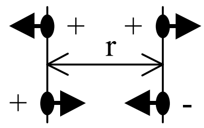
- nosiče nábojov v atóme sú protóny a elektróny. Elektrický náboj protónu je kladný, elektrónu záporný, pričom náboje všetkých protónov a elektrónov sú rovnako veľké. ***Veľkosť elementárneho náboja*** je ***e = 1,602 . 10⁻¹⁹ C***
- atóm je navonok elektricky neutrálny
- elektróny v elektrónovom obale atómu sú viazané elektrickými silami k jeho jadru. Keď sa z obalu odpúta jeden alebo viac elektrónov, vzniká z pôvodne neutrálneho atómu ***kladný ión***, pripojením jedného alebo viacerých elektrónov k obalu vzniká ***záporný ión***
- v atómoch kovov elektróny najviac vzdialené od jadier atómov sa od nich ľahko odpútavajú. vznikajú ***voľné elektróny***, ktoré tvoria v štruktúre kovov ***elektrónový plyn***, ktorý spôsobuje dobrú elektrickú vodivosť kovov
- pri trení dvoch telies nastáva premiestňovanie elektrónov z jedného telesa na druhé. Tento jav sa nazýva ***elektrizovanie telies***
- keď priblížime elektricky nabité teleso k nenabitému izolovanému kovovému vodiču, vo vodiči nastáva pohyb voľných elektrónov. Na bližšej strane k nabitému telesu prevláda na izolovanom vodiči náboj opačného znamienka, na vzdialenejšej strane prevláda náboj rovnakého znamienka, ako má nabité teleso. Rozloženie elektrických nábojov vo vodiči je také, že vnútri vodiča nie žiadne elektrické pole. Utvorí sa ustálený stav, pri ktorom sa voľné elektróny v telese nepremiestňujú. Tento jav sa nazýva ***elektrostatická indukcia***. Ak vodič uzemníme, zostane nabitý indukovaným nábojom opačného znamienka (***viazaný náboj***), súhlasný indukovaný náboj (***voľný náboj***) sa odvedie do Zem.



- v elektricky izolovanej sústave telies je celkový náboj stály. Elektrický náboj nemožno utvoriť, ani zničiť.

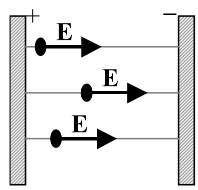
5.4.2 Coulombov zákon

- dve elektricky nabité telesá pôsobia na seba vzájomnými príťažlivými alebo odpudivými silami. V dôsledku elektrostatickej indukcie pôsobia na seba príťažlivými silami aj elektricky nabité a elektricky nenabité telesá. Keďže príčinou síl je elektrický náboj, nazývajú sa ***elektrické sily***.

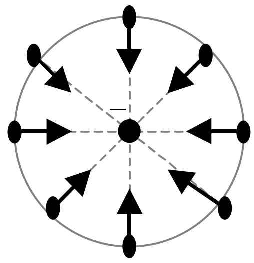


- v elektrostatike sa zavádza pojem ***bodový náboj***, ktorý si predstavujeme ako hmotný bod, ktorého elektrický náboj je rovnako veľký ako náboj na zelektrizovanom telese
- *Coulombov zákon:* Veľkosť F_e elektrickej sily je priamo úmerná súčinu bodových nábojov Q_1, Q_2 a nepriamo úmerná druhej mocnine ich vzdialenosti r.
    - $F_e = \left|\vec{F_e}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$, kde ε_0 je ***permitivita vákua*** (ε_0 ***= 8,854 . 10⁻¹² C².N⁻¹.m⁻²***)
    - ak majú náboje rovnaké znamienko, sila $\vec{F_e}$ je silou, ktorou sa náboje odpudzujú. Ak majú opačné znamienko, je sila príťažlivá.

5.4.3 druhy elektrického poľa



- homogénne elektrické pole
    - intenzita elektrického poľa má vo všetkých miestach rovnaký smer aj veľkosť
    - napr. medzi dvoma rovnobežnými izolovanými kovovými platňami, z ktorých jedna má kladný, druhá rovnako veľký záporný náboj
- radiálne elektrické pole
    - v okolí bodového náboja (kladného alebo záporného)
    - intenzita elektrického poľa má smer polpriamky, ktorá vychádza z náboja alebo do neho vstupuje. Smer intenzity závisí od znamienka náboja.



6 Zákony zachovania vo fyzike

- veličina *energia* charakterizuje istý stav sústavy (je stavová veličina). Veličina *práca* charakterizuje dej, pri ktorom nastáva premena alebo prenos energie

6.1 zákony zachovania v mechanike hmotných bodov

- pri všetkých mechanických dejoch v izolovaných sústavách platí: ZZ hmotnosti, ZZ hybnosti, ZZ celkovej energie

6.1.1 ZZ celkovej energie

- *ZZ mechanickej energie:* celková mechanická energia izolovanej sústavy je stála
  - týka sa všetkých prípadov izolovaných sústav, v ktorých pôsobením síl nenastávajú premeny sa iné formy energie ako na mechanickú potenciálnu ($E_p = mgh$) a kinetickú ($E_k = \frac{1}{2}mv^2$) energiu
  - pri pôsobení napr. trecích síl sa telesá, ktoré sa po sebe pohybujú zahrievajú, môžu sa trením zelektrizovať a pod. Mechanická energia telies sa postupne mení na iné formy energie tak dlho, až mechanický pohyb celkom zanikne. V takomto prípade v izolovanej sústave telies ZZ mechanickej energie neplatí.
- ZZ mechanickej energie je len osobitným prípadom všeobecného ZZ energie. *Celková energia izolovanej sústavy (všetkých jej foriem) je stála, nech v nej prebiehajú akékoľvek deje* (napr. mechanická energia sa mení na vnútornú energiu telies, elektromagnetickú energiu a iné i naopak)
  - *vnútorná energia* telesa sa rovná súčtu celkovej kinetickej energie neusporiadane sa pohybujúcich častíc telesa (molekúl, atómov, iónov) a celkovej potenciálnej energie vzájomnej polohy týchto častíc

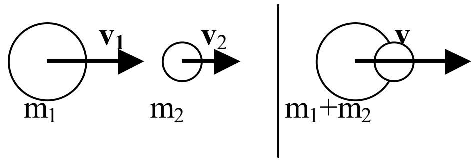
6.1.2 ZZ hybnosti

- pohybový stav hmotného bodu, konajúceho mechanický pohyb, sa hodnotí hybnosťou, ktorá je definovaná:
  - $\vec{p} = m.\vec{v}$, $[p] = kg.m.s^{-1}$
- hybnosť sústavy hmotných bodov sa definuje ako vektorový súčet hybnosti jednotlivých bodov
  - $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$
- smer hybnosti je určený smerom okamžitej rýchlosti
- podľa 3. Newtonovho pohybového zákona (zákon akcie a reakcie) dve telesa pôsobia na seba rovnako veľkými silami opačného smeru:
  - $\overline{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
- vplyvom akcie a reakcie sa zmení hybnosť sústavy:
  - $$\overline{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \, / .\Delta t$$
    $$\Delta\vec{p} = -\Delta\vec{p}_1$$
- zmenu hybnosti sústavy môžeme vyjadriť v tvare:
  - $$m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_{01} = -\left(m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_{02}\right)$$
    $$\underbrace{m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02}}_{hybnos\check{t}\_pred\_p\hat{o}soben\acute{i}m\_akcie\_a\_reakcie} = \underbrace{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}_{hybnos\check{t}\_po\_p\hat{o}soben\acute{i}\_akcie\_a\_reakcie}$$
    $$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

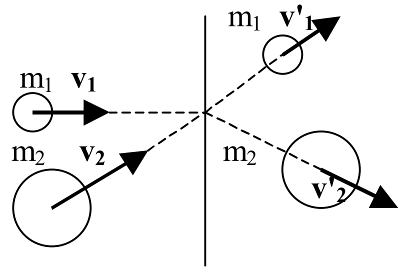
- pre izolované sústavy telies (sústavy telies, v ktorých zmena hybnosti nastáva iba vzájomným pôsobením telies) v inerciálnych vzťažných sústavách, v ktorých je ľubovoľný počet telies platí *ZZ hybnosti*:
    - $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_n} = konšt.$

6.1.3 rázy telies

- ***dokonale nepružný ráz telies:***
    - ak sa dve alebo viac telies spojí do jedného telesa
    - platí zákon zachovania hybnosti:
        - $m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$
    - neplatí zákon zachovania mechanickej energie ($E_{K1} + E_{K2} \rangle E_K$)



- ***dokonale pružný ráz telies:***
    - telesá sa nespájajú
    - platí zákon zachovania hybnosti:
        - $m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\vec{v_1'} + m_2\vec{v_2'}$
    - platí zákon zachovania mechanickej energie:
        - $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$



6.2 zákony zachovania pri pohybe tuhého telesa

- pri pohybe tuhého telesa platí 1. veta impulzová a 2. veta impulzová:
- *1. veta impulzová*: vektorový súčet všetkých pôsobiacich síl sa rovná derivácii celkovej hybnosti sústavy podľa času:
    - $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, kde $\vec{F} = \sum_i \vec{F_i}$ a $\vec{p} = \sum_i m_i\vec{v_i}$
- *2. veta impulzová*: vektorový súčet momentov pôsobiacich síl sa rovná derivácii momentu hybnosti podľa času:
    - $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, kde $\vec{M} = \sum_i \vec{r_i} \times \vec{F_i}$ a $\vec{L} = \sum_i \vec{r_i} \times m_i\vec{v_i}$
- pre izolovanú sústavu hmotných bodov, t.j. sústavu hmotných bodov, na ktorú pôsobia len vnútorné sily (vonkajších niet), vyplývajú z 1. a 2. vety impulzovej dva zákony zachovania:

6.2.1 ZZ hybnosti

- ak $\vec{F} = 0$, platí ***zákon zachovania hybnosti***: celková hybnosť izolovanej sústavy je konštantná
    - $\vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_n} = konšt.$

6.2.2 ZZ momentu hybnosti

- ak $\vec{M} = 0$, platí ***zákon zachovania momentu hybnosti***: celkový moment hybnosti izolovanej sústavy je konštantný
    - $\vec{L_1} + \vec{L_2} + \cdots + \vec{L_n} = konšt.$
- pri rotácii platí zákon zachovania momentu hybnosti, ktorého veľkosť môžeme vyjadriť:
    - $L = p.r = mvr = mr^2\omega = J\omega$

6.3 zákon zachovania elektrického náboja

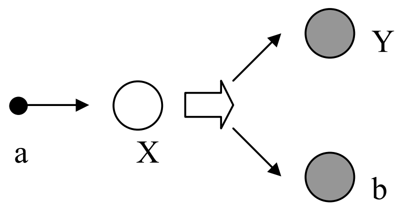
- pre sústavu telies, ktorá si so svojím okolím nemôže vymieňať voľné nosiče náboja, platí *ZZ elektrického náboja:*

- v elektricky izolovanej sústave je celkový elektrický náboj stály. Elektrický náboj nemožno utvoriť, ani zničiť.

6.4 zákony zachovania pri jadrových procesoch

6.4.1 ZZ hybnosti

- pri jadrovej reakcii z pôvodných častíc *a* (strela), *X* (terčík) vzniknú častice *b, Y*, ktoré sú všeobecne iné ako častice *a, X*:
    - $a + X \rightarrow Y + b; E_r$, kde E_r je ***energia reakcie*** (pri reakcii sa energia spotrebuje alebo uvoľní; pri $E_r<0$ sa v reakcii energia uvoľňuje)
- keď $b = a$, $Y = X$, zrážka sa nazýva pružná, keď sa pri zrážke zmení štruktúra častíc ($E_r \neq 0$), hovoríme o nepružnej zrážke. Nepružné zrážky nazývame ***reakciami*** a jadro *Y* produkt reakcie
- pre jadrové reakcie platí ZZ hybnosti:
    - $\vec{p} \equiv \vec{p_a} + \vec{p_X} = \vec{p_b} + \vec{p_Y} \equiv \vec{p'}$, kde $\vec{p}$ je úhrnná relativistická hybnosť častíc v začiatočnom stave reakcie, $\vec{p'}$ je tá istá veličina v koncovom stave



- podľa ZZ hybnosti pre každú jadrovú reakciu platí:
    - $\vec{p} = \vec{p'}$

6.4.2 ZZ energie a hmotnosti

- pri jadrových reakciách sa zachováva relativistická energia častíc do reakcie vstupujúcich (častice, ktoré sa zúčastňujú reakcie majú pokojovú a kinetickú energiu)
    - $E = \underbrace{E_{ka} + m_{0a}c^2}_{m_a c^2} + \underbrace{E_{kX} + m_{0X}c^2}_{m_X c^2} = \underbrace{E_{kY} + m_{0Y}c^2}_{m_Y c^2} + \underbrace{E_{kb} + m_{0b}c^2}_{m_b c^2} = E'$
- zo ZZ energie vyplýva ZZ hmotnosti: zachováva sa súčet relativistických hmotností všetkých častíc zúčastňujúcich sa na reakcii (súčet pokojových hmotností m_0 sa nezachováva):
    - $m_a c^2 + m_X c^2 = m_Y c^2 + m_b c^2$
      $m_a + m_X = m_Y + m_b$
- pri jadrových reakciách často vznikajú fotóny *γ*. Potom pre hybnosť, hmotnosť a energiu fotónov platí:
    - $p = \dfrac{E}{c}$, $m = \dfrac{E}{c^2}$, $E = hf$

6.4.3 ZZ elektrického náboja a počtu nukleónov

- *ZZ elektrického náboja*:
    - náboj častice zapisujeme ako $q = Ze$
    - $Z = Z_a + Z_X = Z_Y + Z_b = Z'$
- *ZZ počtu nukleónov*:
    - počet nukleónov sa označuje *A* (pre elektrón, fotón platí: $A = 0$)
    - $A = A_a + A_X = A_Y + A_b = A'$

6.5 zákony zachovania v relativistickej fyzike

- pre rýchlosti väčšie ako 0,3 c neplatia zákony klasickej fyziky

6.5.1 ZZ hmotnosti

- celková relativistická hmotnosť izolovanej sústavy telies zostáva pri všetkých dejoch prebiehajúcich vnútri tejto sústavy konštantná

- hmotnosť telesa závisí od veľkosti rýchlosti, ktorou sa pohybuje podľa vzťahu:
    - $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, kde m_o je pokojová hmotnosť telesa (hmotnosť telesa vzhľadom na vzťažnú sústavu, v ktorej je teleso v pokoji – je to najmenšia hmotnosť)
- pozorovateľ spojený so sústavou, ktorá je v pohybe, nezistí zmenu hmotnosti telesa

6.5.2 ZZ hybnosti

- celková relativistická hybnosť izolovanej sústavy telies (hmotných bodov) sa pri procesoch prebiehajúcich vnútri sústavy nemení
- pre hybnosť pri veľkých rýchlostiach platí:
    - $\vec{p} = m\vec{v} = \dfrac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

6.5.3 ZZ celkovej energie

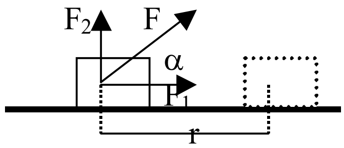
- celková energia izolovanej sústavy telies ostáva pri všetkých dejoch prebiehajúcich vnútri izolovanej sústavy konštantná
- pre hmotnosť telesa platí:
    - $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = m_0\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0\left(1+\dfrac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \dfrac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \dfrac{\Delta E_K}{c^2} / .c^2$
- z tohto vzťahu pre celkovú energiu telesa platí:
    - $mc^2 = m_0 c^2 + \Delta E_K$
      $E = E_0 + \Delta E_K$
        - $E=mc^2$ je celková energia telesa
        - $E_0=m_0c^2$ je pokojová energia telesa
        - ΔE_K je kinetická energia telesa

7 Druhy energie a ich vzájomné premeny

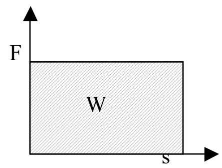
- veličina energia charakterizuje istý stav sústavy (stavová veličina)
- energia sa mení pri interakcii sústavy s okolím a pri dejoch vnútri sústavy
- ***energia*** je to schopnosť konať prácu

7.1 mechanická práca

- veličina práca dej charakterizuje dej, pri ktorom nastáva premena alebo prenos energie
- ak pôsobením nenulovej sily $\vec{F}$ spôsobíme nenulový pohyb (posunutie $\vec{r}$), pre vykonanú prácu platí:



  - $dW = \vec{F}.d\vec{r} \Rightarrow dW = F.ds.\cos\alpha$
  - $W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}.d\vec{r}$, $[W] = N.m = J$
  - jednotkou práce je ***joule*** (joule je práca, ktorú vykoná sila *1N* pôsobiaca v smere posunutia po dráhe *1m*)
- rozlišujeme tri prípady:
  - $\alpha=0$
    - $W = \int F.ds$
  - $\alpha\neq0$
    - $W = \int F.\cos\alpha.ds$
  - $F=konšt.$
    - $W = \int F.ds = F\int_{s_1}^{s_2} ds = F(s_2 - s_1) = F.\Delta s$
- vykonanú prácu môžeme graficky znázorniť pomocou ***pracovného diagramu***
  - práca vykonaná pôsobiacou silou je znázornené v pracovnom diagrame obsahom vyšrafovanej časti



- ***výkon:***
  - výkon je definovaný ako podiel vykonanej práce *W* za čas *t*
    - $P = \frac{W}{t}$, $[P] = J.s^{-1} = W$
    - jednotkou výkonu je ***watt***
  - pre jednotku práce platí:
    - $J = W.s$, $1kWh=3,6.10^6J$
  - pre výkon pri rovnomernom konaní práce platí:
    - $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = F\frac{s}{t} = Fv$
- ***účinnosť:***
  - účinnosť je definovaná ako podiel užitočnej práce *W*, t.j. práce, ktorú stroj skutočne vykoná, a práce W_0,ktorú by mal stroj vykonať na základe dodanej energie
    - $\eta = \frac{W}{W_0}.100\%$ alebo $\eta = \frac{P}{P_0}.100\%$

7.2 mechanická energia

- k mechanickej energii zaraďujeme ***kinetickú energiu*** a ***potenciálnu energiu***
- súčet kinetickej a potenciálnej energie sa nazýva ***celková mechanická energia***

- v izolovaných sústavách platí ***zákon zachovania mechanickej energie***
  - $E_p + E_K = konšt.$

7.2.1 kinetická energia

- ak na hmotný bod s hmotnosťou m pôsobí sila $\vec{F}$, hmotný bod sa pohybuje priamočiaro rovnomerne zrýchlene. Za čas t prejde dráhu $s = \frac{1}{2}at^2$ a bude mať rýchlosť $v = at$. Sila, ktorá pôsobí na hmotný bod po dráhe s, vykoná prácu W, pre ktorú platí:
  - $W = E_K = Fs = ma\frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \frac{1}{2}mv^2$
- vyjadrenie kinetickej energie pomocou integrálneho počtu (hmotný bod má na začiatku rýchlosť v_1, pôsobením sily sa jeho rýchlosť zväčšila na v_2)
  - $W = \int_{s_1}^{s_2} F.ds = \int m.a.ds = \int m.\frac{dv}{dt}.ds = \int m.dv.\frac{ds}{dt} = m.\int_{v_1}^{v_2} v.dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_v^2 = E_{K2} - E_{K1}$
- ak hmotný bod mal na začiatku nenulovú rýchlosť v_1 pôsobením sily $\vec{F}$ sa jeho rýchlosť zvýšila na hodnotu v_2, tak nastala zmena kinetickej energie
  - $\Delta E_K = E_{K2} - E_{K1}$
- táto zmena kinetickej energie sa rovná práci, ktorú vykonala pôsobiaca sila
  - $W = \Delta E_K$
- pre kinetickú energiu v ***relativistickej dynamike*** platí:
  - $\Delta E_K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$

7.3 energia telies v gravitačnom poli

7.3.1 potenciálna energia

- ak zdvihneme teleso z nulovej výšky do výšky h, tak teleso má potenciálnu energiu, ktorá sa rovná vykonanej práci
  - $W = E_p = \int_0^h F.dh = \int_0^h m.g.dh = m.g.\int_0^h dh = m.g.h$
  - nezávisí po akej trajektórii zdvihneme teleso do výšky h
- miesta, v ktorých má teleso rovnakú potenciálnu energiu, sa nazývajú ***hladiny potenciálnej energie***
- hodnota potenciálnej energie závisí od voľby nulovej hladiny potenciálnej energie
- gravitačná potenciálna energia telesa s hmotnosťou m v istom mieste gravitačného poľa je určená prácou, ktorú vykoná gravitačná sila pri premiestnení tohto telesa z daného miesta na povrch Zeme (nezávisle od trajektórie)
  - $E_p = W$

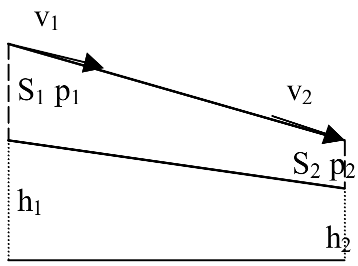
7.3.2 práca v homogénnom gravitačnom poli

- pre gravitačnú silu, podobne ako pre tiažovú silu, platí, že práca, ktorú vykonajú gravitačné sily medzi bodmi A a B, nezávisí od trajektórie, po ktorej sa pohybuje, ale iba od začiatočnej a konečnej výšky telesa vzhľadom na Zem
  - $W = F_g(h_1 - h_2) = mK(h_1 - h_2)$

7.4 energia mechanického oscilátora

- kmitavý pohyb spôsobuje sila:
  - $F = ky$
- pre potenciálnu energiu napnutej pružiny platí:
  - $W = \int_0^y F.dy = \int_0^y ky.dy = k\int_0^y y.dy = \frac{1}{2}ky^2 = E_p$
- pri kmitaní platí ***zákon zachovania energie*** (periodicky sa mení potenciálna energia oscilátora na kinetickú energiu a naopak). Celková energia oscilátora je konštantná a v každom okamihu sa rovná súčtu potenciálnej a kinetickej energie
  - $E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}my_m^2\omega^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t \Rightarrow$
  - $E_k + E_p = \frac{1}{2}ky_m^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}ky_m^2\overbrace{\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right)}^{1} = \frac{1}{2}ky_m^2$
  - keď teleso dosiahne amplitúdu výchylky, je kinetická energia nulová, teda celú energiu tvorí potenciálna energia, pre ktorú platí:
    - $E_p = \frac{1}{2}ky_m^2$

7.5 energia prúdiacej vody

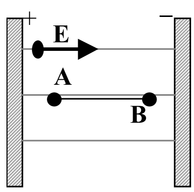


- kvapalina prúdiaca v trubici má tlakovú energiu, potenciálnu energiu a kinetickú energiu pripadajúcu na jednotkový objem
- platí rovnica:
  - $p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = konšt.$
  - táto rovnica vyjadruje ***zákon zachovania energie prúdiacej kvapaliny*** (***Bernoulliho rovnica***)
- ak kvapaliny prúdi vo vodorovnej trubici, platí:
  - $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

7.6 energia elektrického poľa

7.6.1 práca a potenciálna energia

- keď vložíme do istého miesta elektrického poľa s intenzitou E náboj Q (kladný alebo záporný), pôsobí naň elektrická sila:
  - $\vec{F}_e = Q\vec{E}$



- pre ***prácu*** síl v homogénnom elektrickom poli platí:
  - $W = F_e(d_1 - d_2) = \left|Q\vec{E}\right|d$, kde d je vzájomná vzdialenosť začiatočnej a konečnej polohy náboja
  - podobne ako v gravitačnom poli ani v elektrickom poli nezávisí vykonaná práca od trajektórie, ale od vzájomnej vzdialenosti d miest A a B
- bodový náboj v elektrickom poli má istú ***elektrickú potenciálnu energiu***:
  - elektrická potenciálna energia E_p náboja Q v istom mieste elektrického poľa je určená prácou, ktorú vykoná elektrická sila pri premiestnení náboja z daného miesta na povrch Zeme (nezávislé od trajektórie)

7.6.2 práca a výkon v obvode s konštantným prúdom

- ***práca vo vonkajšej časti obvodu:***
  - keď sa z jednej premiestnia častice s celkovým nábojom Q vonkajšej časti obvodu na druhú svorku zdroja, vykonajú sily elektrického poľa prácu:
    - $W = QU = UIt = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t$
- ***Joulovo teplo:***
  - práca spojená s prenosom častíc vo vonkajšej časti obvodu sa prejaví zahriatím vodiča, jeho pohybom alebo inou zmenou:
    - $Q = W = UIt = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t$
- ***práca neelektrostatických síl:***
  - táto práca je mierou energie, ktorú dodá zdroj do uzavretého obvodu:
    - $W_z = U_e Q = U_e It = \frac{U_e^2 t}{R + R_i}$
- ***výkon zdroja:***
  - $P_z = \frac{W_z}{t} = U_e I = \frac{U_e^2}{R + R_i} = (R + R_i) I^2$
- ***výkon konštantného prúdu I (príkon spotrebiča):***
  - $P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = RI^2$
- ***účinnosť zdroja:***
  - $\eta_z = \frac{W}{W_z} = \frac{P}{P_z} = \frac{UIt}{U_e It} = \frac{R}{R + R_i}$

7.6.3 energia elektrického poľa nabitého kondenzátora

- pri nabíjaní platňového kondenzátora sa koná práca. Postupným prenášaním náboja na jednu z platní kondenzátora zväčšuje sa celkový náboj Q tejto platne, čím sa zväčšuje aj napätie U medzi platňami
- pre vykonanú prácu platí:
  - $W = \int F.ds = \int EQ.ds = \int Q.dU = \int CU.dU = C\int_0^U U.dU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU$

7.7 energia magnetického poľa cievky

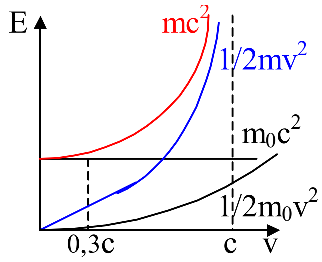
- v jednoduchom obvode je zapojená cievka (bez jadra) s indukčnosťou L. Po zapnutí spínača sa prúd v cievke zväčšuje z nulovej hodnoty a po istom čase dosiahne hodnotu zodpovedajúcu ustálenému stavu. Súčasne sa tvorí magnetické pole cievky, pritom sa v cievke indukuje elektromotorické napätie $U_i = -L\frac{dI}{dt}$. Za veľmi krátku dobu dt sa prúd v cievke zväčšil o dI a energia magnetického poľa cievky sa zväčšila o dE_m. Túto energiu získalo magnetické pole cievky premenou veľkej časti elektrickej energie zdroja. Elektrické sily pôsobiace na voľné elektróny vo vodiči cievky vykonali pri tejto zmene prácu, ktorej veľkosť sa rovná práve dE_m. Veľkosť tejto práce je daná súčinom veľkosti elektromotorického napätia indukovaného v cievke, prúdu v cievke a doby dt:
  - $W = \int UI.dt = \int \frac{L.dI}{dt} I.dt = L\int I.dI = \frac{1}{2} LI^2$

7.8 energia molekulového pohybu

- každé teleso má energiu, ktorá súvisí s jeho vnútornou časticovou štruktúrou, preto sa volá ***vnútorná energia telesa***
- vnútornou energiou U telesa (sústavy) nazývame súčet celkovej kinetickej energie neusporiadane sa pohybujúcich častíc telesa (molekúl, atómov a iónov) a celkovej potenciálnej energie vzájomnej polohy týchto častíc
- vnútorná energia telesa nie je všeobecne konštantnou veličinou. Deje, pri ktorých mení vnútorná energia telesa, možno rozdeliť do dvoch skupín:
  - deje, pri ktorých sa mení vnútorná energia ***konaním práce***
    - napr. trenie dvoch telies, stláčanie plynu
    - pri dejoch, ktoré prebiehajú v izolovanej sústave telies, zostáva súčet kinetickej, potenciálnej a vnútornej energie telies konštantný
  - deje, pri ktorých zmena vnútornej energie nastáva ***tepelnou výmenou***
    - tepelná výmena je dej, pri ktorom neusporiadane sa pohybujúce častice teplejšieho telesa narážajú na častice studenšieho telesa a odovzdávajú im časť svojej energie (tepelná výmena prebieha medzi telesami, ktoré sa dotýkajú – ***tepelná výmena vedením***, ale môže prebiehať aj medzi telesami, ktoré sa nedotykajú – prostredníctvom tepelného žiarenia – ***tepelná výmena žiarením***)
    - keď teplejšie teleso odovzdá studenšiemu tepelnou výmenou energiu, hovoríme, že teplejšie teleso studenšiemu odovzdalo ***teplo*** (teplo je zmena vnútornej energie molekulovej sústavy); jednotkou tepla je ***joule***
- *prvý termodynamický zákon:* zmena vnútornej energie sústavy ΔU sa rovná súčtu práce W vykonanej okolitými telesami, ktoré pôsobia na sústavu silami a tepla Q odovzdaného okolitými telesami sústave
  - $U = W + Q$

7.9 súvislosť medzi energiou a hmotnosťou

- v relativistickej dynamike hmotnosť telesa závisí od rýchlosti, ktorou sa teleso pohybuje; pre hmotnosť platí:
  - $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
- pre malé hodnoty pomeru $\dfrac{v}{c}$ platí:
  - $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = m_0\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0\left(1+\dfrac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \dfrac{m_0 v^2}{2c^2} = m_0 + \dfrac{\Delta E_K}{c^2} \,/ .c^2 \Rightarrow$
  - $E = E_0 + \Delta E_K$
    - $E = mc^2$ je celková energia telesa
    - $E_0 = m_0 c^2$ je pokojová energia telesa
    - ΔE_K je kinetická energia telesa



8 Základné poznatky molekulovokinetickej teórie látok

- metódy skúmania vlastností látok:
  - ***termodynamická metóda (fenomenologická)***: vychádza z opusu javov, z meraní veličín a neopiera sa o nijaký model časticového zloženia látok
  - ***štatistická metóda***: vychádza z vnútornej štruktúry látok a ich vlastnosti vysvetľuje ako dôsledok pohybu a vzájomného pôsobenia častíc (využíva poznatky z teórie pravdepodobnosti a matematickej štatistiky)

8.1 kinetická teória stavby látok

- kinetická teória sa zakladá na troch experimentálne overených poznatkoch:
  - látka akéhokoľvek skupenstva sa skladá z častíc – ***molekúl, atómov alebo iónov***. priestor, ktorý teleso z danej látky zaberá, nie je týmito časticami bez zvyšku vyplnený – hovoríme o ***nespojitej (diskrétnej)štruktúre látky***
  - častice sa v látke pohybujú, ich pohyb je ***ustavičný a neusporiadaný (chaotický)***. Pri posuvnom, otáčavom alebo kmitavom pohybe častíc (pri telese, ktoré je v pokoji) neprevláda v danom okamihu žiadny smer (častice sa v látke pohybujú rýchlosťami rozličných smerov a veľkostí) – táto forma pohybu sa volá ***tepelný pohyb***
  - častice na seba navzájom pôsobia príťažlivými a súčasne odpudivými silami; veľkosť týchto síl závisí od vzdialenosti medzi časticami
- častice majú kinetickú aj potenciálnu energiu; pre vnútornú energiu neusporiadaného (chaotického) pohybu častíc platí:
  - $U = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} + \sum_{i=1}^{n} E_{pi}$

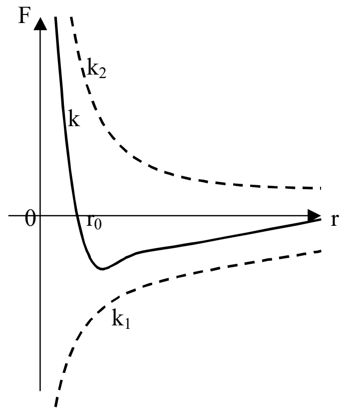
8.1.1 dôkazy neusporiadaného pohybu častíc v látkach

- ***difúzia:***
  - samovoľné prenikanie častíc jednej tekutiny medzi častice druhej tekutiny
  - difúzia sa vysvetľuje neustálym a neusporiadaným pohybom častíc, z ktorých sú tekutiny zložené; pri vyššej teplote difundujúcich tekutín pozorujeme rýchlejší priebeh difúzie
- ***tlak plynu:***
  - neustály pohyb molekúl plynu uzavretého v nádobe spôsobuje ustavičné zrážky týchto molekúl s molekulami vnútorných stien nádoby (príp. s molekulami povrchu telesa, ktoré sú vnútri plynu); tento jav je príčinou tlakových síl a tlaku plynu
- ***Brownov pohyb:***
  - v štruktúre látky si vyberieme jednu časticu a pozorujeme jej pohyb
  - keď je rozmer častice veľmi veľký, naráža na ňu súčasne v rozličných smeroch veľký počet molekúl, preto sa ich silové pôsobenie na Brownovu časticu ruší a častica sa znateľne nepohybuje
  - keď je rozmer Brownovej častice malý, naráža na ňu súčasne menší počet molekúl a silové pôsobenie sa už nemôže vyrovnať, preto na častice pôsobí v každom okamihu výsledná tlaková sila, ktorá spôsobuje, že častica koná nepravidelné posuvné i otáčavé pohyby

8.1.2 častice v silovom poli susedných častíc

- atómy toho istého prvku alebo rozličných prvkov môžu utvoriť molekulu, ktorej atómy sú navzájom viazané silami, ktoré nazývame ***väzbové sily***
- väzbové sily existujú aj medzi molekulami v kvapalinách; tieto sily sú zvyčajne menšie, ako väzbové sily medzi atómami tvoriacimi molekulu

- na obr. je krivkou k_1 znázornená zmena veľkosti príťažlivej sily F_1 so vzdialenosťou r medzi časticami. Zmena veľkosti odpudivej sily F_2 je znázornená krivkou k_2. Veľkosť príťažlivej sily sa nanáša pod vodorovnú os, veľkosť odpudivej sily nad ňu
- keďže na každú časticu látky pôsobí iná častica súčasne silami F_1 a F_2, môžeme obe sily zložiť a dostaneme ich výslednicu; priebeh veľkosti výslednej sily je znázornený krivkou k
- pri istej vzdialenosti r_0 medzi časticami je výsledná pôsobiaca sila na každú časticu nulová; obe častice sú navzájom v rovnovážnej polohe
- vo vzdialenosti väčšej ako r_0 je výsledná sila príťažlivá. Jej účinok sa so zväčšujúcou vzdialenosťou rýchlo zmenšuje, preto je každá častica priťahovaná iba najbližšími časticami vo svojom okolí – hovoríme, že na ňu pôsobia iba silové polia najbližších častíc



- vo vzdialenosti menšej ako r_0 pôsobí na časticu výsledná odpudivá sila, ktorá sa so zmenšujúcou vzdialenosťou veľmi rýchlo zväčšuje
- sily, ktorými na seba pôsobia častice, určujú aj vzájomnú polohu častíc v molekulách
- sústava častíc má potenciálnu energiu; pri rovnovážnej polohe častíc sa táto energia nazýva väzbová energia

8.2 látkové množstvo

- ***relatívna (pomerná) atómová hmotnosť A_r:***
  - $A_r = \frac{m_a}{m_u}$, kde m_a je pokojová hmotnosť atómu a $\boldsymbol{m_u}$ je ***atómová hmotnostná konštanta***, ktorá je definovaná ako $\frac{1}{12}$ hmotnosti m_c atómu uhlíka ${}^{12}_{6}C$, teda $\boldsymbol{m_u=1{,}660\,5\,.\,10^{-27}\,kg}$
- ***relatívna (pomerná) molekulová hmotnosť M_r:***
  - molekula je sústava stabilne viazaných atómov schopná samostatnej existencie
  - $M_r = \frac{m_m}{m_u}$, kde m_m je pokojová hmotnosť molekuly
  - relatívna molekulová hmotnosť sa rovná súčtu relatívnych hmotností atómov, ktoré tvoria molekulu
- ***látkové množstvo n:***
  - $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M_m}$, kde N je počet častíc; $\boldsymbol{N_A}$ je ***Avogadrova konštanta***, pre ktorú platí $N_A=6{,}02\,.\,10^{23}\,mol^{-1}$; m je hmotnosť telesa z rovnorodej látky a M_m je molová hmotnosť
  - sústava častíc má látkové množstvo 1 mol, ak obsahuje práve toľko častíc, koľko atómov je v nuklide uhlíka ${}^{12}_{6}C$ s hmotnosťou 0,012 kg
  - pre molovú hmotnosť platí:
    - $M_m = M_r.10^{-3}\,kg.mol^{-1}$
- ***molový objem V_m:***
  - $V_m = \frac{V}{n}$, kde V je objem telesa za daných podmienok a n zodpovedajúce látkové množstvo

8.3 modely štruktúr látok rozličných skupenstiev

- ***plynná látka:***
  - molekuly plynu sa skladajú z jedného alebo niekoľkých atómov, majú rozličné tvary a rozmery. Za normálnych podmienok sú stredné vzdialenosti medzi molekulami plynu

v porovnaní s rozmermi molekúl veľké (3 nm); pri týchto vzdialenostiach sú príťažlivé sily medzi molekulami malé
    - molekuly plynu sa ustavične pohybujú v rozličných smeroch a rôzne veľkými rýchlosťami; zmena smeru a veľkosti nastáva v dôsledku zrážok molekúl s inými molekulami (príčinou je odpudivá sila medzi molekulami pri malých vzdialenostiach). Medzi jednotlivými zrážkami sa molekuly pohybujú približne rovnomerne priamočiaro. Viacatómové molekuly plynu okrem posuvného pohybu konajú aj rotačný pohyb a atómy vnútri týchto molekúl ustavične kmitajú.
    - celková kinetická energia sústavy molekúl plynu zahŕňa kinetickú energiu molekúl, ktoré konajú neusporiadaný posuvný pohyb a rotačný pohyb a kinetickú energiu kmitajúcich atómov v molekulách. Absolútna hodnota celkovej potenciálnej energie je vždy oveľa menšia ako celková kinetická energia tohto istého plynu.
- ***pevná látka:***
    - väčšina pevných látok je zložená z častíc s pravidelným usporiadaním – častice tvoria kryštalickú štruktúru. Niektoré látky nemajú pravidelné usporiadanie – sú to *amorfné látky*.
    - stredná vzdialenosť medzi časticami pevnej látky je asi 0,2 nm až 0,3 nm. Vzájomné príťažlivé sily medzi časticami spôsobujú, že pevná látka na rozdiel od plynu tvorí teleso istého tvaru a objemu. Ak na teleso nepôsobí vonkajšia sila a ak sa nemení teplota, zostáva tvar aj objem telesa z pevnej látky zachovaný.
    - častice, ktoré tvoria pevnú látku, konajú okolo svojich rovnovážnych polôh kmitavé pohyby. Absolútna hodnota celkovej potenciálnej energie sústavy častíc je väčšia ako celková kinetická energia častíc, ktoré konajú kmitavý pohyb.
- ***kvapalná látka:***
    - molekuly kvapaliny sa nepohybujú tak voľne ako molekuly plynu. Stredná vzdialenosť medzi časticami je približne 0,2 nm. Vzájomné pôsobenie molekúl nie je také silné, aby všetky molekuly boli navzájom viazané.
    - každá molekula kvapaliny v silovom poli susedných molekúl kmitá okolo rovnovážnej polohy, ktorá sa s časom mení. Keď je kvapalina v pokoji, preskoky molekúl z jednej rovnovážnej polohy do druhej sa dejú všetkými možnými smermi. Preto kvapalina je tekutá, nezachováva si svoj smer.
    - absolútna hodnota potenciálnej energie je rádovo porovnateľná s celkovou kinetickou energiou častíc
- ***plazma:***
    - považujeme ju za štvrté skupenstvo
    - je to sústava elektricky nabitých častíc (elektrónov, iónov) a neutrálnych častíc; súbor častíc je navonok neutrálny

8.4 rovnovážny stav termodynamickej sústavy

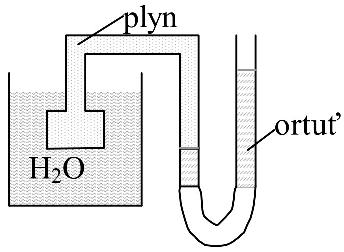
- teleso alebo skupina telies, ktorých stav skúmame, nazýva sa ***termodynamická sústava***. Veličiny, ktorými je určený stav, napr. tlak, teplota, objem energia, sú ***stavové veličiny***
- sústava, v ktorej neprebieha výmena energie s okolím a ktorej chemické zloženie a hmotnosť zostávajú konštantné, nazýva sa ***izolovaná sústava***
- každá sústava, ktorá je od istého okamihu v nemenných vonkajších podmienkach, prejde po istom čase samovoľne do rovnovážneho stavu, v ktorom zotrvá, kým sa podmienky nezmenia

8.5 termodynamická teplota

- ***teplota*** je funkcia stavu látky
- ***Celziova teplotná stupnica:***
    - má dve základné teploty: 0 °C (rovnovážny stav sústavy ľad + voda) a 100 °C (rovnovážny stav sústavy voda + nasýtený vodná para)

- medzi týmito teplotami je stupnica rozdelená na rovnakých dielikov; jeden dielik na stupnici zodpovedá jednému ***Celziovmu stupňu – °C***
- voľba teplotnej stupnice závisí od voľby teplomernej látky

- ***termodynamická teplotná stupnica:***
  - má jednu základnú teplotu, a to teplotu rovnovážneho stavu sústavy ľad + voda + nasýtená para; tento rovnovážny stav sa volá ***trojný bod vody*** a dohodou sa mu priradila termodynamická teplota $T_r = 273{,}16\ K$
  - jednotkou termodynamickej teploty je ***Kelvin*** (Kelvin definujeme ako 273,16 časť termodynamickej teploty trojného bodu vody)
  - pre Celziovu teplotu platí:
    - $t = (\{T\} - 273{,}15)°C$
  - termodynamickú teplotu môžeme merať pomocou *plynového teplomera*



    - skladá sa z nádoby naplnenej plynom, ktorá je spojená úzkou rúrkou s otvoreným kvapalinovým manometrom. Manometer má jedno rameno pohyblivé v zvislom smere, aby sa udržiaval stály objem plynu
    - pre termodynamickú teplotu platí:
      - $T = \frac{T_r}{p_r} p$, kde T_r a p_r je teplota a tlak trojného bodu vody

8.6 vnútorná energia telesa

- každé teleso má energiu, ktorá súvisí s jeho vnútornou časticovou štruktúrou, preto sa volá ***vnútorná energia telesa***
- vnútornou energiou U telesa (sústavy) nazývame súčet celkovej kinetickej energie neusporiadane sa pohybujúcich častíc telesa (molekúl, atómov a iónov) a celkovej potenciálnej energie vzájomnej polohy týchto častíc
- vnútorná energia telesa nie je všeobecne konštantnou veličinou. Deje, pri ktorých mení vnútorná energia telesa, možno rozdeliť do dvoch skupín:
  - deje, pri ktorých sa mení vnútorná energia ***konaním práce***
    - napr. trenie dvoch telies, stláčanie plynu
    - pri dejoch, ktoré prebiehajú v izolovanej sústave telies, zostáva súčet kinetickej, potenciálnej a vnútornej energie telies konštantný
  - deje, pri ktorých zmena vnútornej energie nastáva ***tepelnou výmenou***
    - tepelná výmena je dej, pri ktorom neusporiadane sa pohybujúce častice teplejšieho telesa narážajú na častice studenšieho telesa a odovzdávajú im časť svojej energie (tepelná výmena prebieha medzi telesami, ktoré sa dotýkajú, ale môže prebiehať aj medzi telesami, ktoré sa nedotýkajú – prostredníctvom tepelného žiarenia)
    - keď teplejšie teleso odovzdá studenšiemu tepelnou výmenou energiu, hovoríme, že teplejšie teleso studenšiemu odovzdalo ***teplo*** (teplo je zmena vnútornej energie molekulovej sústavy); jednotkou tepla je ***joule***

8.6.1 merná tepelná kapacita

- keď teleso prijme teplo Q tepelnou výmenou, zväčší sa jeho vnútorná energia o hodnotu ΔU; ak nenastane súčasne zmena skupenstva látky, zvýši sa teplota o ΔT, potom pre ***tepelnú kapacitu*** telesa platí:
  - $C = \frac{Q}{\Delta T}$, $[C] = J.K^{-1}$
- pre ***mernú tepelnú kapacitu*** platí:
  - $c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m.\Delta T}$, $[c] = J.kg^{-1}.K^{-1}$, kde m je hmotnosť telesa

- z toho platí:
  - $Q = cm.\Delta T$
  - teplo, ktoré prijme teleso, je priamo úmerné hmotnosti m telesa a prírastku teploty
- ***zmiešavací kalorimeter*** je tepelne izolovaná nádoba s miešačkou a teplomerom
  - keď v kalorimetri je voda s hmotnosťou m_2, teplotou t_2 a mernou tepelnou kapacitou c_2 vložíme teleso s hmotnosťou m_1, teplotou t_1 (pričom $t_1 > t_2$) z materiálu s mernou tepelnou kapacitou c_1, tak po určitom čase nastane tepelná rovnováha; platí:
    - $Q_1 = Q_2 \Rightarrow c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2) i$
  - počas tepelnej výmeny sa zohreje aj kalorimeter a jeho súčasti, potom pre upravenú rovnicu platí:
    - $c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2) + C(t - t_2)$, kde C je tepelná kapacita kalorimetra

8.6.2 prvý termodynamický zákon

- *prvý termodynamický zákon:* zmena vnútornej energie sústavy ΔU sa rovná súčtu práce W vykonanej okolitými telesami, ktoré pôsobia na sústavu silami a tepla Q odovzdaného okolitými telesami sústave
  - $U = W + Q$
  - keď konaním práce alebo tepelnou výmenou sústava energiu prijíma, považujeme prácu vykonanú okolitými telesami pôsobiacimi na sústavu silami a teplo prijaté sústavou za kladné veličiny
  - keď sústava konaním práce alebo tepelnou výmenou okolitým telesám energiu odovzdáva, považujeme prácu vykonanú okolitými telesami a teplo odovzdané okolitým telesám za záporné veličiny
- keď prácu W, ktorú vykonajú okolité telesa, nahradíme prácou W', ktorú vykoná sústava tým, že pôsobí na okolité telesá rovnako veľkou silu opačného smeru, pričom platí $W=W'$, pre prvý termodynamický zákon platí:
  - $O = \Delta U + W'$
  - teplo Q dodané sústave sa rovná súčtu zmeny jej vnútornej energie ΔU a práce W', ktorú vykoná sústava

8.7 teplotná rozťažnosť

8.7.1 teplotná rozťažnosť pevných telies

- pri zmene teploty pevného telesa menia sa jeho rozmery
- ***dĺžková rozťažnosť:***
  - predpokladajme, že dané teleso v tvare tyče má začiatočnú teplotu t_1 a začiatočnú dĺžku l_1. teplota tyče sa zmení na hodnotu t, takže zmena teploty je $\Delta t = t - t_1$. Zodpovedajúcu zmenu dĺžky tyče označíme $\Delta l = l - l_1$, potom pre zmenu dĺžky tyče platí:
    - $\Delta l = \alpha l_1.\Delta t \Rightarrow l = l_1(1 + \alpha.\Delta t)$, kde $\boldsymbol{\alpha}$ je ***súčiniteľ teplotnej dĺžkovej rozťažnosti***, jednotkou je K^{-1}
- ***obsahová rozťažnosť:***
  - platí:
    - $S = S_0(1 + 2\alpha.\Delta t)$
- ***objemová rozťažnosť:***
  - platí:
    - $V = V_0(1 + \beta.\Delta t)$, kde $\boldsymbol{\beta}$ je ***súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti***, zároveň platí $\beta = 3\alpha$

8.7.2 teplotná objemová rozťažnosť kvapalín

- pri väčšine kvapalín sa objem so zvyšujúcou teplotou zväčšuje

- pre nie veľmi veľké teplotné rozdiely je objem V kvapaliny za stáleho vonkajšieho tlaku určený vzťahom:
    - $V = V_0(1 + \beta.\Delta t)$, kde $\boldsymbol{\beta}$ je ***súčiniteľ teplotnej objemovej rozťažnosti kvapaliny***
- pre väčšie teplotné rozdiely pre zmenu objemu platí:
    - $V = V_0\left(1 + \beta_1.\Delta t + \beta_2(\Delta t)^2\right)$
- so zmenou teploty sa mení aj hustota kvapaliny:
    - $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{V_0(1 + \beta.\Delta t)} = \dfrac{\rho_0}{1 + \beta.\Delta t}\dfrac{1 - \beta.\Delta t}{1 - \beta.\Delta t} = \dfrac{\rho_0(1 - \beta.\Delta t)}{1 - \beta^2.(\Delta t)^2} = \rho_0(1 - \beta.\Delta t)$
- jednou z výnimiek je voda v intervale od 0 °C do 3,98 °C; v tomto intervale so zvyšujúcou teplotou objem vody klesá; táto vlastnosť vody sa nazýva ***anomália vody*** (voda má pri 3,98 °C najväčšiu hustotu); pri ďalšom zvyšovaní teploty sa stredná vzdialenosť molekúl aj objem vody zväčšuje

9 Štruktúra a vlastnosti plynov

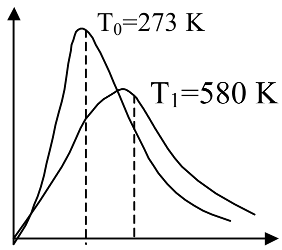
9.1 ideálny plyn

- pri odvodzovaní zákonov platných pre plyn sa namiesto reálneho plynu zavádza zjednodušený model, ktorý nazývame ***ideálny plyn***
- o molekulách ideálneho plynu vyslovujeme tri predpoklady:
    - rozmery molekúl ideálneho plynu sú zanedbateľne malé v porovnaní so strednou vzdialenosťou molekúl
    - molekuly ideálneho plynu nepôsobia na seba navzájom príťažlivými silami
    - vzájomné zrážky molekúl ideálneho plynu a zrážky týchto molekúl so stenou nádoby sú dokonale pružné
- v každom okamihu sa prevažná časť molekúl ideálneho plynu pohybuje voľne rovnomerným priamočiarym pohybom
- keďže molekuly ideálneho plynu nepôsobia na seba navzájom silami, je potenciálna energia sústavy molekúl ideálneho plynu nulová. Vnútorná energia ideálneho plynu sa rovná súčtu kinetických energií jeho molekúl pohybujúcich sa neusporiadaným posuvným pohybom
- pri ***normálnych podmienkach*** ($t_n=0\ °C$, $p_n=1{,}013\ 25\ .\ 10^5\ Pa$) možno väčšinu plynov s dostatočným stupňom presnosti považovať za ideálny plyn

9.2 stavové veličiny

9.2.1 rozdelenie molekúl plynu podľa rýchlosti

- všetky molekuly plynu, ktorý je v rovnovážnom stave, nemajú v istom okamihu rovnakú rýchlosť. To je spôsobené tým, že vzájomnými zrážkami molekúl sa ustavične mení veľkosť a smer ich rýchlosti
- veľkosť rýchlosti molekúl plynu možno merať napr. Lammertovým pokusom. Takto experimentálne môžeme určiť rozdelenie molekúl podľa rýchlostí, teda aj ***najpravdepodobnejšiu rýchlosť pohybu molekúl*** (rýchlosť, ktorou sa pohybuje najviac molekúl)
- rozdelenie rýchlosti molekúl daného plynu pri zvolenej teplote môžeme znázorniť použitím ***histogramu***. Na vodorovnú os sa nanáša zvolený interval rýchlosti Δv, na zvislú k nim prislúchajúce relatívne početnosti molekúl $\frac{\Delta N}{N}$. Ak sú intervaly rýchlosti veľmi malé, dostaneme spojitú krivku, ktorá sa volá ***graf rozdelenia molekúl podľa rýchlosti***. Pri vyššej teplote je relatívna početnosť molekúl s veľkými rýchlosťami väčšia.



9.2.2 stredná kvadratická rýchlosť

- okamžitá rýchlosť molekuly pohybujúcej sa neusporiadaným posuvným pohybom je náhodná veličina, ktorá pre poznanie vlastností plynu nemá význam, a preto sa zavádza štatistická veličina ***stredná kvadratická rýchlosť***, ktorá je zvolená tak, aby celková kinetická energia sústavy molekúl sa nezmenila
- predpokladáme, že plyn uzavretý v nádobe obsahuje N molekúl rovnakej hmotnosti m_0. z tohto počtu má v dôsledku neusporiadaného posuvného pohybu ΔN_1 molekúl veľkosť rýchlosti v hraniciach v_1, $v_1+\Delta v$; ΔN_2 molekúl veľkosť rýchlosti v hraniciach v_2, $v_2+\Delta v$; až ΔN_i molekúl veľkosť rýchlosti v hraniciach v_i, $v_i+\Delta v$. Celková kinetická energia molekúl konajúcich neusporiadaný posuvný pohyb je:
    - $E_K = \frac{1}{2} m_0 \left(\Delta N_1 v_1^2 + \Delta N_2 v_2^2 + \ldots + \Delta N_i v_i^2 \right)$

- podľa definície strednej kvadratickej rýchlosti vyplýva:
  - $N\frac{1}{2}m_0 v_k^2 = \frac{1}{2}m_0\left(\Delta N_1 v_1^2 + \Delta N_2 v_2^2 + \ldots + \Delta N_i v_i^2\right) \Rightarrow$
  - $v_k^2 = \frac{\Delta N_1 v_1^2 + \Delta N_2 v_2^2 + \ldots + \Delta N_i v_i^2}{N}$, pričom $N = \Delta N_1 + \Delta N_2 + \ldots \Delta N_i$
  - druhá mocnina strednej kvadratickej rýchlosti sa rovná súčtu druhých mocnín rýchlostí všetkých molekúl delených počtom molekúl

9.2.3 teplota plynu z hľadiska molekulovej fyziky

- so zvyšujúcou sa teplotou sa zväčšuje rýchlosť molekúl; stredná kvadratická rýchlosť molekúl ideálneho plynu závisí od termodynamickej teploty vzťahom:
  - $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$, kde m_0 je hmotnosť molekuly a $k=1{,}38 \,.\, 10^{-23}\, j.K^{-1}$ je ***Boltzmannova konštanta***
- pre strednú kvadratickú rýchlosť zároveň platí:
  - $v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M_m}} = \sqrt{\frac{3R_m T}{M_m}}$, kde R_m je ***molová plynová konštanta***
- pre strednú kinetickú energiu, ktorú má molekula ideálneho plynu v dôsledku svojho neusporiadaného posuvného pohybu, platí:
  - $E_0 = \frac{1}{2}m_0 v_k^2 = \frac{3}{2}kT$
  - molekuly ideálneho plynu majú v dôsledku neusporiadaného posuvného pohybu strednú kinetickú energiu, ktorá je priamo úmerná termodynamickej teplote plynu
  - keď je teplota dvoch ideálnych plynov rovnaká, potom molekuly týchto plynov majú rovnakú strednú kinetickú energiu vyplývajúcu z ich neusporiadaného posuvného pohybu
  - platí:
    - $\frac{1}{2}m_{01} v_{k1}^2 = \frac{1}{2}m_{02} v_{k2}^2$
    - stredné kvadratické rýchlosti molekúl dvoch rozličných plynov pri tej istej teplote sú rozličné; molekuly s menšou hmotnosťou sa pohybujú rýchlejšie ako molekuly s väčšou rýchlosťou

9.2.4 tlak plynu z hľadiska molekulovej fyziky

- súčasné nárazy molekúl plynu na rovinnú stenu s obsahom S sa prejavujú ako tlaková sila F plynu na stenu. Vzťah $p = \frac{F}{S}$ vyjadruje potom tlak vo zvolenom okamihu.
- molekuly, ktoré dopadajú na stenu, pohybujú sa neusporiadane, preto sa ich počet aj rýchlosti ustavične menia. To spôsobuje, že tlak plynu nie je konštantný, ale kolíše okolo strednej hodnoty p_s. Tento jav sa volá ***fluktuácia tlaku***. Pri veľkom počte molekúl sú odchýlky premenného skutočného tlaku p od jeho strednej hodnoty p_s veľmi malé.
- pri výpočte predpokladáme, že nádoba s objemom V má tvar kocky a obsahuje N *rovnakých molekúl s* hmotnosťou m_0. ***Hustotu molekúl*** plynu v nádobe definujeme vzťahom $N_V = \frac{N}{V}$.
- molekuly plynu sa pohybujú neusporiadane všetkými smermi rýchlosťami rozličnej veľkosti. Keďže smery rýchlostí molekúl sú náhodné, uvažujeme, že tretina molekúl sa pohybuje v smere osi x, druhá tretina v smere osi y a tretia v smere osi z; ďalej predpokladáme, že všetky molekuly majú rovnakú veľkosť rýchlosti v
- na pravej stene nádoby zvolíme si plochu s obsahom S; za čas τ dopadnú na túto plochu všetky molekuly, ktoré ležia v priestore s objemom $v\tau S$ a pohybujú sa v kladnom smere osi x. V priestore

s objemom $v\tau S$ je $N_v v\tau S$ molekúl; z tohto počtu sa však v kladnom smere osi x pohybuje iba šestina molekúl. počet molekúl, ktoré za čas τ narazia na plochu s obsahom S, je teda $N^{'} = \frac{1}{6} N_v v \tau S$. Každá molekula, ktorá sa od plochy s obsahom S odráža, mení svoju hybnosť na rovnako veľkú hybnosť, ale opačného smeru. Celková zmena hybnosti všetkých molekúl, ktoré sa za čas τ odrazia od plochy s obsahom S, je $\Delta \vec{p} = N^{'}\left(-2\vec{p_1}\right)$. Veľkosť tejto zmeny hybnosti je:

- $\left|\Delta\vec{p}\right| = \left|N^{'}\left(-2\vec{p_1}\right)\right| = N^{'}.2m_0 v = \frac{1}{6} N_v v \tau S.2m_0 v$

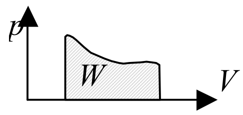
- pri veľkom počte dopadajúcich molekúl sa javia nárazy na plochu s obsahom S tak, ako by na túto plochu pôsobila za čas τ stála stredná sila s veľkosťou:
  - $F_s = \frac{\left|\Delta\vec{p}\right|}{\tau} = \frac{1}{6} N_V v.2m_0 v \Rightarrow p_s = \frac{F_s}{S} = \frac{1}{3} N_v m_0 v^2$
- pri veľkom počte molekúl je skutočná hodnota tlaku p takmer stála a je totožná so strednou hodnotou p_s:
  - $p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 v^2$
- pre hľadaný tlak platí:
  - $p = \frac{1}{3}\frac{\Delta N_1}{V} m_0 v_1^2 + \ldots + \frac{1}{3}\frac{\Delta N_i}{V} m_0 v_i^2 = \frac{1}{3}\frac{m_0}{V}\left(\Delta N_1 v_1^2 + \ldots + \Delta N_i v_i^2\right) = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 v_k^2$
  - táto rovnica sa nazýva ***základná rovnica pre tlak ideálneho plynu***; môžeme ju zapísať aj:
    - $pV = \frac{2}{3} n \frac{m_0 v_k^2}{2} = \frac{2}{3} E_k$
- pre ***hustotu plynu*** podľa základnej rovnice pre tlak ideálneho plynu platí:
  - $p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 v_k^2 = \frac{1}{3}\frac{m}{V} v_k^2 = \frac{1}{3}\rho v_k^2 \Rightarrow v_k = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$

9.3 stavová rovnica ideálneho plynu

- plyn, ktorý je v rovnovážnom stave, možno charakterizovať stavovými veličinami ***termodynamická teplota T, tlak p, objem V*** a ***počet molekúl N***
- po dosadení strednej kvadratickej rýchlosti do základnej rovnice pre tlak plynu dostaneme:
  - $p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_o v_k^2 = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 \frac{3kT}{m_0} = \frac{NkT}{m_0} \Rightarrow pV = NkT$
- pre počet molekúl platí:
  - $n = \frac{n}{N_A} = \frac{m}{M_m} \Rightarrow N = \frac{m}{M_m} N_A$
- po dosadení za N do stavovej rovnice dostaneme:
  - $pV = \frac{m}{M_m} N_A kT = nR_m T$, pričom $R_m = kN_A = 8{,}31 J.K^{-1}.mol^{-1}$ je ***molová plynová konštanta*** a je rovnaká pre všetky ideálne plyny
- pre ***hustotu*** plynu podľa stavovej rovnice platí:
  - $\rho = \frac{pM_m}{RT}$
- pre ideálny plyn s konštantnou hmotnosťou platí:
  - $\frac{pV}{T} = konšt.$

9.4 Van der Waalsova stavová rovnica

- platí pre skutočné plyny presnejšie ako stavová rovnica pre ideálny plyn a možno ju použiť aj pri vysokých tlakoch
  - $\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = R_m T$, kde a a b sú konštanty závislé od druhu plynu



9.5 Daltonov zákon

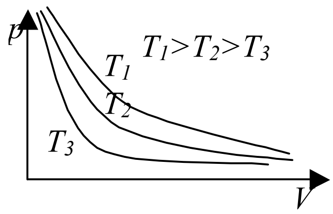
- v zmesi plynov, ktoré na seba chemicky nepôsobia, sa každý plyn správa tak, akoby sám vypĺňal celý priestor, takže jeho tlak na steny nádoby sa prítomnosťou ostatných zložiek zmesí nezmení. Výsledný tlak plynnej zmesi sa rovná súčtu parciálnych (čiastkových) tlakov zložiek tvoriacich plynnú zmes:
  - $p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$

9.6 tepelné deje s ideálnym plynom

- prácu plynu možno znázorniť v p, V diagrame, ktorý vyjadruje tlak plynu ako funkciu jeho objemu. Tento diagram sa volá ***pracovný diagram***. Práca vykonaná plynom pri zväčšení jeho objemu je znázornená obsahom plochy, ktorá leží pod príslušným úsekom krivky.

9.6.1 izotermický dej

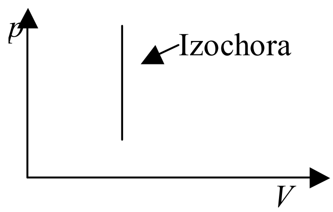
- dej, pri ktorom je teplota plynu stála (pri izotermickom deji s plynom so stálou hmotnosťou m sa mení objem V a tlak p plynu)
- ***Boylov-Mariottov zákon:*** pri izotermickom deji s ideálnym plynom so stálou hmotnosťou je súčin tlaku a objemu plynu stály
  - $pV = konšt.$
- graf vyjadrujúci tlak plynu so stálou hmotnosťou ako funkciu jeho objemu pri izotermickom deji sa volá ***izoterma***



- pri izotermickom deji je vnútorná energia ideálneho plynu konštantná ($\Delta U = 0\ J$), takže teplo prijaté ideálnym plynom pri izotermickom deji sa rovná práci, ktorú plyn pri tomto deji vykoná
  - $Q_T = W'$
- práca vykonaná pri izotermickom deji:
  - $W = \int_{V_1}^{V_2} p.dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_0 V_0}{V} dV = p_0 V_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_0 V_0 \ln \frac{V_2}{V_1}$

9.6.2 izochorický dej

- dej, pri ktorom je objem plynu stály
- ***Charlov zákon:*** pri izochorickom deji s ideálnym plynom stálej hmotnosti je tlak plynu priamo úmerný jeho termodynamickej teplote
  - $\frac{p}{T} = konšt.$

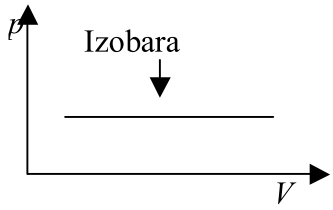


- graf, ktorý vyjadruje tlak plynu so stálou hmotnosťou ako funkciu jeho objemu pri izochorickom deji, volá sa ***izochora***
- zvýšením teploty plynu so stálou hmotnosťou m o hodnotu ΔT za stáleho objemu V prijme plyn teplo:
  - $Q_V = c_V m \Delta T$, kde c_V je ***merná tepelná kapacita plynu pri stálom objeme***

- objem plynu pri izochorickom deji je stály, a preto plyn prácu nekoná; teplo prijaté ideálnym plynom pri izochorickom deji sa rovná zmene jeho vnútornej energie
    - $Q_V = \Delta U$

9.6.3 izobarický dej

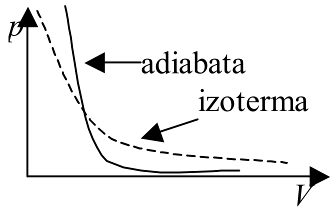
- dej, pri ktorom je tlak plynu stály
- ***Gay-Lussacov zákon:*** pri izobarickom deji s ideálnym plynom stálej hmotnosti je objem plynu priamo úmerný jeho termodynamickej teplote
    - $\frac{V}{T} = konš.$
- graf, ktorý vyjadruje tlak plynu so stálou hmotnosťou ako funkciu jeho objemu pri izobarickom deji, volá sa ***izobara***



- keď zvýšime teplotu ideálneho plynu so stálou hmotnosťou pri stálom tlaku o rovnakú hodnotu *ΔT* ako pri izochorickom deji s plynom rovnakej hmotnosti, prijme plyn teplo:
    - $Q_p = c_p m \Delta T$
- teplo prijaté ideálnym plynom pri izobarickom deji sa rovná súčtu zmeny jeho vnútornej energie a práce, ktorú plyn vykoná:
    - $Q_p = \Delta U + W'$
- keďže pre to isté plynné teleso je teplo Q_p väčšie ako teplo Q_v o prácu W' vykonanú plynom pri izobarickom deji, je aj merná tepelná kapacita plynu pri stálom tlaku väčšia ako merná tepelná kapacita plynu pri stálom objeme
- práca vykonaná pri izobarickom deji:
    - $W = \int_{V_1}^{V_2} p.dV = p\int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1)$

9.6.4 adiabatický dej

- pri adiabatickom deji neprebieha tepelná výmena medzi plynom a okolím, takže podľa prvého termodynamického zákona platí:
    - $\Delta U = W$
- pri adiabatickom stlačení plynu v nádobe sa pôsobením vonkajšej sily koná práca; teplota plynu a jeho vnútorná energia sa zväčšujú. Pri adiabatickom rozpínaní prácu koná plyn; pritom sa teplota plynu a jeho vnútorná energia zmenšujú
- pre adiabatický dej s ideálnym plynom platí ***Poissonov zákon***:
    - $pV^\chi = konšt.$, kde χ je ***Poissonova konštanta***, pričom platí: $\chi = \frac{c_p}{c_v}$
    - Poissonova konštanta je vždy väčšia ako 1; závisí od druhu plynu (pre plyn s jednoatómovými molekulami $\chi = \frac{5}{3}$, s dvojatómovými molekulami $\chi = \frac{7}{5}$)



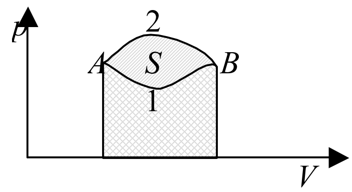
- graf, ktorý vyjadruje tlak plynu so stálou hmotnosťou ako funkciu jeho objemu pri adiabatickom deji, volá sa ***adiabata***. Adiabata klesá vždy strmšie ako izoterma toho istého plynu s rovnakou hmotnosťou.
- práca vykonaná pri adiabatickom deji:
    - $W = \int_{V_1}^{V_2} p.dV = \int p_0 \frac{V_0^\chi}{V^\chi} dV = p_0 V_0^\chi \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\chi} = p_0 V_0^\chi \left(\frac{V_2^{1-\chi}}{1-\chi} - \frac{V_1^{1-\chi}}{1-\chi} \right) = \frac{p_0 V_0^\chi}{1-\chi}\left(V_2^{1-\chi} - V_1^{1-\chi}\right)$

9.6.5 plyn pri nízkom a vysokom tlaku

- odčerpáme keď z nádoby pri stálej teplote plyn, zmenšuje sa hustota molekúl N_v v nádobe a znižuje sa tlak. Pri zmenšovaní tlaku plynu v uzavretej nádobe sa zväčšuje ***stredná voľná dráha molekúl λ***, a to tak, že stredná voľná dráha molekúl je nepriamo úmerná tlaku. Súčasne sa zmenšuje ***stredná zrážková frekvencia molekúl z***.
- pri stláčaní plynu za stálej teploty sa zvyšuje tlak plynu, zväčšuje sa hustota molekúl N_v a zmenšuje sa ich stredná voľná dráha. Pri vysokom tlaku nemožno už zanedbať príťažlivé sily, ktorými navzájom na seba pôsobia blízke molekuly, ani vlastný objem molekúl.

9.7 kruhový dej s ideálnym plynom

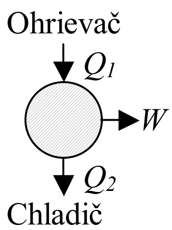
- dej, pri ktorom je konečný stav sústavy totožný so začiatočným stavom, nazýva ***kruhový (cyklický) dej***
- práca, ktorú vykoná pracovná látka (plyn alebo para) pri zväčšovaní objemu zo stavu A do stavu B, je znázornená obsahom plochy, ktorá leží v pracovnom diagrame pod krivkou A1B. Pri spätnom prechode plynu zo stavu B do stavu A po krivke B2A sa objem pracovnej látky pôsobením vonkajšej sily zmenšuje a okolité telesá konajú pritom prácu, ktorá je znázornená obsahom plochy ležiacej pod krivkou B2A. rozdiel obsahov oboch plôch sa rovná obsahu plochy ohraničenej krivkou A1B2A, teda obsah plochy vnútri krivky, znázorňujúci v *p, V* diagrame kruhový dej, znázorňuje celkovú prácu vykonanú pracovnou látkou počas jedného cyklu.



- keďže pri kruhovom deji je začiatočný stav látky totožný s konečným stavom, celková zmena vnútornej energie pracovnej látky je po ukončení jedného cyklu nulová. Teleso, od ktorého pracovná látka prijme počas jedného cyklu teplo Q_1m nazýva sa ***ohrievač***; teleso, ktorému látka odovzdá teplo Q_2, nazýva sa ***chladič***.
- celková ***práca W'***, ktorú vykoná pracovná látka počas jedného cyklu kruhového deja, rovná sa celkovému teplu $Q=Q_1-Q_2$, ktoré prijme počas tohto cyklu od okolia
- ***účinnosť kruhového deja η:***
  - $\eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$, účinnosť je vždy menšia ako1

9.7.1 druhý termodynamický zákon

- ***druhý termodynamický zákon:*** nemožno zostrojiť periodicky pracujúci tepelný stroj, ktorý teplo od istého telesa (ohrievača) iba prijímal a vykonával rovnako veľkú prácu (***perpetuum mobile druhého druhu***)
- každý cyklicky pracujúci tepelný stroj pracuje podľa schémy podľa obrázku. Pri tepelnej výmene teleso s vyššou teplotou nemôže samovoľne prijímať teplo od telesa s nižšou teplotou (teda nemôžeme zostrojiť perpetuum mobile druhého druhu)



9.7.2 tepelné motory

- tepelné motory sú stroje, ktoré premieňajú časť vnútornej energie paliva uvoľneného horením na mechanickú energiu. Rozdeľujeme ich na ***parné motory*** (parný stroj, parná turbína) a ***spaľovacie motory*** (plynová turbína, zážihový motor, vznetový motor, prúdový a raketový motor). V parných motoroch je pracovnou látkou vodná para, ktorá sa získava v parnom kotli mimo motora. v spaľovacích motoroch je pracovnou látkou plyn vznikajúci vnútri motora.
- ***účinnosť tepelného motora:***
  - $\eta \le \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

- pri parných strojoch je T_1 teplota pary vstupujúcej do motora; pri spaľovacích motoroch je to teplota plynov vzniknutých spaľovaním paliva. Teplota T_2 je teplota vychádzajúcej pary alebo výfukových plynov
- účinnosť tepelného motora je tým väčšia, čím vyššia je teplota ohrievača a čím nižšia je teplota chladiča
- η_{max} určuje hornú hranicu účinnosti; skutočná účinnosť tepelného motora je vždy oveľa menšia ako horná hranice účinnosti

10 Štruktúra a vlastnosti pevných látok

10.1 štruktúra pevných látok

10.1.1 kryštalické a amorfné látky

- ***kryštalické látky:***
  - sú charakteristické pravidelným usporiadaním častíc (atómov, molekúl, iónov)
  - usporiadanie častíc sa vyznačuje ďalekodosahovým usporiadaním
  - niektoré sa vyskytujú ako ***monokryštály***
    - vnútri monokryštálu sú častice usporiadané tak, že isté rozloženie častíc sa periodicky opakuje v celom kryštáli
    - monokryštály niektorých látok sa vyskytujú v prírode, napr. kamenná soľ NaCl, kremeň SiO_2, diamant granát; existujú aj umelo vyrobené monokryštály, napr. kovy (meď, olovo, zinok), polovodiče (germánium, kremík), umelé drahokamy (rubín)
    - monokryštály sú ***anizotropné*** – ich fyzikálne vlastnosti sa menia podľa smeru vzhľadom na stavbu (napr. kúsok sľudy sa v istých rovinách ľahko štiepi na tenké lístky; no veľmi ťažko ho možno rozdeliť v smere kolmom na tieto roviny)
  - väčšina sa vyskytuje ako ***polykryštály***
    - skladajú sa z veľkého počtu drobných kryštálikov – zŕn s rozmermi od 10 µm do niekoľko mm. Vnútri zŕn sú častice usporiadané pravidelne, vzájomná poloha zŕn je však náhodná (patria tu napr. všetky kovy, ktoré sa vyskytujú v technickej praxi)
    - polykryštály sú ***izotropné*** – vlastnosti týchto látok sú vo všetkých smeroch vnútri polykryštálu rovnaké
- ***amorfné látky:***
  - v amorfnej látke okolo vybranej častice sú častice rozložené približne pravidelne, ale so zväčšujúcou sa vzdialenosťou sa táto pravidelnosť usporiadania častíc porušuje
  - štruktúra amorfných látok sa vyznačuje krátkodosahovým usporiadaním
  - patrí tu sklo, jantár, živica, vosk, asfalt, plasty; sú izotropné
  - osobitnú skupinu tvoria ***polyméry*** (kaučuk, celulóza, drevo, bavlna, srsť, koža bielkoviny, celofán, rozličné plasty)

10.1.2 kryštálová mriežka

- pravidelnú štruktúru vnútri kryštálu zobrazujeme pomocou trojrozmernej sústavy rovnobežiek – ***geometrickej mriežky***; priesečníky priamok sú uzlové (mriežkové) body
- keď sú známe tvar a rozmery základného rovnobežnostena a rozmiestnenie častíc v ňom, potom je určená stavba kryštálu ako celku. Základný rovnobežnosten, obsadený istým spôsobom časticami, nazývame ***základná alebo elementárna bunka kryštálu***
- usporiadaním veľkého počtu základných buniek pozdĺž ich predĺžených hrán vznikne kryštál ľubovoľných rozmerov. V priestore sa tak utvorí sústava pravidelne rozložených častíc pevnej látky, ktorú nazývame ***ideálna kryštálová mriežka***
- tvary elementárnej bunky sa používajú ako klasifikačné kritérium pri rozdelení kryštálov do kryštálových sústav (známych je sedem kryštálových sústav: kocková, štvorcová, kosoštvorcová, jednoklonná, trojklonná, klencová, šesťuholníková)
- ***kocková (kubická)sústava:***
  - základná bunka má tvar kocky, pričom dĺžka jej hrany sa nazýva mriežková konštanta *a*
    - ***primitívna (prostá)*** – v prírode sa vyskytuje výnimočne (napr. polónium)
    - ***plošne centrovaná*** – napr. kovy (hliník, meď, striebro, zlato, železo γ)

- *priestorovo centrovaná* – napr. kovy (železo α, lítium, sodík, draslík, chróm, volfrám)

10.1.3 typy väzieb v pevných látkach

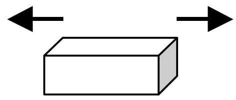
- ***iónová väzba:***
  - kryštály sú veľmi tvrdé s pomerne vysokou teplotou topenia. Sú však krehké a štiepne pozdĺž rovín kolmých na hrany elementárnej bunky. Pri bežných teplotách sú dobrými elektrickými izolantmi; pri vyšších teplotách sú elektricky vodivé. Pre viditeľné svetlo sú zväčša priepustné
  - napr. NaCl, KBr, CsCl, LiF, kryštály alkalických zemín (CaO)
- ***vodíková väzba (mostík):***
  - spája napr. ióny kyslíka v kryštáli ľadu H_2O, ale často sa vyskytuje aj v organických látkach
- ***kovová väzba:***
  - mriežka sa skladá z kladných iónov, medzi ktorými sa pohybujú neusporiadaným pohybom valenčné elektróny – elektrónový plyn
  - kryštály majú veľmi dobrú tepelnú a elektrickú vodivosť. povrchový lesk, v hrubších vrstvách sú nepriehľadné: Nedajú sa štiepať, niektoré z nich sa vyznačujú dobrou kujnosťou a ťažnosťou.
  - napr. meď, železo, hliník, volfrám
- ***kovalentná väzba:***
  - kryštály sú tvrdé, majú vysokú teplotu topenia a sú v bežných rozpúšťadlách nerozpustné. Patria medzi izolanty alebo polovodiče.
  - napr. diamant, germánium, kremík, karbid kremíka
- ***Van der Waalsova väzba:***
  - slabá väzba typická pre kryštály inertných prvkov, ktoré sú stabilné iba pri veľmi nízkych teplotách
  - kryštál neónu, jód, chlór, kyslík, vodík

10.1.4 poruchy kryštálovej mriežky

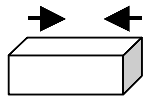
- reálne kryštály obsahujú vo svojej štruktúre ***poruchy***
- ***bodové poruchy:***
  - ***vakancia:***
    - porucha, ktorá vzniká chýbajúcimi časticami v mriežke
    - príčinou môže byť kmitavý pohyb častice, ktorý spôsobí, že sa častica uvoľní zo svojej pôvodnej rovnovážnej polohy a toto miesto zostane neobsadené
  - ***intersticiálna poloha častice:***
    - prejavuje sa tak, že častica je v mieste mimo pravidelného bodu mriežky. Keď je touto časticou ión, prenáša pri svojom pohybe náboj a spôsobuje tak elektrickú vodivosť iónových kryštálov
  - ***prímesi (nečistoty):***
    - sú to cudzie atómy, ktoré sa vyskytujú v kryštáli
    - prímesový atóm môže byť v intersticiálnej polohe alebo nahrádza vlastný atóm mriežky (substitučný atóm)
- ***čiarové poruchy (dislokácie):***
  - ***hranová dislokácia:***
    - túto poruchu si môžeme predstaviť tak, že kryštál rozrežeme, obe časti od seba oddelíme, vložíme medzi ne jednu atómovú polrovinu a opäť ich k sebe priložíme

10.2 deformácie pevného telesa

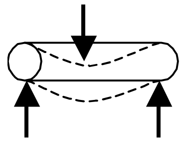
- pevné väzby medzi časticami pevnej látky spôsobujú, že základnou charakteristikou pevných telies je ich tvar. Zmenu tvaru pevného telesa spôsobenú účinkom vonkajších síl nazývame ***deformácia.***
- keď pevné teleso nadobudne pôvodný tvar, len čo prestanú pôsobiť vonkajšie sily, hovoríme o ***pružnej (elastickej) deformácii***. Takéto telesá sú pružné (elastické) ich deformácia je dočasná.
- trvalá deformácia telesa sa volá ***tvárna (plastická)***
- poznáme päť jednoduchých deformácií:
  - ***ťahom:***
    - keď na teleso pôsobia dve rovnako veľké sily so smermi von z telesa (napr. závesné lano výťahu)



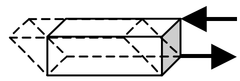
  - ***tlakom:***
    - keď na teleso pôsobia dve rovnako veľké sily a smerujú dovnútra telesa (napr. piliere, nosníky)



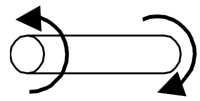
  - ***ohybom:***
    - nastane napr. na nosníku podoprenom na oboch koncoch, ak pôsobí naň sila kolmo na jeho pozdĺžnu os súmernosti. Dolné vrstvy sú deformované ťahom, horné tlakom a stredná vrstvy si zachováva svoju dĺžku



  - ***šmykom:***
    - na hornú a dolnú podstavu deformovaného telesa pôsobia rovnako veľké sily, ale opačného smeru, a to v rovinách týchto podstáv. Sily spôsobujú posunutie jednotlivých vrstiev telesa., pritom sa vzdialenosť vrstiev nemení.



  - ***krútením:***
    - keď napr. na koncoch tyče pôsobia dve silové dvojice, ich momenty sú rovnako veľké, ale opačného smeru



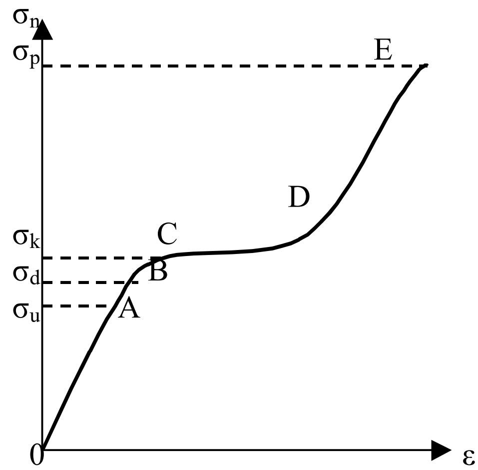
- pri pružne deformovanom pevnom telese pôsobia na plochu ľubovoľného priečneho rezu z oboch strán ***sily pružnosti*** (pri deformácii ťahom prevládajú príťažlivé sily; pri deformácii tlakom prevládajú odpudivé sily). Keď je pevné teleso deformované ťahom silami s veľkosťou F, je v rovnovážnom stave telesa veľkosť sily pružnosti $F_p=F$ (vzniknuté sily pružnosti zabraňujú ustavičnému predlžovaniu telesa)
- v ľubovoľnom priečnom reze telesa vzniká pri deformácii stav napätosti, ktorý posudzujeme pomocou veličiny ***normálové napätie σ_n*** definované vzťahom:
  - $\sigma_n = \dfrac{F_p}{S}$, kde F_p je veľkosť sily pružnosti pôsobiacej kolmo na plochu rezu s obsahom S.

    Jednotkou normálového napätia je *pascal*.

10.2.1 krivka deformácie

- deformujúce sily spôsobujú aj zmeny rozmerov deformovaného telesa
- napr. pri deformácii tyče ťahom predĺženie závisí priamo úmerne od pôvodnej dĺžky tyče l_0, pôsobiacej sily F a nepriamo úmerne od plochy prierezu S; potom platí:
  - $\Delta l = \dfrac{1}{E}\dfrac{F}{S} l_0$, kde ***E*** je ***modul pružnosti v ťahu***
- po úprave dostaneme ***Hookov zákon:***
  - $\dfrac{\Delta l}{l_0} = \dfrac{F}{S}\dfrac{1}{E} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$, kde ***ε*** je ***relatívne (pomerné) predĺženie***
- pri postupnom zväčšovaní veľkosti síl deformujúcich skúmaný materiál, môžeme sledovať závislosť normálového napätia od relatívneho predĺženia; graf, ktorý zobrazuje túto závislosť sa volá ***krivka deformácie***

- úsečka OA zodpovedá pružnej deformácii. Normálové napätie je priamo úmerné relatívnemu predĺženiu. Napätie, ktoré zodpovedá bodu A sa nazýva ***medza úmernosti σ_u***. Hookov zákon platí pre normálové napätie σ_nP σ_u.
- časť krivky AB zodpovedá ***dopružovaniu***. Keď prestanú na tyč pôsobiť vonkajšie sily, deformácia nezanikne hneď, ale až po istom čase. Jav dopružovania možno pozorovať napr. na gumovej hadici, ktorú zaťažíme. Po odstránení záťaže sa hadica skráti na dĺžku o niečo väčšiu, ako bola pôvodná dĺžka. Deformácia zmizne až po istom čase.
- dopružovanie nastane v telesách, v ktorých nebolo vyvolané väčšie normálové napätie ako ***medza pružnosti σ_d***. Medza úmernosti sa zväčša príliš neodlišuje od medze pružnosti; niektoré látky majú dokonca obe medze rovnako veľké a pri takých látkach dopružovanie nenastáva
- ***oblasť plastickej deformácie*** znázorňuje časť krivky BE. Úseku CD zodpovedá tzv. ***tečenie materiálu***, keď malej zmene normálového napätia prislúcha veľká zmena relatívneho predĺženia. Napätie σ_k, pri ktorom nastáva náhle predĺženie materiálu, volá sa ***medza klzu (medza prieťažnosti)***



- úsek DE na krivke deformácie zodpovedá ***spevneniu materiálu***, ktoré sa končí po dosiahnutí ***medze pevnosti σ_p***. Po prekročení medze pevnosti sa poruší súdržnosť látky – tyč sa pretrhne

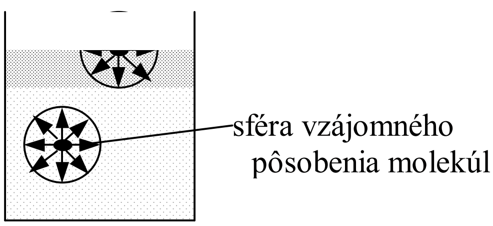
\- krivka deformácie nemá rovnaký priebeh pri všetkých látkach. Z jej priebehu môžeme rozhodnúť, ktorá látka je pružná, ktorá krehká a či je schopná veľkých plastických deformácií. Keď aj pri dosť veľkom relatívnom predĺžení je vyvolané normálové napätie menšie ako medza pružnosti, je príslušná látka ***pružná*** (oceľ). Ak látka má medzu pružnosti približujúcu sa medzi pevnosti, patrí medzi ***krehké*** látky (liatina, sklo, porcelán, mramor)

11 Štruktúra a vlastnosti kvapalín

- štruktúra kvapalných látok je podobná štruktúre amorfných látok
- každá častica kvapaliny kmitá okolo istej rovnovážnej polohy a po veľmi krátkom čase (rádovo 1 ns) zaujme novú rovnovážnu polohu. Keď sa teplota kvapaliny zvyšuje, čas zotrvania molekuly v rovnovážnej polohe sa zmenšuje. V pevnej látke každá častica kmitá okolo istej rovnovážnej polohy, ktorú za dlhé obdobie (hoci aj tisíce rokov) nezmení.
- zmena rovnovážnych polôh molekúl kvapaliny nastáva v dôsledku náhodných zmien kinetickej energie molekúl. Molekula získa náhodnými zrážkami so susednými molekulami takú energiu, že sa dostane z vplyvu silového poľa susedných molekúl a zaujme novú rovnovážnu polohu.
- kvapaliny sa na rozdiel od plynov vyznačujú malými vzájomnými vzdialenosťami medzi molekulami; tieto vzdialenosti sú približne rovnaké ako v pevných látkach, preto molekuly kvapaliny pôsobia na seba navzájom veľkými príťažlivými silami. Tieto sily majú vplyv na vlastnosti kvapaliny, najmä na vlastnosti jej povrchovej vrstvy.

11.1 povrchová vrstva kvapaliny

- voľný povrch kvapaliny sa správa podobne ako ***tenká pružná blana***
    - keď na voľný povrch vody položíme tenkú ihlu, žiletku alebo hliníkovú mincu, pozorujeme, že sa povrch kvapaliny prehne, akoby bol povrch vody pružný. Ihla, žiletka, minca sa nepotopia, hoci hustota látok, z ktorých sú vyrobené, je väčšia ako hustota vody.
- molekuly kvapaliny na seba navzájom pôsobia príťažlivými silami, ktorých veľkosť sa rýchlo zmenšuje s ich zväčšujúcou sa vzdialenosťou. Okolo každej molekuly možno myšlienkovo opísať guľu s takým polomerom r_m, že sily, ktorými na túto vybranú molekulu pôsobia molekuly ležiace mimo tejto gule, sú zanedbateľné. Túto myslenú guľu nazývame ***sféra molekulového pôsobenia***. Jej polomer je rádovo 1 nm, čo je niekoľko medziatómových vzdialenosti.

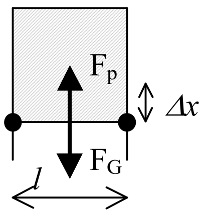


- keď je molekula a jej sféra molekulového pôsobenia vnútri kvapaliny, potom výslednica príťažlivých síl, ktorými molekuly v tejto sfére pôsobia na uvažovanú molekulu, je nulová
- v inej situácii sú však molekuly, ktorých vzdialenosť od voľného povrchu kvapaliny je menšia ako r_m. Výslednica $\vec{F}$ príťažlivých síl, ktorými pôsobia molekuly v sfére molekulového pôsobenia vybranej molekuly, je kolmá na voľný povrch kvapaliny a má smer dovnútra kvapaliny. Molekuly plynu v hornej časti sfér pôsobia na uvažované molekuly príťažlivou silou $\vec{F}'$; opačného smeru, ako je sila $\vec{F}$. Keďže hustota molekúl plynu je v porovnaní s hustotou molekúl kvapaliny vo väčšine prípadov veľmi malá, je veľkosť F' zanedbateľná v porovnaní s veľkosťou F.
- vrstva molekúl, ktorých vzdialenosť od voľného povrchu kvapaliny je menšia ako polomer sféry molekulového pôsobenia, nazýva sa ***povrchová vrstva kvapaliny***. Na každú molekulu, ktorá leží v povrchovej vrstve kvapaliny, pôsobia susedné molekuly výslednou príťažlivou silou, ktorá má smer dovnútra kvapaliny
- pri posunutí molekuly zvnútra kvapaliny do jej povrchovej vrstvy treba vykonať prácu, preto molekula v povrchovej vrstve má väčšiu potenciálnu energiu vzhľadom na susedné molekuly, ako by mala, keby bola vnútri kvapaliny. Povrchová vrstva má energiu, ktorá sa nazýva ***povrchová energia E***; je jednou zo zložiek vnútornej energie kvapaliny.
    - keď sa zmení povrch kvapaliny daného objemu o hodnotu ΔS, zmení sa povrchová energia o hodnotu
        - $\Delta E = \sigma.\Delta S$, kde $\boldsymbol{\sigma}$ je ***povrchové napätie*** (závisí od druhu kvapaliny a prostredia nad voľným povrchom kvapaliny), jednotkou povrchového napätia je $N.m^{-1}$

- kvapaliny daného objemu má snahu nadobúdať taký tvar, aby jej povrch bol čo najmenší, a tým bola minimálna povrchová energia. pri danom objeme má zo všetkých geometrických útvarov najmenší obsah povrch gule, preto voľné kvapky (napr. hmly, rosy) majú guľovitý tvar.

11.1.1 povrchová sila a povrchové napätie

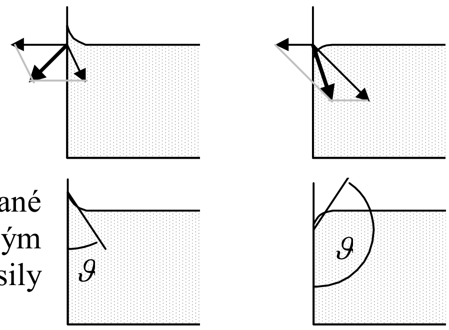
- kvapalina má snahu nadobúdať taký tvar, aby mala čo najmenší povrch. Sila pôsobiaca v povrchu kvapaliny sa volá ***povrchová sila***.
- keď na drôtenom rámčeku, ktorého jedna strana je pohyblivá, utvoríme kvapalinovú blanu (blana má dva povrchy) z mydlového roztoku alebo kvapalinového saponátu, tak pozorujeme, že blana sa sťahuje a ťahá so sebou aj pohyblivú časť rámčeka. Na rámček pôsobí povrchová sila, ktorej veľkosť môžeme určiť experimentálne tým, že rámček s blanou zaťažíme malým závažím tak, aby sústava bola v pokoji, potom platí:
    - $F = \frac{G}{2}$



- keď izotermicky zväčšíme pôsobením vonkajšej sily povrch blany, prechádza časť molekúl zvnútra kvapaliny na oba jej povrchy a povrchová energia blany sa zväčšuje. Práca *W* vykonaná pôsobením vonkajších síl sa rovná prírastku povrchovej energie *ΔE* blany. pri zmenšovaní povrchu blany prechádza časť molekúl z oboch povrchových vrstiev dovnútra kvapaliny, povrchová energia sa zmenšuje a blana koná kladnú prácu.
- posunutím priečky s dĺžkou *l* o vzdialenosť *Δx* sa zväčší obsah oboch povrchov blany o $2\Delta S=2l\Delta x$. Z rovnosti $\Delta E=W$ vyplýva veľkosť ***povrchovej sily***:
    - $\Delta E = W \Rightarrow 2\sigma.\Delta S = 2F.\Delta x \Rightarrow 2\sigma l.\Delta x = 2F.\Delta x \Rightarrow F = \sigma l$
    - veľkosť povrchovej sily pri danom povrchovom napätí ja priamo úmerná dĺžke okraja povrchovej blany
- pre ***povrchové napätie*** platí:
    - $\sigma = \frac{F}{l}$
    - povrchové napätie sa rovná podielu veľkosti povrchovej sily a dĺžky okraja povrchovej blany, na ktorý sila pôsobí kolmo v povrchu kvapaliny
- keď je povrch kvapaliny zakrivený, potom povrchová sila má smer dotyčnice k povrchu kvapaliny v danom bode

11.1.2 javy na rozhraní pevného telesa a kvapaliny

- kvapalina v nádobe vytvára dva typy povrchov:
    - ***dutý*** (voda alebo lieh v sklenej nádobe – hovoríme, že v týchto prípadoch kvapaliny ***zmáča*** steny nádoby)
    - ***vypuklý*** (ortuť v sklenej nádobe – hovoríme, že kvapalina steny nádoby ***nezmáča***)

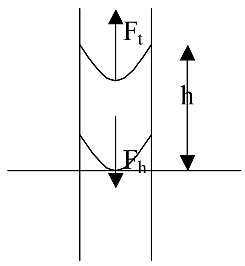


- zakrivenie voľného povrchu kvapaliny spôsobuje skutočnosť, že molekuly kvapaliny, ktoré sú na jej voľnom povrchu a súčasne v blízkosti steny nádoby, vzájomne pôsobia nielen medzi sebou, ale aj s časticami pevného telesa a plynu nad voľným povrchom kvapaliny
- veľkosť sily, ktorou pôsobia molekuly plynu na vybrané molekuly, je veľmi malá. Výsledná sila je daná vektorovým súčtom príťažlivej sily medzi molekulami a príťažlivej sily medzi molekulami kvapaliny a nádoby
- kvapalina je v rovnovážnom stave, ak výsledná príťažlivá sila má smer kolmý na voľný povrch kvapaliny, inak by nastal šmyk vrstiev kvapaliny, preto sa pri stenách nádoby tvorí zakrivený povrch. Keď výslednica síl smeruje von z kvapaliny, potom je

voľný povrch kvapaliny pri stene nádoby dutý; keď výslednica smeruje dovnútra kvapaliny, je voľný povrch vypuklý.
- uhol ϑ, ktorý zviera povrch kvapaliny s povrchom steny, nazýva sa ***stykový uhol***. (pri dutom povrchu je od 0 ° do 90 °; pri vypuklom povrchu je od 90 ° do 180 °); ak stykový uhol sa rovná nule, kvapalina dokonale zmáča steny nádoby; ak uhol je 180 °, kvapaliny dokonale nezmáča steny nádoby

11.1.3 kapilarita

- zakrivenie voľného povrchu kvapaliny v úzkych rúrkach (kapilárach) spôsobuje, že výslednicou povrchových síl je nenulová sila, ktorá pôsobí kolmo na voľný povrch kvapaliny; táto sila vyvoláva ***kapilárny tlak p_k***
- pre voľný povrch kvapaliny guľového tvaru je kapilárny tlak daný vzťahom:
  - $p_k = \dfrac{2\sigma}{R}$, kde R je polomer guľového povrchu
- keď kapiláru ponoríme do nádoby s kvapalinou, ktorá zmáča steny nádoby, tak s kapiláre vystúpi kvapalina do istej výšky h nad voľnou hladinou kvapaliny v nádobe; toto zvýšenie voľnej hladiny v kapiláre sa volá ***kapilárna elevácia***
- keď kapiláru ponoríme do kvapaliny, ktorá nezmáča steny nádoby (napr. ortuť), tak voľná hladina kvapaliny v kapiláre bude nižšie, ako je voľná hladina kvapaliny v nádobe; toto zníženie hladiny kvapaliny v kapiláre sa volá ***kapilárna depresia***
- ***kapilárna elevácia:***
  - po ponorení kapiláry do kvapaliny sa v kapiláre s polomerom R utvorí dutý povrch, ktorý má tvar polgule s polomerom R. Zakrivený dutý povrch kvapaliny v kapiláre pôsobí na kvapalinu silou $\vec{F}_t$ v smere von z kvapaliny, teda proti hydrostatickej sile $\vec{F}_h$. To má za následok, že v kapiláre vystúpi kvapalina do výšky h, pri ktorej je hydrostatický tlak zodpovedajúci stĺpcu h rovnaký ako kapilárny tlak zodpovedajúci zakrivenému povrchu. ak kvapalina má hustotu ρ, tak pre výšku h pri kapilárnej elevácii platí:



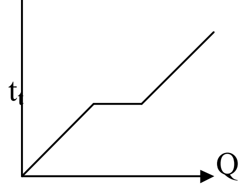
    - $h\rho g = \dfrac{2\sigma}{R} \Rightarrow h = \dfrac{2\sigma}{\rho g R}$
    - výška, do ktorej vystúpi kvapalina je nepriamo úmerná polomeru kapiláry
- kapilárne javy majú veľký význam v praxi. Napríklad voda vystupuje z hĺbky do povrchových vrstiev pôdy a vyparuje sa – tento jav sa volá ***vzlínavosť***

11.2 zmeny skupenstva látok

- pevná látka, kvapalina a plyn sú sústavy, ktoré sa skladajú z veľmi veľkého počtu častíc. Keď má sústava v rovnovážnom stave vo všetkých častiach rovnaké fyzikálne a chemické vlastnosti, nazýva sa ***fáza***. Fázy sú napr. jednotlivé skupenstva látky (napr. ľad, voda, vodná para), rôzne kryštálové štruktúry tej istej pevnej látky (napr. diamant a grafit); skúmaná sústava môže obsahovať viac fáz (napr. ľad + vodná para + voda).
- prechod z jednej fázy do druhej sa volá ***fázová premena***; jednu časť fázových premien tvoria zmeny skupenstiev

11.2.1 topenie a tuhnutie

- keď zohrievame teleso z kryštalickej látky, zvyšuje sa jeho teplota a po dosiahnutí ***teploty topenia t_t*** sa premieňa na kvapalinu s tou istou teplotou – topí sa
- keď sa teleso s hmotnosťou m a s teplotou topenia premení na kvapalinu s tou istou teplotou, príjme ***skupenské teplo topenia L_t***. Pre telesá

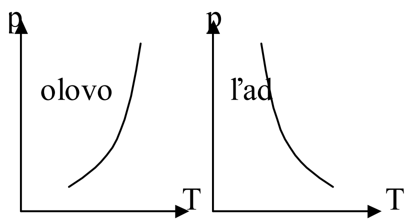


z rozličných látok tej istej hmotnosti je táto veličina rôzna, a preto sa zavádza ***merné skupenské teplo topenia l_t***:

- $l_t = \frac{L_t}{m}$, $[l_t] = J.kg^{-1}$

- keď kvapalinu, ktorá vznikla topením kryštalickej látky, ochladzujeme, mení sa pri ***teplote tuhnutia*** (rovnajúcej sa teplote topenia) na pevné teleso – tuhne; pritom odovzdá okoliu ***skupenské teplo tuhnutia*** rovnajúce sa L_t
- pevné amorfné látky pri zohrievaní postupne mäknú, až sa premenia na kvapalinu, preto nemajú stálu teplotu topenia
- ***topenie a tuhnutie z hľadiska molekulovej fyziky:***
  - keď kryštalická látka prijíma teplo, zväčšuje sa stredná kinetická energia kmitavého pohybu častíc. Častice zväčšujú svoje rozkmity, čí sa zväčšuje aj stredná vzdialenosť medzi nimi. V dôsledku toho sa zväčšuje aj strená potenciálna energia častíc. Keď látka dosiahne teplotu topenia, nadobúdajú rozkmity také hodnoty, že sa narušuje väzba medzi časticami mriežky; mriežka sa začne rozpadávať, látka sa topí. Hoci kryštalická látka pri topení prijíma teplo, nemení sa stredná kinetická energia častíc, a tým ani teplota látky; zväčšuje sa však stredná potenciálna energia častíc. Keď sa však látka roztopí a prijíma ďalšie teplo, opäť sa zväčšuje stredná kinetická energia častíc, a preto sa teplota kvapaliny zvyšuje.
  - keď kvapalina, ktorá vznikla topením kryštalickej látky, odovzdá teplo chladnejším telesám, ktoré ju obklopujú, zmenší sa stredná kinetická energia častíc, a tým aj teplota látky. Ak dosiahne teplotu tuhnutia, začnú sa v kvapaline vplyvom väzbových síl tvoriť ***kryštalizačné jadrá***, tzv. zárodky. K týmto zárodkom sa pripájajú a pravidelne usporadúvajú ďalšie častice látky. tak vzniká v tavenine pri ***kryštalizácii*** sústava voľne sa pohybujúcich kryštálikov nepravidelného tvaru. V okamihu, keď všetka látka stuhne, kryštáliky sa navzájom dotýkajú a tvoria zrná – polykryštalická látka. Keď sa v tavenine utvorí iba jeden zárodok, na ktorý sa postupne pripájajú častice látky, vznikne monokryštál.

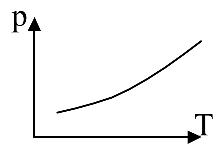
Krivka topenia



- pri väčšine látok sa so zvyšujúcim tlakom zvyšuje teplota topenia (napr. olovo) – tieto látky svoj objem pri topení zväčšujú a pri tuhnutí zmenšujú
- druhú skupinu tvoria látky, ktoré so zvyšujúcim tlakom majú nižšiu teplotu topenia (napr. ľad, antimón, bizmut) – tieto látky svoj objem pri topení zmenšujú a pri tuhnutí zväčšujú

11.2.2 sublimácia

- premena látky z pevného skupenstva priamo na plynné skupenstvo sa volá ***sublimácia***; opačný dej je ***desublimácia*** (pri normálnom tlaku sublimuje jód, gáfor, tuhý oxid uhličitý, ľad alebo sneh)
- ***merné skupenské teplo sublimácie l_s*** závisí od teploty, pri ktorej látka sublimuje:
  - $l_s = \frac{L_s}{m}$
- keď je sublimujúca látka s dostatočnou hmotnosťou v uzavretej nádobe, sublimuje tak dlho, až sa medzi pevnou fázou a parou utvorí rovnovážny stav. Vzniknutá para sa nazýva ***nasýtená para***. Keď je teplota konštantná, pomer hmotnosti plynného a pevného skupenstva zostáva konštantný a tlak nasýtenej pary vzniknutý sublimáciou sa nemení



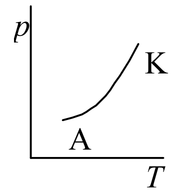
- závislosť tlaku nasýtenej pary od teploty vyjadruje ***sublimačná krivka***. Každý bod krivky znázorňuje rovnovážny stav medzi pevnou látkou a nasýtenou parou.

11.2.3 vyparovanie, var, kvapalnenie

- je to premena kvapaliny na paru; vyparovanie z voľného povrchu prebieha pri každej teplote

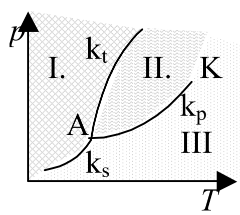
- ***merné skupenské teplo vyparovania*** závisí od teploty (so zvyšujúcou teplotou merné skupenské teplo vyparovania klesá):
    - $l_v = \dfrac{L_v}{m}$
- keď kvapalinu zohrievame, pri dosiahnutí istej teploty pri danom okolitom tlaku sa vnútri kvapaliny tvoria bubliny pary, ktoré zväčšujú svoj objem a vystupujú na voľný povrch kvapaliny – nastáva ***var***. Pri vare sa kvapalina vyparuje nielen na voľnom povrchu, ale aj vnútri.
- teplota t_v, pri ktorej za daného vonkajšieho tlaku nastáva var kvapaliny, nazýva sa ***teplota varu***. Teplota varu závisí od vonkajšieho tlaku (so zvyšovaním tlaku sa zvyšuje). ***Merné skupenské teplo varu*** sa rovná mernému skupenskému teplu vyparovania pri teplote varu kvapaliny.
- ***vyparovanie z hľadiska molekulovej fyziky:***
    - molekuly kvapaliny konajú tepelný pohyb. Keď niektoré molekuly majú na voľnom povrchu takú energiu, že sú schopné prekonať sily, ktoré ich pútajú k ostatným molekulám, potom tieto molekuly uniknú do priestoru nad kvapalinou a utvoria paru. Keďže pri vyparovaní kvapalinu opúšťajú najrýchlejšie molekuly, zmenšuje sa stredná kinetická energia molekúl kvapaliny, čo má za následok zníženie teploty vyparujúcej sa kvapaliny. Teplota vzniknutej pary sa však rovná teplote kvapaliny, lebo molekuly pri opustení kvapaliny vplyvom príťažlivých síl strácajú svoju prebytočnú kinetickú energiu; majú však väčšiu potenciálnu energiu.
- opačný dej k vyparovaniu je ***kvapalnenie (kondenzácia)***. Pri tomto deji látka odovzdá svojmu okoliu ***skupenské kondenzačné teplo. Merné skupenské kondenzačné teplo*** sa rovná mernému skupenskému teplu vyparovania rovnakej látky pri rozdielnej teplote.

11.2.4 krivka nasýtenej pary



- pri vyparovaní kvapaliny v uzavretej nádobe je na začiatku tohto deja počet molekúl, ktoré opúšťajú povrch kvapaliny väčší, ako počet molekúl, ktoré za rovnaký čas vracajú späť do kvapaliny, preto sa objem kvapaliny zmenšuje a súčasne sa zväčšuje hustota a tlak pary nad kvapalinou. po istom čase vznikne stav, keď počet molekúl, ktoré sa do kvapaliny za istý čas vracajú, rovná počtu molekúl, ktoré povrch kvapaliny za rovnaký čas opúšťajú. objemy kvapaliny a pary sa nemenia, zostáva konštantný tlak pary a teplota sústavy kvapalina + para. Sústava je v rovnovážnom stave, ktorý sa niekedy volá ***dynamická rovnováha***. Para, ktorá je v rovnovážnom stave so svojou kvapalinou, nazýva sa ***nasýtená para***. Tlak nasýtenej pary nezávisí pri stálej teplote od objemu pary; no so zvyšovaním teploty stúpa tlak.
- pri zvyšovaní teploty rovnovážnej sústavy kvapalina + nasýtená para stúpa hustota nasýtenej pary a hustota kvapaliny klesá, a to až do ***kritickej teploty***, keď hustota kvapaliny sa rovná hustote pary, a tak zmizne rozhranie medzi parou a kvapalinou – látka sa stane rovnorodou

11.2.5 fázový diagram



- krivku topenia k_t, sublimačnú krivku k_s a krivku nasýtenej pary k_p môžeme zobraziť do jednej súradnicovej sústavy, a tak dostaneme ***fázový diagram***, všetky tri krivka sa stýkajú v jednom bode – ***trojný bod***, ktorý predstavuje rovnovážny stav pevnej, kvapalnej a plynnej fázy tej istej látky (napr. sústava ľad + voda + vodná para je v rovnováhe pri teplote 273,16 K a tlaku 610 Pa)
- krivky topenia, sublimácie a nasýtenej pary rozdeľujú fázový diagram na tri oblasti. Keď je bod určujúci stav látky v oblasti I, látka je v pevnom skupenstve; body v oblasti II znázorňujú rozličné stavy kvapaliny. Body oblasti III zodpovedajú plynnému skupenstvu látky, ktoré má nižší tlak a hustotu ako nasýtená para s rovnakou teplotou – toto plynné skupenstvo sa volá ***prehriata para*** (môžeme ju získať zväčšením objemu alebo zahriatím nasýtenej pary bez prítomnosti kvapaliny). Plynné skupenstvo s teplotou väčšou ako kritická teplota nazýva ***plyn.***

12 Obvod jednosmerného elektrického prúdu

12.1 podmienky vzniku elektrického prúdu

12.1.1 vodič v elektrickom poli

- elektrické vodiče sú látky, ktoré obsahujú veľký počet častíc s nábojom, ktoré sa v nich môžu voľne pohybovať. Tieto častice nazývame ***voľné častice s nábojom***. V kovových vodičoch (napr. meď, hliník, striebro) sú to ***voľné elektróny***, v kvapalinových vodičoch (v elektrolytoch, napr. roztokoch solí alebo kyselín vo vode) sú to ***kladné a záporné ióny*** a vo vodivých plynoch elektróny a oba druhy iónov.
- voľné častice s nábojom sa vo vodičoch ustavične a neusporiadane pohybujú, preto je vo vodiči, ktorý nie je nabitý a nie je vo vonkajšom elektrickom poli, ich rozloženie také, že v ľubovoľnej časti vodiča je úhrnný náboj nulový. Navonok sú vodiče elektricky neutrálne.
- zmena rozloženia voľných nabitých častíc vo vodiči nastane, ak vložíme nenabitý vodič do elektrického poľa – nastane ***elektrostatická indukcia***
    - elektrostatická indukcia je jav, pri ktorom sa protiľahlé časti povrchu vodiča vloženého do elektrického poľa zelektrizujú nábojom s rovnakou veľkosťou, ale opačným znamienkom. Takto vzniknuté náboje častíc nazývame indukované náboje.
    - keď vodič nabitý nesúhlasnými nábojmi vyberieme z elektrického poľa, elektrická indukcia zanikne; vodič sa vráti do pôvodného stavu

12.1.2 vznik jednosmerného prúdu

- usporiadaný pohyb voľných častíc s elektrickým nábojom sa nazýva ***elektrický prúd***. Podmienkou vzniku elektrického prúdu v látke je prítomnosť voľných častíc s elektrickým nábojom a utvorenie elektrického poľa v tejto látke.
- pri elektrostatickej indukcii a polarizácii dielektrika je prúd vo vodiči dočasný; aby vo vodiči bol prúd trvalý, musí byť vnútri vodiča nielen utvorené, ale aj udržované elektrické pole, takýto stav nastane, ak je vodič pripojený na ***elektrický zdroj***
- usporiadaný pohyb elektricky nabitých častíc stáleho smeru sa nazýva ***jednosmerný prúd***. Podľa dohody sa za ***smer prúdu*** pokladá smer usporiadaného pohybu voľných častíc s kladným nábojom (od + k –). Keď je prúd utvorený usporiadaným pohybom voľných častíc so záporným nábojom, jeho smer je podľa tejto dohody opačný ako smer usporiadaného pohybu častíc.
- v okolí každého vodiča s prúdom pozorujeme magnetické pole
- ***elektrický prúd:***
    - $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow i = \frac{dQ}{dt}$, kde ΔQ je celkový náboj častíc, ktoré prejdú prierezom vodiča v jednom smere za dobu Δt
    - jednotkou prúdu je ***ampér***
        - ampér je stály prúd, ktorý pri prechode dvoma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného prierezu, umiestnenými vo vákuu vo vzájomnej vzdialenosti 1 m, vyvolá medzi týmito vodičmi silu s veľkosťou $2 \cdot 10^{-7}$ N na 1 m dĺžky vodiča
- elektrický prúd meriame ***ampérmetrom*** (zapája sa sériovo do obvodu)

12.1.3 elektrický zdroj

- ***elektrický zdroj (zdroj napätia)*** je každé zariadenie medzi ktorého dvoma rozličnými časťami, ***pólmi (svorkami zdroja)***, je aj po pripojení vodiča udržovaný rozdiel elektrických potenciálov alebo napätia

- medzi svorkami zdroja vznikne napätia, ak jedna svorka bude obsahovať menej voľných elektrónov (kladná svorka) ako druhá (záporná svorka), preto vnútri zdroja musia pôsobiť sily, ktoré odovzdávajú napr. z kladnej svorky voľné elektróny. Tieto sily prekonávajú elektrostatické sily utvoreného elektrického poľa medzi nabitými svorkami. Vnútri zdroja napätia musia teda pôsobiť ***neelektrostatické sily***.
- neelektrostatické sily pri presune nabitých častíc s celkovým nábojom veľkosti Q konajú prácu W_z, potom platí:
    - $U_e = \frac{W_z}{Q}$, kde $\boldsymbol{U_e}$ je ***elektromotorické napätie zdroja*** (je jednou z charakteristík zdroja napätia); jednotkou elektromotorického napätia je ***volt***
    - keď elektrický obvod nie je pripojený na zdroj, zdrojom prúd nepreteká a U_e sa rovná rozdielu elektrických potenciálov medzi svorkami zdroja
- elektrické napätie meriame ***voltmetrom*** (zapája sa paralelne do obvodu)
- druhy zdrojov:
    - ***elektrochemický zdroj (akumulátor)*** – neelektrostatické sily vznikajú chemickou reakciou elektród s elektrolytom
    - ***fotoelektrický zdroj (fotočlánok)*** – napätie vzniká vzájomným pôsobením svetla s elektrónmi v kovoch alebo polovodičoch
    - ***termoelektrický zdroj (termočlánok)*** – využíva sa tu poznatok, že napätie, ktoré vzniká na spoji dvoch rozličných kovov, závisí od teploty spoja (napätie je tým väčšie, čí väčší je rozdiel teplôt)
    - ***elektrodynamický zdroj (akumulátor, dynamo)*** – neelektrostatické sily vznikajú pohybom vodiča v magnetickom poli
    - ***van Graaffov generátor*** (mechanický zdroj) – náboje sa oddeľujú trením pásu a prenášajú sa jeho pohybom

12.2 Ohmov zákon

12.2.1 pre časť elektrického obvodu

- *Ohmov zákon:* elektrický prúd I v kovovom vodiči je priamo úmerný elektrickému napätiu U medzi koncami vodičov
    - $I = GU$, kde G je konštanta úmernosti
- z Ohmovho zákona vyplýva, že podiel $\frac{U}{I}$ je pre istý vodič konštantný a nezávisí od napätia alebo prúdu vo vodiči, potom pre každý vodič môžeme zaviesť charakteristickú veličinu – ***elektrický odpor R***:
    - $R = \frac{U}{I}$, $[R] = \Omega$, jednotkou elektrického odporu je ***ohm***
    - prevrátená hodnota R sa nazýva ***elektrická vodivosť G***:
        - $G = \frac{1}{R}$, jednotkou elektrickej vodivosti je ***siemens***
- vodiče, pre ktoré platí Ohmov zákon, nazývame ***lineárne (ohmické)***; ostatné vodiče sú ***nelineárne***
- súčiastka, ktoré majú stály elektrický odpor, sa nazývajú ***rezistory***; rezistor s nastaviteľným odporom sa volá ***reostat, potenciometer***

12.2.2 elektrický odpor

- príčinou existencie elektrického odporu kovov sú zrážky vodivostných elektrónov s iónmi mriežky v dôsledku tepelného pohybu; ďalšou príčinou sú bodové poruchy kryštálovej mriežky
- ***závislosť elektrického odporu od geometrických rozmerov a od látky:***

- $R = \rho \frac{l}{S}$, kde l je dĺžka kovového vodiča, S obsah priečneho rezu a ***ρ merný elektrický odpor*** látky (jednotkou merného elektrického odporu je Ω.m)
- ***merná elektrická vodivosť:***
  - $\gamma = \frac{1}{\rho}$, $[\gamma] = S.m^{-1}$, jednotkou mernej elektrickej vodivosti je siemens na meter

- látky s veľkým merný odporom (nikelán, konštantán, chrómnikel) sa používajú na výrobu ***odporových materiálov***
- ***závislosť elektrického odporu od teploty:***
  - elektrický odpor sa so zvyšujúcou teplotou zväčšuje približne lineárne
  - $R = R_0(1 + \alpha.\Delta t)$, kde R je elektrický odpor vodiča pri teplote t, R_0 elektrický odpor pri teplote t_0, Δt teplotný rozdiel a ***α teplotný súčiniteľ elektrického odporu*** (jednotkou teplotného súčiniteľa elektrického odporu je K^{-1})
  - z hľadiska teórie elektrónovej vodivosti kovov sa elektrický odpor zväčšuje pri zvyšovaní teploty kovového vodiča v dôsledku zväčšenia rozkmitu iónov mriežky. Tým nastávajú častejšie zrážky vodivostných elektrónov s iónmi mriežky, čo sa prejaví v menšej hodnote prúdu vo vodiči alebo väčším odporom vodiča.

12.2.3 pre uzavretý elektrický obvod

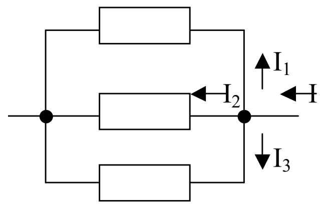
- ľubovoľný ***uzavretý elektrický obvod*** sa skladá z vonkajšej (rezistory, vodiče, spotrebiče a pod.) a vnútornú (vodivý priestor medzi pólmi vnútri zdroja)
- keď je obvod uzavretý, prechádza elektrický prúd I nielen jeho vonkajšou časťou, ale aj vnútri zdroja. Pri premiestňovaní konajú neelektrické sily vnútri zdroja prácu $W=U_e.Q$, kde U_e je elektromotorické napätie zdroja. Zdroj teda vydá energiu $E_z=U_e.Q$, ktorá sa premieňa na energiu E elektrického poľa vo vonkajšej časti obvodu a energiu E_i elektrického poľa vnútri zdroja
- zo zákona zachovania energie platí:
  - $E_z = E + E_i \Rightarrow U_e Q = UQ + U_i Q \Rightarrow U_e = U + U_i$
  - súčet napätí na vonkajšej a vnútornej časti obvodu sa rovná elektromotorickému napätiu zdroja
- keď podľa Ohmovho zákona pre časť obvodu dosadíme do vzťahu pre elektromotorické napätie, dostaneme:
  - $U_e = RI + R_i I = I(R + R_i) \Rightarrow I = \frac{U_e}{R + R_i}$, kde R je odpor vonkajšej časti obvodu a R_i je odpor vnútornej časti obvodu (výraz $R+R_i$ je celkový odpor obvodu)
  - *Ohmov zákon pre uzavretý obvod*: prúd v uzavretom obvode sa rovná podielu elektromotorického napätia zdroja a súčtu odporov vonkajšej a vnútornej časti obvodu
- platí:
  - $U_e = RI + R_i I$
  - veličinu $U=RI$ nazývame ***svorkové napätie zdroja*** a rovná sa napätie vo vonkajšej časti obvodu, $U_i=R_iI$ ***úbytok napätia na zdroji***; pre svorkové napätie platí:
    - $U = U_e - R_i I$
  - keď je vonkajší odpor R obvodu oveľa väčší ako vnútorný odpor R_i zdroja, potom R_iI môžeme vzhľadom na U zanedbať
- keď spojíme svorky zdroja vodivým drôtom, nastane ***spojenie nakrátko (skrat)***, vonkajší odpor je takmer nulový, preto $U=0\ V$, a prúd v obvode dosiahne najväčšiu možnú hodnotu:
  - $I_{max} = \frac{U_e}{R_i}$

12.3 Kirchhoffove zákony

- elektrické obvody a zdrojmi elektromotorického napätia môžu byť jednoduché alebo rozvetvené (zložené). Miesto v rozvetvenom obvode, kde sa stýkajú najmenej tri vodiče, nazýva sa ***uzol elektrického obvodu***. Časť obvodu medzi dvoma uzlami je ***vetva elektrického obvodu***.

12.3.1 prvý Kirchhoffov zákon

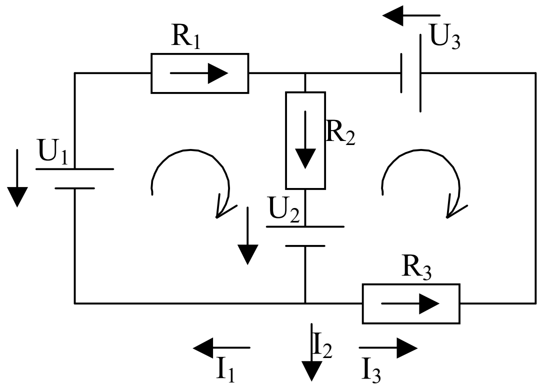
- *1. Kirchhoffov zákon (pre uzol jednosmerného obvodu):* algebrický súčet prúdov v uzle sa rovná nule
    - $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0A$ (vstupujúce prúdy berieme s kladným znamienkom a vystupujúce so záporným)



- zákon vyjadruje princíp zachovávania náboja, t.j., že pri konštantnom prúde sa v žiadnom mieste vodiča, a teda ani v uzle, nehromadia častice s nábojom
- pre obvod na obr. platí:
    - $I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$

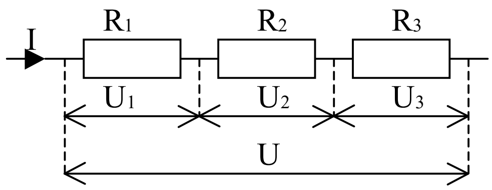
12.3.2 druhý Kirchhoffov zákon

- *2. Kirchhoffov zákon (pre jednoduché uzavreté obvody)*: v jednoduchom uzavretom obvode sa súčet elektromotorických napätí U_{ei} zaradených zdrojov rovná súčtu úbytkov napätí $R_k I_k$
    - $\sum_{i=1}^{m} U_{ei} = \sum_{k=1}^{n} R_k I_k$ (ak máme v obvode n uzlov (vetiev), môžeme zapísať najviac n-1 nezávislých rovníc)

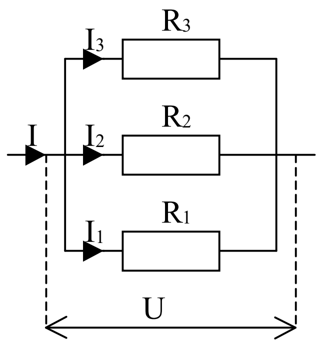


- pre obvod na obr. platí:
    - $$-U_1 + U_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$
      $$-U_2 - U_3 = -R_2 I_2 - R_3 I_3$$

12.3.3 spájanie rezistorov



- ***sériové spojenie:***
    - pri sériovom spojení sa celkový odpor R rovná súčtu odporov jednotlivých rezistorov
        - $R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$
    - rezistormi prechádza rovnaký prúd I, napätie sa rozdelí na rezistoroch v pomere:
        - $U_1 : U_2 : U_3 : \ldots U_n = R_1 : R_2 : R_3 : \ldots R_n$
    - pre celkové napätie platí:
        - $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$

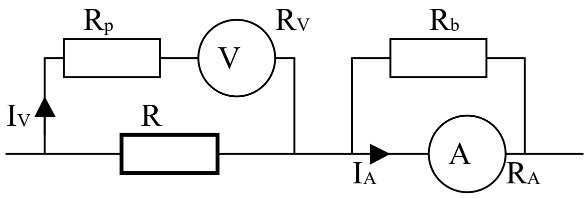


- ***paralelné spojenie:***
    - pri paralelnom spojení rezistorov sa prevrátená hodnota celkového odporu rovná súčtu prevrátených hodnôt jednotlivých odporov rezistorov
        - $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \frac{1}{R_n}$
    - na rezistoroch je rovnaké napätie, no prúd sa rozdelí do jednotlivých vetiev v pomere:
        - $I_1 : I_2 : I_3 : \ldots I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \ldots \frac{1}{R_n}$

- pre celkový prúd platí:
  - $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots I_n$

12.3.4 aplikácie Kirchhoffových zákonov

- *zväčšenie rozsahu ampérmetra:*
  - ampérmeter, ktorým meriame elektrický prúd, zapájame sériovo so spotrebičom; odpor R_A ampérmetra musí by veľmi malý, a by čo najmenej ovplyvnil prúdové a napäťové pomery v obvode. Ampérmetrom môže prechádzať nanajvýš istý maximálny prúd I_A.
  - pri meraní prúdov n-krát väčších, ako je maximálny prúd I_A postupujeme tak, že k ampérmetru paralelne pripojíme rezistor s odporom R_b, tzv. ***bočník***, pre ktorého odpor podľa Kirchhoffových zákonov musí platiť:
    - $nI_A - I_A - I_B = 0 \wedge R_A I_A - R_b I_b = 0 \Rightarrow R_b = \frac{1}{n-1} R_A$
- *zväčšenie rozsahu voltmetra:*
  - voltmeter, ktorým meriame elektrické napätia, zapájame paralelne do obvodu; pri paralelnom spojení sa prúd rozdeľuje do jednotlivých vetví a odpor paralelnej kombinácie sa pozmení: Zapojený voltmeter prúdovo zaťaží zdroj a zmerané napätie na meranom úseku je o niečo menšie ako pred zapojením voltmetra, a preto odpor voltmetra má byť veľký, aby sa nezaťažila sieť (má ním prechádzať minimálny prúd), a aby sa prúdové pomery veľmi nezmenili



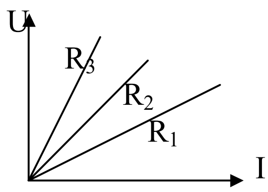
  - voltmeter môže merať isté maximálne napätie U_v, dané maximálnym prúdom I_v, ktorý môže prechádzať cievkou voltmetra s odporom R_v: Keď je merané napätie n-krát väčšie ako napätie U_v, tak k voltmetru sériovo pripájame tzv. ***predradný rezistor*** s odporom R_p. Tým sa utvorí delič napätia, ktorého časťami (prvkami) prechádza rovnaký prúd; potom pre odpor predradného rezistora platí:
    - $R_p = (n-1)R_v$
- ***meranie elektrického odporu:***
  - ***priama metóda:***
    - je založená na definícii elektrického odporu. Ampérmetrom odmeriame prúd I, ktorý prechádza rezistorom s odporom R a voltmetrom napätie medzi jeho koncami. Výsledok je približný, lebo zaradením oboch meracích prístrojov sa pomery v obvode zmenia tak, že na rezistore nemožno priamo odmerať súčasne napätie aj prúd, a preto sa používajú dva spôsoby zapojenia (***1. spôsob***: voltmeter zaradíme paralelne k rezistoru a k nim sériovo ampérmeter; voltmeter ukazuje skutočné napätie na rezistore, no ampérmeter ukazuje o niečo väčší prúd; ***2. spôsob***: ampérmeter zaradíme sériovo k rezistoru a k nim paralelne voltmeter; ampérmeter ukazuje skutočnú hodnotu prúdu, no voltmeter ukazuje o niečo väčšiu hodnotu napätia)
  - ***substitučná metóda:***
    - je založená na porovnávaní odporu neznámeho rezistora s odpormi známych rezistorov. určíme prúd, ktorý tečie neznámym rezistorom a túto hodnotu porovnávame s hodnotami prúdov, ktoré tečú známymi odpormi.
  - ***mostíková metóda:***
    - je založená na zapojení mostíka s galvanometrom do obvodu, jedna časť je pohyblivá; posúvaním mostíka dosiahneme, aby galvanometrom neprechádzal prúd, a tak zo známych údajov určíme neznámy odpor (touto metódou získavame najpresnejšie výsledky)

13 Elektrický prúd v látkach

- z hľadiska vedenia elektrického prúdu rozdeľujeme látky na ***vodiče*** (merný elektrický odpor je rádovo 10^{-7} až 10^{-8} Ω.m), ***polovodiče*** (merný elektrický odpor je rádovo v intervale 10^{-2} až 10^{9} Ω.m) a ***izolanty (dielektriká)*** (merný elektrický odpor je rádovo väčší ako 10^{9} Ω.m)

13.1 elektrický prúd v kovoch

- kovy sú polykryštalické látky s kovovou väzbou. Kryštálová mriežka je utvorená z kladných iónov, medzi ktorými sa neusporiadane pohybujú valenčné elektróny, ktoré sú spoločné pre všetky atómy kovu ako celku a môžu sa v ňom voľne pohybovať – sú to ***voľné elektróny***.
- elektrický prúd v kovoch tvoria iba voľné elektróny – ***elektrónová vodivosť kovov***, a tak vznikla ***teória elektrónovej vodivosti kovov***
    - elektrický prúd v kovoch tvoria iba voľné elektróny, ktoré majú dostatočnú energiu – ***vodivostné elektróny***
    - vodivostné elektróny konajú v kove tepelný pohyb (stredná rýchlosť tohto pohybu je rádovo 10^{5} m.s^{-1} až 10^{6} m.s^{-1}; jej zmena s teplotou je zanedbateľná). Energia vodivostných elektrónov môže nadobudnúť iba isté hodnoty, je kvantovaná.
    - v dôsledku tepelného pohybu vodivostných elektrónov v kove, ktorý nie je v elektrickom poli, sa celkový náboj prenesený týmito elektrónmi ľubovoľným prierezom vodiča rovná nule, takže aj elektrický prúd je nulový
    - keď kovový vodič zapojíme na zdroj jednosmerného napätia, vznikne v ňom elektrické pole s intenzitou $\vec{E}$. Na každý vodivostný elektrón pôsobí sila $\vec{F}_e = -e\vec{E}$, kde e je veľkosť náboje elektrónu. pôsobením tejto sily získavajú vodivostné elektróny okrem okamžitej rýchlosti dodatočnú rýchlosť, ktorá sa volá ***unášavá rýchlosť*** (10^{-6} m.s^{-1} až 10^{-4} m.s^{-1}), preto vodivostné elektróny konajú okrem tepelného pohybu aj usporiadaný pohyb od zápornej svorky ku kladnej svorke zdroja; v kovovom vodiči vznikne tak jednosmerný elektrický prúd
    - po zapojení na zdroj so stálym elektromotorickým napätím vznikne veľmi rýchlo konštantný prúd. V procese vedenia elektrického prúdu odovzdávajú vodivostné elektróny získanú hybnosť kryštálovej mriežke kovu (príčinou sú poruchy kryštálovej mriežky a tepelný kmitavý pohyb iónov mriežky) – s tým súvisí existencia elektrického odporu
- graf závislosti elektrického napätia od elektrického prúdu (***voltampérova charakteristika***):



13.2 elektrický prúd v polovodičoch

- medzi polovodiče patria niektoré chemické prvky (kremík, germánium, uhlík, selén, telúr), niektoré chemické zlúčeniny (sulfid olovnatý, sulfid kademnatý), ale aj niektoré organické látky (hemoglobín)
- typickým znakom polovodičov je, že ***merný elektrický odpor polovodičov ρ so zvyšujúcou teplotou sa rýchlo zmenšuje*** (v kovoch sa naopak ρ so zvyšujúcou teplotou mierne zväčšuje)
    - so zvyšujúcou sa teplotou sa zväčšujú rozkmity častíc v mriežke, čo spôsobuje zväčšenie ρ. Zmenšovanie hodnoty ρ v polovodičoch spôsobuje to, že so zvyšujúcou sa teplotou v polovodičoch nastáva prudké zväčšenie hustoty voľných elektrónov, ktoré vedú elektrický prúd, tým sa polovodiče stávajú vodivými
    - veľká teplotná závislosť odporu polovodiča sa v praxi využíva pri ***termistoroch*** Termistor je jednoduchá polovodičová súčiastka, ktorá sa skladá z kúska polovodiča a dvoch elektrických prívodov. Meraním odporu termistora môžeme nepriamo merať teplotu danej látky s presnosťou až na 10^{-3} K

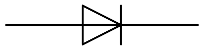
13.2.1 vlastné polovodiče

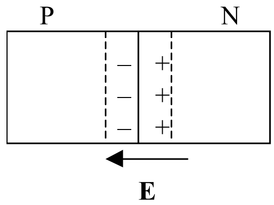
- pri vyšších teplotách kmity atómov mriežky môžu vyvolať porušenie väzieb medzi atómami, a tak zrušením niektorých väzieb vznikajú dva typy voľných častíc s nábojom – ***voľné elektróny*** a tzv. ***diery*** (častice s kladným elektrickým nábojom); hovoríme o vzniku, čiže ***generácii*** párov elektrón – diera
- pojmom ***diera*** charakterizujeme situáciu, keď uvoľnený valenčný elektrón chýba vo väzbe medzi atómami. kladný náboj získa diera z prebytku kladných nábojov atómového jadra, ktoré bolo pred uvoľnením valenčného elektrónu v rovnovážnom stave. Diera teda nepredstavuje skutočnú časticu s nábojom, akou je napr. protón
- pri stretnutí voľného elektrónu s dierou obsadí voľný elektrón prázdne miesto v chemickej väzbe, čím nastane zánik páru voľný elektrón – diera. Z voľného elektrónu sa opäť stane valenčný (väzbový) elektrón; zánik týchto párov sa nazýva ***rekombinácia***
- bez prítomnosti elektrického poľa v polovodičoch je pohyb voľných elektrónov a dier chaotický (pohyb diery si predstavujeme tak, že niektorý z valenčných elektrónov susedných väzieb (v danom okamihu ešte neporušených) preskočí na miesto väzby porušenej. Tým obnoví pôvodne porušenú väzbu a spôsobí zánik diery. Súčasne sa objaví diera na inom mieste, takže diery „putujú“ po kryštáli vodiča)
- keď je v polovodičoch elektrické pole, potom sa voľné elektróny pohybujú proti smeru a diery v smere vektora intenzity tohto poľa. V polovodiči vznikne elektrický prúd. Keďže oba druhy častíc majú opačné náboje a pohybujú sa v opačných smeroch, tak ***výsledný elektrický prúd I v polovodiči*** sa rovná súčtu elektrónového prúdu I_e a dierového prúdu I_d:
    - $I = I_e + I_d$
    - tento typ elektrickej vodivosti sa nazýva ***vlastná vodivosť***, lebo je umožnená vlastnými elektrónmi atómov polovodičov. Látky s touto vodivosťou tvoria ***vlastné polovodiče***
- so zvyšujúcou sa teplotou sa zvyšuje hustota voľných elektrónov a dier, tým sa zmenšuje elektrický odpor (neplatí Ohmov zákon)

13.2.2 nevlastné (prímesové) polovodiče

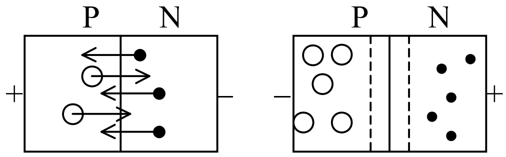
- pridaním niektorých prímesi do polovodičov môžeme dosiahnuť, aby v polovodiči prevažovala elektrónová alebo dierová vodivosť
- keď v kryštáli kremíka nahradíme niektorý atóm štvormocného kremíka päťmocným atómom fosforu, tak štyri elektróny sa zúčastnia na kovalentnej väzbe, no piaty elektrón je k fosforu veľmi slabo viazaný, a tak už pri nízkej teplote sa od neho odpúta a stane sa voľným elektrónom (diera nevznikne). V kremíku je nadbytok voľných elektrónov, a tak takýto polovodič sa nazýva ***polovodič s elektrónovou vodivosťou (polovodič typu N)***
    - prímesové atómy, ktoré z polovodičovej látky tvoria polovodič typu N, nazývajú sa ***donory*** (poskytujú voľné elektróny). Pre kremík a germánium sú donormi napr. fosfor, dusík, arzén, antimón, bizmut
- keď do kryštálu mriežky kremíka zabudujeme atóm trojmocného prvku (napr. india), chýba mu na plné obsadenie väzby jeden valenčný elektrón. Vznikne diera bez vzniku voľného elektrónu. Vodivosť spôsobená dierami sa volá ***dierová vodivosť polovodiča (polovodič typu p)***
    - prímesové atómy, ktoré spôsobujú vodivosť typu P, nazývajú sa ***akceptory*** (od svojho okolia sú schopné prijať väzbový elektrón, čím vznikajú diery). Pre kremík a germánium sú akceptormi napr. indium, bór, hliník, gálium
- elektrickú vodivosť tohto druhu nazývame ***nevlastná vodivosť***, lebo je spôsobená prítomnosťou cudzích, nie vlastných atómov. Polovodiče s touto vodivosťou sa volajú ***nevlastné (prímesové) polovodiče***
- v nevlastných polovodičoch elektrický prúd sprostredkuje jeden typ častíc (väčšinové – majoritné častice); v danom polovodiči sú aj voľné častice s opačným nábojom (menšinové – minoritné častice)

13.2.3 diódový jav

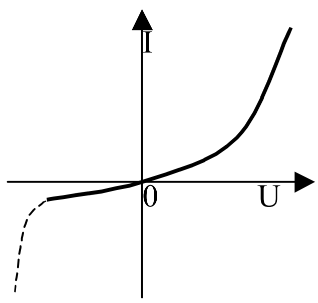
- rozhranie dvoch polovodičov s rozličným typom vodivosti sa volá PN prechod; pričom tento prechod sa vyznačuje tým, že má schopnosť usmerňovať – prepúšťať elektrický prúd iba jedným smerom
- polovodič s prechodom PN nazývame ***polovodičová dióda*** (značka 
- hustota voľných elektrónov a dier je v oboch častiach polovidiča rozmanitá, takže vzniká difúzia voľných elektrónov z polovodiča typu N do polovodiča typu P a naopak difúzia dier z P do N. Pri difúzii elktrónov z N do P zostanú v čsti N v okolí rozhrania nevykompenzované kladné ióny donorov; v časti P voľné elektróny rýchlo rekombinujú s dierami, takže v blízkosti rozhrania sa v tejto časti utvoria nevykompenzované záporné ióny akceptorov. Analogicky prebieha opísaný dej pri difúzii dier z P do N, takže v okolí rozhrania zostávajú v časti P nevakompenzované záporné ióny akceptorov a v časti N nevykompenzované ióny donorov. V dôsledku týchto dejov sa v priestore okolo rozhrania utvára prechod PN ako elektrická dvojvrstva s iónmi opačnej polarity. vzniknuté elektrické pole v prechode PN zabraňuje ďalšej difúzii väčšinových voľných častíc s nábojom. Pri istej veľkosti intenzity elektrického poľa sa vytvorí rovnovážny stav. Prechod Pn je takmer bez voľných nabitých častíc,a preto má veľký elktrický odpor, ktorý rozhoduje o celkovom elektrickém odpore polovodiča.



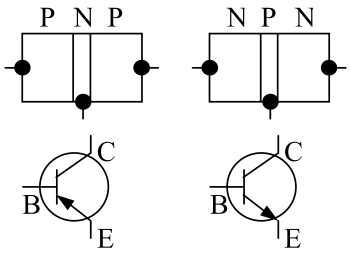
- PN prechod spôsobuje prenos menšinových častíc (diery v N, voľné elektróny v P) do susednej oblasti, no v rovnovážnom stave počet dier a počet voľných elektrónov, ktoré prejdú do susednej časti, je rovnaký, takže výsledný elektrický prúd na prechode PN je nulový.
- keď polovodičovú diódu pripojíme k zdroju elektromotorického napätia, tak v polovodiči nastanú zmeny:



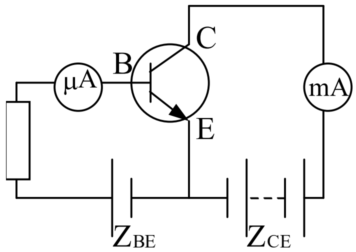
    - keď kladnú svorku zdroja pripojíme k P a zápornú k N, potom elektrické pole prechodu PN sa zoslabí elektrickým poľom zdroja napätia. V dôsledku porušenia rovnovážneho stavu difundujú do oblasti prechodu diery so vzdialenejších miest časti P a voľné elektróny zo vzdialenejších miest časti N; to sa prejaví zmenšením elektrického odporu prechodu PN a elektrickým, obvodom začne pretekať prúd – hovoríme, že prechod PN je zapojený v ***priepustnom smere*** a že ním prechádza ***priepustný prúd***
    - keď zmeníme polaritu vonkajšieho zdroja napätia, zväčší sa intenzita elektrického poľa prechodu PN. To vyvolá pohyb väčšinových voľných častíc smerom od rozhrania, takže sa oblasť prechodu ochudobnená on voľné častice s nábojom ešte viac rozšíri; elektrický odpor PN prechodu sa zväčší, takže diódou bude pretekať len veľmi malý elektrický prúd – hovoríme, že prechod PN je zapojený ***v závernom smere*** a že ním prechádza ***záverný prúd***
- graf závislosti elektrického prúdu prechádzajúceho polovodičovou diódou od napätia v dióde sa nazýva ***voltampérova charakteristika polovodičovej diódy***
    - elektrický prúd v dióde nelineárne závisí od napätia na dióde
    - zvyšovaním napätia na dióde zapojenej v priepustnom smere sa prúd veľmi rýchlo zväčšuje (I. kvadrant)
    - pri zapojení diódy v závernom smere prechádza diódou malá záverný prúd (III. kvadrant, v grafe je znázornený v menšej mierke)



13.2.4 tranzistorový jav



- ***tranzistor*** je polovodičová súčiastka, ktorá obsahuje dva prechody PN. Z fyzikálneho hľadiska je tranzistor tvorený kryštálom polovodiča s troma oblasťami s vodivosťou typu P, N a P, príp. N, P a N; podľa toho hovoríme o tranzistore PNP alebo NPN
- základná platnička (stredná časť polovodiča) medzi dvoma prechodmi PN sa nazýva ***báza B***, ďalšie dve oblasti sú ***kolektor C*** a ***emitor E***. Báza je v oblasti medzi prechodmi PN veľmi tenká (1–10 μm)
- používajú sa tri zapojenia tranzistora (so spoločnou bázou, so spoločným emitorom, so spoločným kolektorom)
- ***zapojenie so spoločnou bázou:***

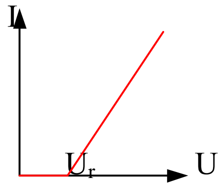


  - zdroje napätia sú zapojené do obvodu tak, že prechod PN medzi E a B je zapojený v priepustnom smere, kým prechod medzi B a C v závernom smere. Pri tomto zapojení prechádza emitorom pomerne veľký prúd (niekoľko mA), kým kolektorom by mal prechádzať iba nepatrný záverný prúd. V skutočnosti je kolektorový prúd takmer rovnako veľký ako emitorový prúd. je to tak preto, že oba prechody PN sú veľmi blízko pri sebe, takže väčšina dier vstupujúcich z emitora do bázy difunduje až do blízkosti prechodu PN báza – kolektor, kde sú priťahované kolektorom. Takmer všetok emitorový prúd sa dostane tenkou bázou do kolektora. Zmena emitorového prúdu vyvoláva podobnú zmenu kolektorového prúdu. Kolektorový prúd je ovládaný emitorovým prúdom.
  - kolektorový prúd býva o niečo menší ako emitorový, lebo niektoré diery, ktoré, prechádzajú z emitora do bázy, sa do kolektoru nedostanú. V báze rekombinujú, čím prispievajú k prúdu prechádzajúceho prívodom bázy. prúd bázy je pritom oveľa menší ako kolektorový a emitorový prúd.
- dôležitým parametrom tranzistora je ***prúdový zosilňovací činiteľ β*** definovaný vzťahom:
  - $\beta = \dfrac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ pri konštantnom napätí U_{CE}, kde ΔI_C je zmena kolektorového prúdu a ΔI_B zmena bázového prúdu (ktorý vyvolal zmenu kolektorového prúdu) pri konštantnom napätí U_{CE} medzi kolektorom a emitorom. parameter β dosahuje v praxi hodnotu okolo 100.

13.3 elektrický prúd v elektrolytoch

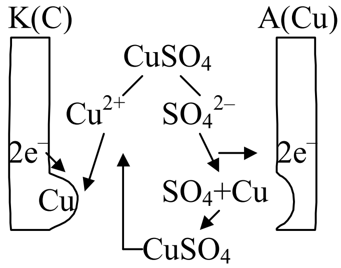
- v kvapalinách sprostredkúvajú elektrický prúd voľné pohybliví kladné a záporné ióny (katióny a anióny). Vznik voľných iónov rozpadom rozpustenej látky v rozpúšťadle nazývame ***elektrolytická disociácia***
- vodivé roztoky nazývame ***elektrolyty***; všeobecne vznikajú rozpúšťaním iónovej zlúčeniny v nejakom rozpúšťadle. Elektrolytmi sú napr. vodné roztoky solí (NaCl, KCl), kyselín (H_2SO_4, HNO_3) a zásad (KOH, NaOH).
- ióny spolu s molekulami rozpúšťadla vykonávajú ustavičný neusporiadaný pohyb, no keď do elektrolytu vložíme dve elektródy a zapojíme ich na zdroj jednosmerného napätia, vznikne medzi elektródami vnútri elektrolytu elektrické pole, ktoré vyvolá usmernený pohyb iónov v roztoku. Katióny sa začnú pohybovať ku ***katóde*** (elektróde zapojenej na zápornú svorku zdroja) a anióny ku ***anóde*** (elektróde zapojenej na kladnú svorku zdroja). Usporiadaný pohyb iónov v elektrickom poli medzi elektródami tvorí elektrický prúd v elektrolyte. Podľa dohody je smer prúdu určený pohybom kladných iónov.

13.3.1 závislosť prúdu v elektrolyte od napätia



- keď elektródy v elektrolyte zapojíme na malé napätie, miliampérmeter zaznamená malý prúd, ktorý rýchlo zanikne. Pri pomalom zvyšovaná napätia sa tento jav opakuje. Trvalý prúd vzniká, keď prekročíme isté medzné napätie – ***rozkladové napätie** U_r*; potom sa prúd lineárne zvyšuje. Pre napätie väčšie ako je rozkladové napätie je prúd lineárnou funkciou napätia:
    - $I = \dfrac{U - U_r}{R}$, kde $\boldsymbol{R}$ je ***odpor elektrolytu***
    - so zvyšovaním teploty klesá viskozita elektrolytu, čím sa zmenšujú sily, ktoré brzdia pohyb iónov, a preto je pri vyššej teplote elektrický prúd (pri rovnakom napätí) väčší

13.3.2 Faradayove zákony elektrolýzy



- elektrické pole, ktoré vznikne v elektrolyte medzi anódou a katódou, vyvolá usporiadaný pohyb iónov a obvodom prechádza elektrický prúd. Ióny na elektródach odovzdávajú svoj náboj, menia sa na atómy alebo molekuly, ktoré sa vylučujú na povrchu elektród alebo chemicky reagujú a materiálom elektród, alebo s elektrolytom. Pri elektrolýze sa na katóde vždy vylučuje vodík alebo kov.
- ***1. Faradayov zákon:***
    - hmotnosti látok vylúčených na elektródach sú priamo úmerné celkovému elektrickému náboju, ktorý preniesli pri elektrolýze ióny
        - $m = AQ = AI.\Delta t$, kde $\boldsymbol{A}$ je ***elektrochemický ekvivalent látky*** (pre danú látku je to charakteristická konštanta; jej jednotkou je kg.C^{-1}), Δt je doba, za ktorú elektrolytom prechádzal prúd I
    - keď N_V je hustota príslušného druhu iónov v elektrolyte, v_p ich priemerná unášavá rýchlosť a m_0 hmotnosť každého iónu, potom plochou s obsahom S prejde za dobu Δt celkom N iónov, pričom:
        - $N = N_V V = N_V S v_p .\Delta t$
    - celková hmotnosť iónov je:
        - $m = m_0 N = m_0 N_V S v_p \Delta t \rightarrow (1)$
    - jeden ión má náboj $Q_1 = ze$, kde z je nábojové číslo elementárneho náboja; potom celový prenesený náboj má hodnotu:
        - $Q = NQ_1 = Nze = N_V S v_p ez.\Delta t \rightarrow (2)$
    - delením rovníc (1) a (2) dostaneme:
        - $\dfrac{m}{Q} = \dfrac{m_0}{ze} = konšt. = A$
    - rozšírením vzťahu Avogadrovou konštantou dostaneme:
        - $A = \dfrac{m_0 N_A}{zeN_A} = \dfrac{M_m}{zF}$, kde M_m je mólová hmotnosť a $F = eN_A$ je ***Faradayova konštanta***; $F = 9{,}65 \,.\, 10^4$ $C.mol^{-1}$
    - dosadením do 1. Faradayovho zákona dostaneme:
        - $m = \dfrac{M_m}{Fz} Q$
- ***2. Faradayov zákon:***
    - hmotnosti rozličných prvkov (alebo radikálov) vylúčených pri elektrolýze tým istým nábojom sú chemický ekvivalentné

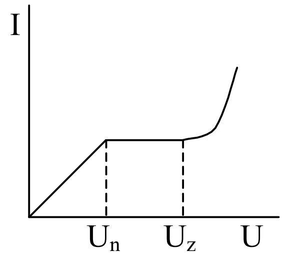
13.3.3 galvanické články

- galvanický článok je zdroj jednosmerného napätia, ktorý sa skladá z elektrolytu a dvoch chemický odlišných elektród
    - keď kovovú elektródu ponoríme do vodného roztoku soli toho istého kovu, prebehne redoxný dej, pri ktorom buď do roztoku vstupujú z kovu ďalšie ióny, alebo sa z neho na kov vylučujú. Roztok aj kov sa nabijú a na rozhraní roztoku a kovu vznikne tenká dvojvrstva kladných a záporných iónov – ***elektrická dvojvrstva***. V nej utvorené elektrické pole bráni prechodu ďalších iónov z kovu do roztoku alebo naopak, a preto sa utvorí rovnovážny stav. Elektrickej dvojvrstve prislúcha napätie, ktorého hodnota je rozličná pre rôzne kovy a ich vodné roztoky. Keď elektródy ponoríme do elektrolytu, je medzi nimi nenulové napätie, ktoré sa elektromotorické napätie.
- na vzniku elektrickej dvojvrstvy sú založené ***galvanické články*** a ***akumulátory***

13.4 elektrický prúd v plynoch a vákuu

- plyny sú zložené z elektricky neutrálnych atómov a molekúl a za normálnych podmienok sú takmer nevodivé. Elektricky vodivými sa stanú ***ionizáciou***. Je to dej, pri ktorom sa vonkajším zásahom odtrhávajú z atómov molekúl ***elektróny***. Zvyšky molekúl sú ***kladné ióny***. Okrem dvojice ***elektrón – kladný ión*** sa môžu utvoriť aj ***záporné ióny*** pripojením uvoľnených elektrónov k iným neutrálnym molekulám (túto schopnosť majú elektronegatívne prvky)
- prostriedky, ktorými sa vyvoláva ionizácia, nazývajú sa ***ionizátory***. Ionizátorom je každý zdroj energie, ktorý poskytuje elektrónom v atómoch (molekulách) energiu potrebnú na ich uvoľnenie. (Ionizácia môže nastať vzájomnými zrážkami molekúl plynu – ***ionizácia nárazom***)
- pri ionizácii atómu plynu (molekuly) konajú vonkajšie sily ionizačnú prácu proti silám vzájomného pôsobenia medzi uvoľneným elektrónom a ostatnými časticami atómu (molekuly). Najmenšia energia potrebná na uvoľnenie elektrónu sa nazýva ***ionizačná energia***
- ionizujú elektróny, resp. ióny získajú potrebnú energiu najmä v elektrickom poli, ktoré je medzi elektródami výbojovej trubice. Tieto častice sú medzi zrážkami neustále urýchľované a pri zrážkach odovzdávajú časť svojej energie na ionizáciu molekúl.
    - kinetická energia nabitej častice s nábojom e, hmotnosťou m a rýchlosťou v sa meria prácou síl homogénneho elektrického poľa s intenzitou veľkosti E potrebnou na jaj urýchlenie z pokoja po dráhe l. Platí:
        - $\frac{1}{2}mv^2 = eEl$
    - za predpokladu, že častica sa pohybuje v smere siločiar a pri zrážke odovzdá molekule všetku kinetickú energiu rovnajúcu sa ionizačnej energii E_i, bude $l=\lambda$ (stredná voľná dráha častice). Potom pre najmenšiu rýchlosť, ktorú musí mať častica, aby pri zrážke s molekulou nastala ionizácia, vypočítame podľa vzťahu:
        - $\frac{1}{2}mv^2 = eE\lambda = E_i \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_i}{m}}$
- ionizáciou utvorené voľné elektróny a ióny majú obmedzenú dobu trvania, lebo sa navzájom priťahujú a ich počet sa rýchlo zmenšuje – ***rekombinácia***
- pôsobením elektrického poľa na ionizovaný plyn sa ióny a elektróny začnú usporiadane pohybovať, a tak obvodom začne tiecť elektrický prúd; tento dej v plyne sa volá ***výboj***
- prúd v ionizovanom plyne sa udržiava iba počas pôsobenia ionizátora, preto hovoríme o ***nesamostatnom výboji***
- pri prekročení určitej intenzity elektrického poľa utvorené ióny a elektróny majú dostatočnú energiu na ionizáciu nárazom ďalších molekúl; plyn sa ionizuje vlastnými iónmi, ale najmä elektrónmi – hovoríme o ***samostatnom výboji***. Elektrické napätie, pri ktorom vzniká samostatný výboj, nazýva sa ***zápalné napätie***
- graf závislosti prúdu I elektrického výboja od napätia U medzi elektródami sa nazýva ***voltampérova charakteristika výboja***

- uvažujeme o ionizovanom plyne medzi platňami kondenzátora:
- pri zväčšovaní napätia na platniach zväčšuje sa aj prúd. Pri malých napätiach prevláda rekombinácia a iba malé percento iónov sa dostane na platne kondenzátora. Keď sa napätie zväčšuje, elektrické pole urýchli ióny a elektróny tak, že nestačia rekombinovať, ale čoraz vo väčšom počte zanikajú zachytením sa na platničkách. Prúd sa stáva nasýteným pri napätí U_n, keď sú všetky ióny zachytené platňami. Prúd dosiahne hodnotu I_n, čo je tzv. ***nasýtený prúd***.



- ďalšie zvyšovanie napätia naspôsobuje zvyšovanie prúdu. Samostatný výboj nastáva pri oveľa vyššom napätí, t.j. pri ***zápalnom napätí*** U_z.. Prechod z nesamostatného na samostatný výboj nazývame ***elektrický prieraz plynu***. Pri pokračujúcom zvyšovaní napätia sa prúd veľmi rýchlo zväčšuje.

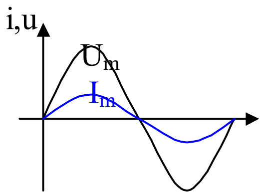
14 Obvod striedavého prúdu

- nútené elektromagnetické kmitanie má veľký význam najmä pri prenose elektrickej energie a v rozličných elektronických zariadeniach. V týchto prípadoch elektromagnetické kmitanie nazývame ***striedavý prúd***.
- zdroje striedavého prúdu nazývame ***generátory striedavého prúdu*** (v energetike sa používajú generátory s otáčavými súčasťami – alternátory, ktoré dodávajú do elektrickej siete striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz; elektronické generátory striedavého prúdu, ktoré sa využívajú v oznamovacej technike na prenos informácií, majú frekvenciu do 10 GHz)
- keď je do obvodu zaradený prvok s jedným parametrom (odporom, indukčnosťou, kapacitou), vznikne ***jednoduchý obvod striedavého prúdu***. V obvode môže byť aj viac prvkov s rôznymi parametrami, ktoré tvoria ***zložený obvod striedavého prúdu***.

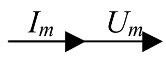
14.1 jednoduchý obvod striedavého prúdu

14.1.1 obvod s odporom

- keď obvod pripojíme na zdroj striedavého napätia, pre okamžité napätie platí:
    - $u = U_m \sin \omega t$
- rezistorom prechádza prúd , pre ktorého okamžitú veľkosť platí:
    - $i = \dfrac{u}{R} = \dfrac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$
- amplitúda striedavého prúdu je:
    - $I_m = \dfrac{U_m}{R}$
- odpor *R* rezistora striedavého prúdu je rovnaký ako v obvode jednosmerného prúdu; nazýva sa tiež ***rezistancia***
- pre jednoduchý obvod striedavého prúdu s odporom platí Ohmov zákon, tak ako pre obvod s jednosmerným prúdom. Amplitúda napätia na rezistore a amplitúda prúdu v obvode nezávisí od frekvencie striedavého prúdu. Zo vzťahu pre napätie a prúd vyplýva, že obidve veličiny sú v obvode v rovnakej fáze a nevzniká medzi nimi fázový rozdiel.



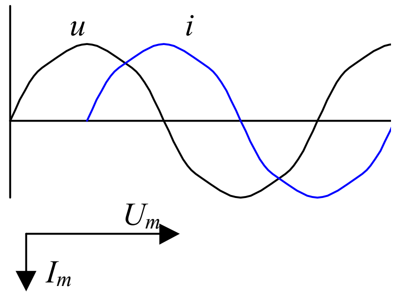
- vlastnosti obvodov sa znázorňujú aj ***fázorovým diagramom***



14.1.2 obvod s indukčnosťou

- keď cievku pripojíme k zdroju striedavého napätia, prechádza obvodom striedavý prúd a okolo cievky vzniká meniace sa magnetické pole. To spôsobuje, že sa v cievke indukuje napätie, ktoré podľa Lenzovho zákona má opačnú polaritu ako zdroj napätia. Následkom toho dosahuje prúd v odvode najväčšiu hodnotu neskôr ako napätie. Prúd sa za napätím oneskoruje a vzniká ***záporný fázový posun*** o uhol $\dfrac{\pi}{2}$
- pre okamžité napätie platí:
    - $u = U_m \sin \omega t$
- pre okamžitý prúd platí:
    - $i = I_m \sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right) = -I_m \cos \omega t$
- veľkosť napätia, ktoré sa v cievke indukuje, závisí od časových zmien magnetického poľa, čiže od frekvencie striedavého prúdu. Preto sa cievka správa ako odpor, ktorého veľkosť sa s rastúcou frekvenciou zväčšuje
- veľkosť indukovaného napätia závisí aj od vlastnej indukčnosti cievky

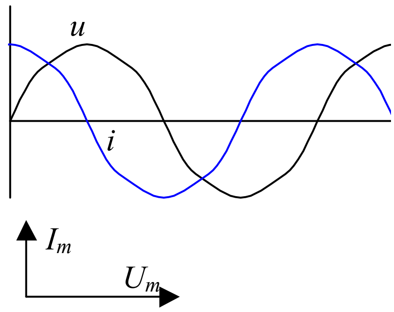
- cievka má však iba zdanlivo vlastnosť odporu, lebo sa v nej elektromagnetická energia nemení na teplo ako pri rezistore. v cievke len vzniká a zaniká magnetické pole, čo sa prejavuje fázovým rozdielom napätia a prúdu v obvode



- ***induktancia:***
  - $X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L$, $[X_L] = \Omega$
  - pri výpočtoch sa používa ***komplexná induktancia:***
    - $\overline{X}_L = j\omega L$
    - komplexná induktancia sa nanáša na kladnú časť imaginárnej osi
- skutočné cievky majú okrem indukčnosti aj odpor: Keď je odpor taký malý, že platí $R \ll \omega L$, môžeme ho zanedbať a cievka má približne vlastnosti ideálnej cievky. Keď odpor v porovnaní s indukčnosťou nemôžeme zanedbať, musíme pre cievku použiť vzťah pre zložený obvod striedavého prúdu

14.1.3 odpor s kapacitou

- keď pripojíme kondenzátor k zdroju striedavého napätia, periodicky sa nabíja a vybíja. Nabíjací prúd kondenzátora je najväčší v okamihu, keď je kondenzátor nenabitý, t.j. keď napätie medzi platňami kondenzátora je nulové. Naopak v okamihu, keď je kondenzátor nabitý na napätie U_m, je v obvode nulový prúd. Dielektrikom medzi platňami kondenzátora prúd neprechádza. Mení sa iba intenzita elektrického poľa a dielektrikum sa striedavo polarizuje. Prúd v obvode predbieha napätie o uhol $\frac{\pi}{2}$



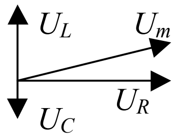
- pre okamžité napätie platí:
  - $u = U_m \sin \omega t$
- pre okamžitý prúd platí:
  - $i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos \omega t$
- čím väčšia je frekvencia striedavého prúdu a čím väčšia je kapacita kondenzátora, tým väčšia je amplitúda nabíjacieho a vybíjacieho prúdu. Kondenzátor má podobné vlastnosti ako odpor, ktorý sa so zväčšujúcou frekvenciou a kapacitou zmenšuje. Pretože v obvode s kapacitou nenastáva premena elektromagnetickej energie na teplo, ale iba periodicky vzniká a zaniká elektrické pole, kondenzátor má len zdanlivo vlastnosti odporu.
- ***kapacitancia:***
  - $X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}$, $[X_C] = \Omega$
  - pri výpočtoch sa používa ***komplexná kapacitancia:***
    - $\overline{X}_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$
    - komplexná kapacitancia sa nanáša na zápornú časť imaginárnej osi

14.2 zložený obvod striedavého prúdu

- ak sa v obvode nachádza viac prvkov, môžeme ho charakterizovať jediným parametrom, ktorý sa nazýva ***impedancia Z*** (pri riešení sa používa komplexná impedancia)

14.2.1 RLC v sérii

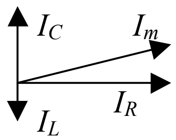
- jednotlivými prvkami obvodu prechádza rovnaký prúd, ale napätia na nich sa líšia veľkosťou a fázou
- riešenie pomocou fázorového diagramu



  - fázor výsledného napätia nájdeme ako geometrický súčet jednotlivých fázorov napätí vo fázorovom diagrame. Veľkosť fázora výsledného napätia vypočítame pomocou Pytagorovej vety:
    - $U_m^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = I_m^2\left[R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2\right]$
  - z Ohmovho zákona pre ***impedanciu*** obvodu platí:
    - $Z = \dfrac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$
    - $X = X_L - X_C$ je ***reaktancia***
    - reaktancia charakterizuje vlastnosti tej časti obvodu striedavého prúdu, v ktorej sa elektromagnetická energia nemení na teplo, ale iba na energiu elektrického a magnetického poľa.
  - vzťah pre impedanciu obvodu s RLC v sérii platí všeobecne pre ľubovoľný obvod striedavého prúdu s prvkami, ktorých parametre možno považovať za sériovo spojené
  - pre ***fázový posun*** napätia a prúdu v obvode platí:
    - $tg\varphi = \dfrac{U_L - U_C}{U_R} = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$
      - pre $U_L > U_C$ je fázový rozdiel prúdu a napätia kladný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a induktanciu
      - pre $U_L < U_C$ je f8yov7 rozdiel prúdu a napätia záporný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a kapacitanciu
    - $\cos\varphi = \dfrac{U_R}{U_m} = \dfrac{R}{Z} \Rightarrow \varphi = \arccos\dfrac{R}{Z}$
- riešenie pomocou komplexnej impedancie:
  - $\overline{Z} = R + \overline{X}_L + \overline{X}_C = R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$
  - $\left|\overline{Z}\right| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

14.2.2 RLC paralelne

- na jednotlivých prvkoch obvodu je rovnaké napätie, ale prúd, ktorý nimi prechádza, sa líši veľkosťou a fázou
- riešenie pomocou fázorového diagramu:



  - fázor výsledného prúdu dostaneme z fázorového diagramu a jeho veľkosť určíme podľa Pytagorovej vety:
    - $I_m^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 = U_m^2\left[\dfrac{1}{R^2} + \left(\dfrac{1}{X_C} - \dfrac{1}{X_L}\right)^2\right]$
    - $I_m^2 = U_m^2\left[\dfrac{1}{R^2} + \left(\omega C - \dfrac{1}{\omega L}\right)^2\right] = U_m^2 \cdot Y^2$, pričom ***Y*** je ***admitancia*** ($Y = \dfrac{1}{Z}$)
  - fázový posun:

        - $\operatorname{tg}\varphi = R\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$
- riešenie pomocou komplexnej impedancie:
    - $\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 + \bar{i}_3 \Rightarrow \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}}{R} + \frac{\bar{U}}{\bar{X}_L} + \frac{\bar{U}}{\bar{X}_C} \Rightarrow \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{X}_L} + \frac{1}{\bar{X}_C}$
    - $\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \Rightarrow Z = \frac{\omega RL}{\sqrt{\omega^2 L^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}}$

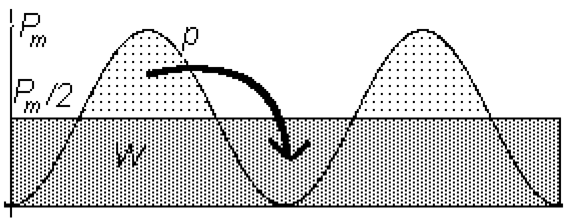
14.2.3 rezonancia

- k rezonancii môže dôjsť, ak sa v obvode súčasne nachádza L aj C
- rezonancia nastáva, ak imaginárna časť impedancie sa rovná nule
- pre RLC obvod v sérii aj paralelne platí:
    - $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \vee \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$
    - $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, f_0 sa nazýva ***vlastná frekvencia***
    - pri vlastnej frekvencii sa vplyvy indukčnosti a kapacity na napätie v obvode navzájom rušia a obvod má vlastnosti rezistancie
    - pri rezonancii amplitúda prúdu v obvode dosahuje najväčšie hodnoty, obmedzené iba rezistanciou obvodu

14.3 výkon striedavého prúdu

14.3.1 obvod s odporom

- keďže v obvode striedavého prúdu sa prúd a napätie neustále menia, bude sa meniť aj výkon a jeho okamžitá hodnota:
    - $p = ui$
- pre obvod, ktorý obsahuje iba rezistor, platí:
    - $p = Ri^2 = RI_m^2 \sin^2 \omega t$
- okamžitá hodnota výkonu sa mení s dvojnásobnou frekvenciou ako prúd a dosahuje amplitúdu:
    - $P_m = RI_m^2$
- za veľmi krátky časový okamih Δt vykoná sa práca $\Delta W = p.\Delta t$; pre celkovú prácu platí $W = \sum \Delta W$. Túto prácu znázorňuje obsah plochy ohraničenej osou času a krivkou grafu okamžitého výkonu



- obsah vymedzenej plochy má rovnakú veľkosť ako obsah plochy obdĺžnika, ktorého jedna strana je úmerná periódе a druhá polovici amplitúdy výkonu
    - $W = \frac{P_m}{2} T = \frac{1}{2} I_m^2 RT$
- stredná hodnota výkonu:
    - $P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} I_m^2 R$
- fyzikálne môžeme tento výsledok vysvetliť tak, že harmonický striedavý prúd s amplitúdou I_m má rovnaký stredný výkon ako ustálený jednosmerný prúd s takou veľkosťou I, že platí:
    - $I^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R$

- pre ***efektívnu hodnotu prúdu*** a ***efektívnu hodnotu napätia*** platí:
    - $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 I_m$, $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707 U_m$
- efektívne hodnoty striedavého prúdu sú hodnoty jednosmerného prúdu, ktorý má v obvode rovnaký výkon ako daný striedavý prúd. Pre výkon striedavého prúdu v obvode s odporom platí:
    - $P = UI$

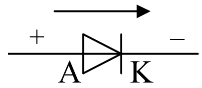
14.3.2 obvod s impedanciou

- v obvode striedavého prúdu, ktorý má okrem odporu R aj parametre L a C, elektrická energia sa mení na vnútornú len v časti obvodu s odporom
- amplitúda prúdu určená impedanciou obvodu je:
    - $I_m = \frac{U_m}{Z}$
- pre stredný výkon striedavého prúdu platí:
    - $P = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} I_m \frac{U_m}{Z} R = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z} = IU \frac{R}{Z} UI \cos\varphi$
    - činiteľ *cosφ* sa nazýva ***účinník*** a udáva účinnosť prenosu energie zo zdroja striedavého prúdu do obvodu striedavého prúdu, čože do spotrebiča
    - φ je fázový posun napätia a prúdu
    - výkon $P_z = UI$ sa nazýva ***zdanlivý výkon***
    - výkon $P = UI\cos\varphi$ sa nazýva ***činný výkon***, pretože určuje časť výkonu, ktorá sa v obvode mení na teplo alebo na užitočnú prácu

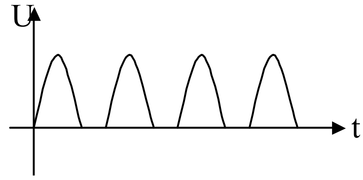
15 Usmerňovanie, zosilňovanie a transformácia striedavého napätia a prúdu

15.1 usmerňovač

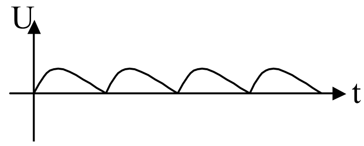
- ako usmerňovač striedavého prúdu sa používa ***polovodičová dióda***. Odpor polovodičovej diódy závisí od veľkosti a polarity pripojeného napätia. Diódou prechádza prúd iba za istých podmienok; keď je anóda pripojená ku kladnému pólu zdroja napätia, tak diódou prechádza elektrický prúd (priepustný smer); pri opačnej polarite napätia má dióda veľký odpor a prechádza ňou iba nepatrný prúd (záverný prúd)



- keď diódu zapojíme do obvodu striedavého prúdu, pracuje ako elektrický ventil. Prechádza ňou prúd iba v kladných polperiódach vstupného striedavého napätia, kým v záporných polperiódach napätia obvodom prúd neprechádza. Výstupné napätie na pracovnom rezistore R_z je jednosmerné a pulzujúce. Nastalo usmernenie striedavého prúdu, pričom sa využíva iba jedna polovica periódy striedavého napätia. Dióda pracuje ako ***jednocestný usmerňovač*** a obvodom prechádza jednosmerný prúd.



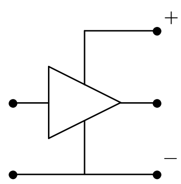
- v praxi treba pulzáciu výstupného napätia usmerňovača znížiť, aby vzniklo ustálené jednosmerné napätie. To sa dosahuje napr. pomocou kondenzátora C, pripojeného paralelne k výstupu usmerňovača. V kladných polperiódach sa kondenzátor nabíja a v záporných polperiódach sa cez rezistor R_z vybíja. Kondenzátorom sa pulzácia usmerneného napätia čiastočne vyhladí.



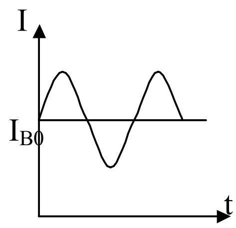
- usmerňovač striedavého napätia napájaný z elektrovodnej siete je funkčnou časťou väčšiny elektronických prístrojov a zariadení. Získava sa tak jednosmerné napätie na napájanie ďalších častí prístroja. Dióda ako usmerňovač sa používa aj v meracích prístrojoch.

15.2 zosilňovač

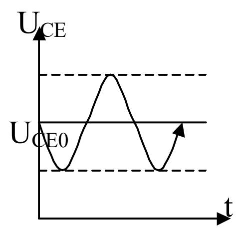
- ako zosilňovač striedavého napätia sa používa ***tranzistor***
- malé napätie vzbudzuje v obvode bázy prúd, ktorý je príčinou veľkého prúdu v kolektorovom obvode. To znamená, že malé vstupné napätie sa pomocou tranzistora mení na veľké výstupné napätie.



- keď na vstup zosilňovača, ktorý je spojený s bázou, privedieme striedavý elektrický prúd u_1, tak na výstupe zosilňovača, ktorý je spojený s kolektorom tranzistora, získame zosilnené napätie u_2 s oveľa väčšou amplitúdou. Tento poznatok je kvantitatívne vyjadrený veličinou ***zosilnenie A***:
    - $A = \frac{u_2}{u_1}$



- báza tranzistora je spojená s kladným pólom napájacieho zdroja, preto vstupným obvodom prechádza istý jednosmerný prúd, ktorý predstavuje pokojový prúd bázy I_{B0}. Ak pripojíme vstupné striedavé napätie, mení sa prúd bázy periodicky okolo hodnoty I_{B0}.



- tranzistor môžeme považovať za obvodový prvok, ktorého odpor sa mení podľa prúdu bázy. Keď sa vplyvom vstupného napätia zväčší prúd bázy, zmenší sa odpor tranzistora a na kolektore je menšie napätie. Keď sa vstupné napätie zmenší, napätie na tranzistore sa naopak zväčší. Vstupné a výstupné napätie majú opačnú fázu.
- na dosiahnutie väčšieho zosilnenia sa spájajú jednotlivé stupne zosilňovača do viacstupňových zosilňovačov. Spojenie sa uskutoční tak, že výstupné

napätie jedného stupňa je súčasne vstupným napätím nasledujúceho stupňa.

15.3 striedavý prúd v energetike

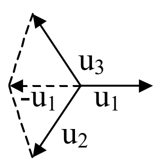
- elektrická energia sa získava z primárnych zdrojov energie, ako je uhlie, ropa, voda v priehradách a jadrové palivo. Tieto zdroje poskytujú elektrickú energiu v elektrárňach. Tu pracujú výkonné generátory striedavého napätia, ktoré sa nazývajú alternátory. V generátoroch sa na princípe elektromagnetickej indukcie indukuje striedavé napätie s frekvenciou 50 Hz. Toto napätie je zdrojom striedavého prúdu, ktorý sa rozvádza do miest spotreby pomocou elektrickej rozvodnej siete.

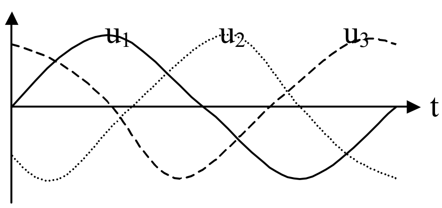
15.3.1 generátor striedavého prúdu

- jednoduchý generátor tvorí cievka alebo vodivá slučka (***rotor***), ktorá sa otáča v homogénnom magnetickom poli, ktorého zdrojom sú permanentné magnety alebo elektromagnety (***stator***)
- keď sa vodivá slučka otáča uhlovou rýchlosťou ω, mení sa magnetický indukčný tok plochou S slučky:
    - $\Phi = BS\cos\alpha$, kde $\alpha = \omega t$ je uhol medzi vektorom magnetickej indukcie a normálou plochy S slučky
- podľa Faradayovho zákona $U_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ zmeny indukčného toku vyvolávajú vznik indukovaného napätia, ktoré nameriame na koncoch cievky. Keďže zmena indukčného napätia je najväčšia v okamihu, keď sa vodiče slučky pohybujú kolmo na indukčné čiary, má v tomto okamihu indukované napätie najväčšiu hodnotu. Naopak v okamihu, keď sa vodiče pohybujú v smere indukčných čiar, je zmena magnetického indukčného toku najmenšia a indukované napätie je nulové. závislosť indukovaného napätia od času je daná sínusoidou a pre jeho okamžitú hodnotu platí.
    - $u = U_m \sin\omega t$
- v otáčavej slučke sa indukuje harmonické napätie s amplitúdou U_m. Veľkosť U_m závisí nielen od veľkosti magnetickej indukcie B a plochy slučky S, ale aj od uhlovej frekvencie ω:
    - $U_m = BS\omega$
- keď sa v homogénnom magnetickom poli otáča cievka s N závitmi, napätia jednotlivých závitov sa sčítajú a pltí:
    - $U_m = NBS\omega$
- pre činnosť generátora nie je dôležité, či sa otáča cievka v magnetickom poli, alebo naopak rotuje elektromagnet a cievka je v pokoji. Preto sa častejšie používa druhý spôsob, keď sa striedavý prúd z generátora odvádza pevnými svorkami.

15.3.2 trojfázová sústava striedavých napätí

- zdrojom striedavého napätia v elektrárňach je ***trojfázový alternátor***. Stator alternátora tvoria tri cievky, ktorých osi zvierajú navzájom uhly 120 °. Uprostred medzi cievkami sa otáča magnet. V elektrárňach sa používa ***turboalternátor***. Indukované napätia v jednotlivých cievkach sú fázovo posunuté o tretinu periódy a platia pre ne rovnice:
    - $u_1 = U_1 \sin\omega t$
      $u_2 = U_2 \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$
      $u_3 = U_3 \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$

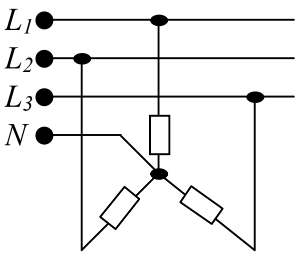




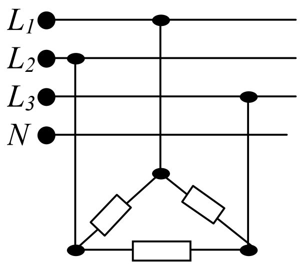
- napätie z trojfázového alternátora by sme mohli rozvádzať šiestimi vodičmi. V technickej praxi sa však využívajú sústavy, v ktorých sú vodiče vhodným spôsobom navzájom prepojené. Najrozšírenejšia je ***trojfázová sústava striedavých napätí***, ktorú tvoria tri ***fázové vodiče*** *L1, L2, L3* a jeden ***nulovací vodič*** *N*, ktorý býva uzemnený. Obvody fázových vodičov nazývame ***fázy*** sústavy.

- využíva sa tu poznatok, že súčet okamžitých hodnôt striedavých napätí indukovaných na cievkach alternátora je nulový (vyplýva to z fázorového diagramu alebo aj sčítaním rovníc pre indukované napätia)
- $(u_1 + u_3) + u_2 = -U_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) + Um \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) = 0$

- tento poznatok umožňuje spojiť jeden koniec cievok alternátora do spoločného uzla. Fázové vodiče sú pripojené k druhému konci cievok a nulovací vodič je spojený s uzlom. Medzi vodičmi a nulovacím vodičom sú ***fázové napätia*** u_1, u_2, u_3. Medzi ľubovoľnými vodičmi je ***združené napätie*** u_{12}, u_{13}, u_{23}, pre jeho hodnotu platí:
  - $u_{12}^2 = u_1^2 + u_2^2 - 2u_1u_2 \cos\frac{2}{3}\pi \wedge u_1 = u_2$
    $u_{12}^2 = 3u_1^2 \Rightarrow u_{12} = \sqrt{3}u_1 = \sqrt{3}U_m \sin\omega t$
- v našej spotrebiteľskej sieti majú fázové napätia efektívnu hodnotu 220 V. Efektívna hodnota združeného napätia je 380 V.
- elektrické spotrebiče pripájame k fázovému a nulovaciemu vodiču. Keď spotrebiče pripojené k jednotlivým fázovým vodičom majú rovnaký odpor *R*, bude nulovacím vodičom prechádzať prúd:
  - $i_N = i_1 + i_2 + i_3 = (u \ + u_2 + u_3)\frac{1}{R} = 0\ \mathrm{A}$
  - v praxi prúd i_N nie je nulový, ale má omnoho menšiu hodnotu ako prúd vo fázových vodičoch
- niektoré spotrebiče, napr. elektromotory alebo transformátory sú konštruované tak, že jednotlivé fázy rozvodnej siete sú rovnomerne zaťažované. Ich elektrický obvod má tri rovnaké časti zapojené do hviezdy alebo do trojuholníka. Pri spojení do hviezdy sú jednotlivé časti spotrebiča pripojené k fázovému napätiu 220 V. Pri spojení do trojuholníka sú pripojené k vyššiemu združenému napätiu 380 V.



do hviezdy



do trojuholníka

15.3.3 trojfázový elektromotor

- základnou časťou je ***stator***, ktorého konštrukcia je podobná ako pri alternátore. ***Rotor*** alebo ***kotva*** je zhotovená z oceľových plechov s drážkami, v ktorých sú uložené silné vodiče z hliníka alebo z medi. V čelách rotora sú vodiče spojené s prstencami, takže vinutie má tvar klietky – ***klietkové vinutie***. Prierez vodičom závisí od výkonu, na aký je motor konštruovaný. Keďže sú vodiče navzájom spojené, tento druh motora nazývame ***motor s kotvou nakrátko***.
- cievky pripojíme k trojfázovému napätiu z iného zdroja. V priestore medzi cievkami vznikne magnetické pole, ktorého vektor magnetickej indukcie periodicky mení smer – ***točivé magnetické pole***. Točivé magnetické pole cievok statora indukuje vo vinutí kotvy veľké prúdy. To má za následok vznik síl, ktoré kotvu roztočia v smere rotácie točivého poľa. Kotva sa však nikdy nemôže otáčať rovnakou frekvenciou, ako by sa otáčal magnet, t.j. synchrónne s točivým poľom. Pri synchrónnom otáčaní by totiž vinutie kotvy bolo vzhľadom na indukčné čiary relatívne v pokoji, prúd by sa v ňom neindukoval a príčina otáčania by zanikla. Preto sa rotor otáča s menšou frekvenciou, alebo asynchrónne – ***asynchrónne elektromotory***
- rozdiel frekvencie f_p otáčania točivého poľa a frekvencie f_r otáčania kotvy sa vyjadruje v percentách a volá sa ***sklz***:

- $s = \dfrac{f_p - f_r}{f_p}$

- keby kotva pri otáčaní neprekonávala nijaký odpor, bola by jej frekvencia otáčania približne rovnaká ako frekvencia točivého poľa. Ak motor koná prácu, napr. keď je prevodom spojený s nejakým strojom, ktorý uvádza do pohybu, bude sa otáčať pomalšie. indukčné čiary točivého magnetického poľa pretínajú vodiče rotora a vinutím prechádza indukovaný prúd. tento prúd je tým väčší, čím väčší je sklz a tým sa súčasne zväčšuje moment otáčania motora. V praxi býva pri úplnom zaťažení elektromotora sklz 2 % až 5 %.

15.3.4 transformátor

- transformátory sú zariadenia, ktorými sa premieňajú (transformujú) striedavé prúdy a napätia na iné hodnoty napätia a prúdu s rovnakou frekvenciou. Rozdeľujeme ich na ***jednofázové*** a ***trojfázové***. Ich princíp je založený na elektromagnetickej indukcii.
- ***jednofázový transformátor*** sa skladá z dvoch samostatných cievok (primárnej a sekundárnej) umiestnených na spoločnom uzavretom jadre z mäkkej ocele. Do primárnej cievky sa privádza zo zdroja s efektívnym napätím striedavý prúd, ktorý tvorí v jadre periodické premenné magnetické pole. Vplyvom zmien magnetického indukčného toku sa v závitoch cievok indukuje elektromotorické napätia. V cievke s N závitmi sa pri zmene magnetického indukčného toku $\Delta\Phi$ za dobu Δt indukuje elektromotorické napätie, ktorého okamžitá hodnota je:
  - $u = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
- keď označíme počet závitov primárnej cievky N_1, počet závitov sekundárnej cievky N_2, okamžité napätie indukované v primárnej cievke u_1 a okamžité napätie indukované v sekundárnej cievke u_2, dostaneme:
  - $u_1 = -N_1\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad u_2 = -N_2\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
- pre pomer efektívnych indukovaných napätí platí ***rovnica transformátora***:
  - $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{N_2}{N_1} = k$ kde ***k*** je ***transformačný pomer transformátor***
- pri istom napätí privedenom na primárnu cievku sa na sekundárnej cievke indukuje napätie väčšie – ***transformácia nahor*** (ak $U_2>U_1$ a $N_2>N_1$; napätie sa zvyšuje a prúd sa znižuje) alebo menšie – ***transformácia nadol*** (ak $U_2<U_1$ a $N_2<N_1$; napätie sa znižuje a prúd sa zvyšuje)
- v súlade zo zákonom zachovania energie musí sa príkon P_1 transformátora pri zanedbateľných stratách rovnať jeho výkonu P_2 v sekundárnej časti:
  - $P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 I_1 \cos\varphi = U_2 I_2 \cos\varphi$ (ak v obvode je len R) $\Rightarrow \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{I_1}{I_2}$
  - to znamená, že prúdy sa transformujú v obrátenom pomere počtu závitov (pri vyššom sekundárnom napätí môžeme z transformátora odoberať menší prúd a naopak)
- reálny prípad je $P_1 \geq P_2$, teda dochádza k tepelným stratám:
  - $Q = UIt = RI^2 t$
- pre ***účinnosť*** transformátora platí:
  - $\eta = \dfrac{P_2}{P_1}.100\,\%$
- jednofázové transformátory sa používajú tam, kde potrebujeme meniť hodnotu prúdu alebo napätia, napr. v rozhlasových prijímačoch a televízoroch, v meracích prístrojoch
- na transformáciu trojfázového prúdu v energetike sa používajú ***trojfázové transformátory***. Jadro tvoria tri magnetické cievky. Každá fáza má vlastné primárne a sekundárne vinutie. Cievky primárneho, príp. sekundárneho vinutia sú navzájom spojené do hviezdy alebo do trojuholníka. Transformátory na veľké výkony sa pri práci veľmi zahrievajú, a preto sa musia chladiť.

15.3.5 elektrárne

- v ***tepelných elektrárňach*** sa energia získava spaľovaním uhlia alebo iných palív (olej, plyn). Voda sa mení na paru s vysokou teplotou a tlakom 9napr. pri turbogenerátore s výkonom 200 MW sa používa para s vstupnou teplotou 535 °C a tlakom 13 MPa). Vnútorná energia pary sa mení na mechanickú energiu rotora turbíny, ktorý má veľkú frekvenciu otáčania. Turbína je mechanicky spojená a rotorom alternátora, v ktorom sa mechanická energia mení na elektrickú.
- ***jadrová elektráreň*** je v podstate tepelná elektráreň, v ktorej sa energia potrebná na výrobu pary získava premenou jadrovej energie.
- vo ***vodných elektrárňach*** sa energia vodného toku mení na elektrickú energiu. Na pohon alternátora sa používa vodná turbína.

15.3.6 prenosová sústava

- podľa vzdialenosti, na ktorú sa energia prenáša, rozlišujeme ***blízky prenos*** a ***diaľkový prenos***
- pri prechode elektrického prúdu sa vodiče zahrievajú a vznikajú straty. príčinou strát je premena elektrickej energie na vnútornú energiu vedenia prenosovej sústavy. Vplyvom strát sa prenášaný výkon znižuje o hodnotu:
    - $P = RI^2$, kde R je $R = \rho \frac{l}{S}$, kde ρ je merný odpor materiálu, l je dĺžka vedenia a S je prierez vodičov
- prenos elektrickej energie je najhospodárnejší pri veľmi vysokom napätí. Pri ňom prechádzajú vedením menšie prúdy a na jeho konštrukciu možno použiť vodiče s menším prierezom.

16 Vzájomné pôsobenie látky a polí

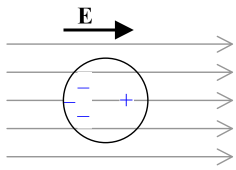
16.1 elektrické pole

16.1.1 vodič v elektrickom poli

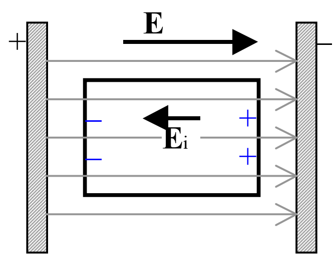
- elektrické vodiče sú látky, ktoré obsahujú veľký počet častíc s nábojom, ktoré sa v nich môžu voľne pohybovať. Tieto častice nazývame ***voľné častice s nábojom***. V kovových vodičoch (napr. meď, hliník, striebro) sú to ***voľné elektróny***, v kvapalinových vodičoch (v elektrolytoch, napr. roztokoch solí alebo kyselín vo vode) sú to ***kladné a záporné ióny*** a vo vodivých plynoch elektróny a oba druhy iónov.
- voľné častice s nábojom sa vo vodičoch ustavične a neusporiadane pohybujú, preto je vo vodiči, ktorý nie je nabitý a nie je vo vonkajšom elektrickom poli, ich rozloženie také, že v ľubovoľnej časti vodiča je úhrnný náboj nulový. Navonok sú vodiče elektricky neutrálne.
- zmena rozloženia voľných nabitých častíc vo vodiči nastane, ak vložíme nenabitý vodič do elektrického poľa – nastane ***elektrostatická indukcia***
    - elektrostatická indukcia je jav, pri ktorom sa protiľahlé časti povrchu vodiča vloženého do elektrického poľa zelektrizujú nábojom s rovnakou veľkosťou, ale opačným znamienkom. Takto vzniknuté náboje častíc nazývame indukované náboje.
    - keď vodič nabitý nesúhlasnými nábojmi vyberieme z elektrického poľa, elektrická indukcia zanikne; vodič sa vráti do pôvodného stavu
- vodič vložený do elektrického poľa zmení v dôsledku elektrostatickej indukcie tvar siločiar tohto poľa, a tak jav elektrostatickej indukcie sa využíva na ochranu rozličných zariadení pred vplyvom elektrického poľa, tzv. ***elektrické tienenie***

16.1.2 izolant v elektrickom poli

- ***izolanty (dielektriká)*** obsahujú rovnako ako vodiče veľký počet častíc s nábojom, z ktorých sú zložené ich atómy alebo molekuly, no takmer všetky nabité častice sú v dielektrikách viazané vzájomnými silami tak, že sa nemôžu v látke voľne pohybovať
- ***polarizácia dielektrika:***
    - pôsobením síl vonkajšieho elektrického poľa na izolant sa ťažisko protónov v atómoch posunie o veľmi malú vzdialenosť v smere intenzity $\vec{E}_e$ a ťažisko elektrónov v opačnom smere. Atómy alebo molekuly v izolante sa stávajú ***elektrickými dipólmi***



    - utvorenie dipólov a ich pravidelné usporiadanie sa prejaví tak, že sa na povrchu dielektriká objaví tenká vrstva s ***viazanými elektrickými nábojmi***; táto vrstva je zdrojom nového elektrostatického poľa.
- polarizáciou dielektrika sa utvorí vnútorné elektrické pole s intenzitou $\vec{E}_i$ opačného smeru, ako je smer intenzity $\vec{E}_e$ vonkajšieho elektrického poľa. Intenzita $\vec{E}$ výsledného poľa má smer intenzity $\vec{E}_e$ a jej veľkosť je $|\vec{E}| = |\vec{E}_e| - |\vec{E}_i|$

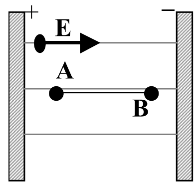


- intenzita výsledného poľa je vždy menšia ako intenzita poľa, ktoré polarizáciu vyvolalo, a preto platí:
    - $\varepsilon_r = \dfrac{|\vec{E}_e|}{|\vec{E}|}$, kde ε_r je ***relatívna permitivita*** (je to látková konštanta, ktorá má pre rozličné dielektriká rozdielnu hodnotu)

- intenzita elektrického poľa v izolante (dielektriku) je za inak rovnakých podmienok ε_r-krát menšia ako intenzita elektrického poľa vo vákuu
    - keď sú v homogénnom izotropnom dielektriku umiestnené vo vzdialenosti r dva voľné bodové náboje s veľkosťou Q_1 a Q_2, potom na každú z nich pôsobí elektrická sila s veľkosťou:
        - $F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$, kde $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ je ***permitivita dielektrika***, ε_0 je ***permitivita vákua,*** pričom ε_0=8,85 . 10^{-12} F.m^{-1}

16.1.3 častica s nábojom v elektrickom poli

- keď vložíme do istého miesta elektrického poľa s intenzitou E náboj Q (kladný alebo záporný), pôsobí naň elektrická sila:



    - $\vec{F}_e = Q\vec{E}$
- pre intenzitu elektrického poľa platí:
    - $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{Q'}$, $[E] = N.C^{-1} = V.m^{-1}$
- elektrický potenciál v danom bode poľa je určený pomerom práce, ktorú vykonajú sily elektrického poľa pri premiestnení kladného náboja Q' z daného miesta na povrch Zeme a veľkosti tohto náboja
    - $\varphi_e = \frac{E_p}{Q'} = \frac{W}{Q'}$, $[\varphi_e] = J.C^{-1} = V$
- v homogénnom poli medzi dvoma rovnobežnými vodivými platňami má kladne nabitá platňa vzhľadom na uzemnenú platňu potenciál:
    - $\varphi_e = |\vec{E}|d$, kde d je vzdialenosť platní
- pre ***prácu*** síl v homogénnom elektrickom poli platí:
    - $W = F_e(d_1 - d_2) = |Q\vec{E}|d$, kde d je vzájomná vzdialenosť začiatočnej a konečnej polohy náboja
- podobne ako v gravitačnom poli ani v elektrickom poli nezávisí vykonaná práca od trajektórie, ale od vzájomnej vzdialenosti d miest A a B
- pre veľkosť práce vykonanej pri prenesení náboja Q medzi dvoma bodmi, medzi ktorými je napätie U, platí:
    - $W = |\vec{E}|Qd = \frac{U}{d}Qd = QU$

16.2 magnetické pole

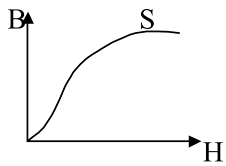
16.2.1 látky v magnetickom poli

- látky, ktoré výrazne reagujú na priblíženie magnetu (oceľ, nikel), nazývame ***feromagnetické***. Ostatné látky nazývame ***neferomagnetické***. O žiadnej látke nemožno povedať, že je nemagnetická.
- rozdielne magnetické vlastnosti látok sú podmienené nerovnakými magnetickými vlastnosťami atómov, ich rozmiestnením v látke a charakterom ich vzájomného pôsobenia (interakciou).
    - elektrón obiehajúci okolo jadra atómu utvára prúd, ktorý predstavuje rovinnú prúdovú slučku, ktorá má istý magnetický moment – ***orbitálový magnetický moment***. Okrem toho má elektrón ešte vlastný ***spinový magnetický moment***. výsledný magnetický moment atómu je daný vektorovým súčtom orbitálových a spinových magnetických momentov jeho elektrónov. jadro atómu prispieva k celkovému magnetickému momentu atómu veľmi málo.

- atómy, ktorých výsledný magnetický moment je nulový, volajú sa ***diamagnetické***, atómy s nenulovým magnetickým momentom sú ***paramagnetické***
    - ***diamagnetické látky*** (inertné plyny, zlato, meď, ortuť) majú relatívnu permeabilitu o niečo menšiu ako jedna, a preto nepatrne zoslabujú magnetické pole
    - ***paramagnetické látky*** (platina, hliník, mangán, kyslík) majú relatívnu permeabilitu o niečo väčšiu ako jedna, a preto nepatrne zosilňujú magnetické pole. Magnetické nasýtenie (paralelné usporiadanie magnetických momentov) sa nedá dosiahnuť ani pôsobením silného vonkajšieho magnetického poľa.
- ***feromagnetické látky*** (nikel, oceľ, čisté železo) sa skladajú z paramagnetických atómov, no napriek tomu magnetické nasýtenie sa dá dosiahnuť už v magnetickom poli bežného elektromagnetu. Relatívna permeabilita feromagnetických látok je oveľa väčšia ako jedna (10^2 až 10^5).
    - medzi najbližšími susednými atómami pôsobia *výmenné sily*, ktoré spôsobujú paralelné usporiadanie magnetických momentov. Smer, v ktorom sa magnetické momenty atómov usporiadajú, nie je rovnaký pre celú vzorku látky, a tak atómy, ktorých magnetické momenty sú usporiadané rovnakým smerom, tvoria ***magnetickú doménu***. Tento jav sa nazýva ***spontánna magnetizácia***.
    - pôsobením vonkajšieho magnetického poľa sa magnetické momenty domén stáčajú do smeru vektora magnetickej indukcie, až kým nevymizne doménová štruktúra a látka sa stane magnetický nasýtenou. Tento dej sa nazýva ***magnetizovanie***.
    - do skupiny feromagnetických látok patria ***ferimagnetické látky (ferity)***. Sú to zlúčeniny oxidu železa Fe_2O_3 a oxidmi iných kovov (ferit manganatý, ferit bárnatý). Ich relatívna permeabilita je 10^2 až 10^3.

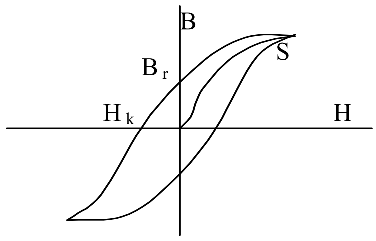
16.2.2 magnetická hysterézia

- pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa v strede veľmi dlhej cievky platí:
    - $B = \mu_r \mu_0 \frac{NI}{l}$
- veľkosť magnetickej indukcie nie je určená iba prúdom *I*, ale závisí aj od hustoty závitov cievky, t.j. od pomeru $\frac{N}{l}$. Výraz $\frac{NI}{l}$ určuje veľkosť ***intenzity magnetického poľa H*** dlhej cievky:
    - $H = \frac{NI}{l}$, $[H] = A.m^{-1}$
- platí:
    - $\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H}$
    - intenzita magnetického poľa je vektorová veličina, ktorá má v každom bode magnetického poľa rovnaký smer ako vektor magnetickej indukcie.
- relatívna permeabilita μ_r feromagnetických látok nie je konštantná, ale závisí od veľkosti intenzity magnetického poľa v látke

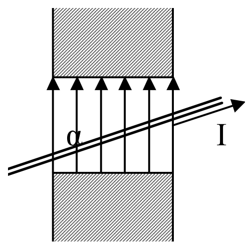


- so zvyšujúcim sa prúdom v cievke sa bude magnetická indukcia v jadre zväčšovať v závislosti od zväčšujúcej sa intenzity magnetického poľa. Grafom tejto závislosti je krivka, ktorá sa volá ***krivka prvotnej magnetizácie***. Bodu S zodpovedá magnetické nasýtenie látky.
- pri zmenšovaní veľkosti intenzity magnetického poľa zmenšuje sa aj veľkosť magnetickej indukcie podľa inej krivky, čo je prejavom ***nevratnosti magnetizačných procesov vo feromagnetických látkach***. Po dosiahnutí nulovej hodnoty intenzity magnetického poľa neklesne veľkosť magnetickej indukcie na nulovú hodnotu, ale na hodnotu B_r. Látka je zmagnetizovaná aj bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa. magnetickú indukciu $\vec{B}_r$ nazývame ***remanentná magnetická indukcia***. Zmenou smeru vektora intenzity magnetického poľa (obrátením smeru prúdu v cievke) sa pri zväčšovaní prúdu zväčšuje aj intenzita magnetického poľa, kým magnetická

indukcia klesá. Pri hodnote intenzity magnetického poľa $\vec{H}_k$, ktorá sa nazýva ***koercitívna intenzita magnetického poľa***, zmenší sa magnetická indukcia v látke na nulovú hodnotu. Pri ďalšom zväčšovaní intenzity magnetického poľa sa vzorka zmagnetizuje opačne až do nasýtenia. potom začneme intenzitu poľa zmenšovať a po dosiahnutí jej nulovej hodnoty zmeníme opäť smer prúdu v cievke, až sa opäť dostaneme do bodu *S*. Tým je jeden magnetizačný cyklus uzavretý. tento jav sa nazýva ***magnetická hysterézia*** a krivka sa volá ***hysterézna slučka***.



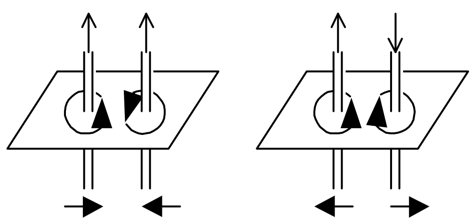
16.2.3 vodič s prúdom v magnetickom poli



- uvažujeme o priamom vodiči s prúdom *I*, ktorého časť s dĺžkou *l* (aktívna dĺžka vodiča) je v homogénnom magnetickom poli
- veľkosť sily F_m pôsobiacej v homogénnom poli na priamy vodič s prúdom je priamo úmerná jeho aktívnej dĺžke *l*, prúdu *I* a závisí aj od magnetického poľa a od polohy vodiča v ňom (keď je vodič rovnobežný s indukčnými čiarami magnetického poľa, je sila F_m nulová, kým v polohe kolmej na indukčné čiary dosahuje maximum
- pre veľkosť magnetickej sily platí:
    - o $F_m = BIl\sin\alpha$, kde ***B*** je ***magnetická indukcia*** a charakterizuje silové pôsobenie magnetického poľa
    - o tento vzťah sa volá aj ***Ampérov zákon***
- pre magnetickú indukciu platí:
    - o $B = \dfrac{F_m}{Il\sin\alpha}$, $|B| = \dfrac{N}{A.m} = T$, jednotkou magnetickej indukcie je ***tesla***
- sila $\vec{F_m}$, ktorá pôsobí na priamy vodič s prúdom v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\vec{B}$, je kolmá na vodič aj na magnetickú indukciu
    - o smer pôsobiacej sily môžeme určiť pomocou ***Flemingovho pravidla ľavej ruky:*** Keď položíme otvorenú ľavú ruku na vodič tak, aby prsty ukazovali smer prúdu a indukčné čiary vstupovali do dlane, natiahnutý palec ukazuje smer sily, ktorou pôsobí magnetické pole na vodič s prúdom

16.2.4 silové pôsobenie dvoch vodičom s prúdmi

- v okolí vodiča s prúdom vzniká magnetické pole
- dva rovnobežné vodiče s prúdom, ktorých vzdialenosť je oveľa menšia ako ich dĺžka, pôsobia na seba silou, ktorej veľkosť je priamo úmerná súčinu prúdov I_1 a I_2, dĺžke vodičov *l* a nepriamo úmerná vzdialenosti vodičov *d*:
    - o $F = k\dfrac{I_1 I_2}{d}l$
    - o ak sú smery prúdov rovnaké, vodiče sa priťahujú, ak sú rozdielne, odpudzujú sa



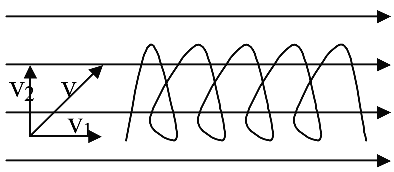
- konštanta úmernosti *k* závisí od voľby sústavy jednotiek a od prostredia:
    - o $k = \dfrac{\mu}{2\pi} = \dfrac{\mu_0\mu_r}{2\pi}$, kde $\boldsymbol{\mu_0}$ je ***permeabilita vákua*** ($\mu = 4\pi \,.\, 10^{-7}\,\mathrm{N.A^{-1}}$) a $\boldsymbol{\mu_r}$ je ***relatívna permeabilita*** (udáva, koľkokrát väčšia (menšia) je permeabilita istého látkového prostredia ako permeabilita vákua)
- pre veľkosť pôsobiacej sily platí:

- $F = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l$

- pre veľkosť magnetickej indukcie v bodoch, ktorých vzdialenosť od priameho vodiča s prúdom je I je d, platí:
  - $B = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{d}$
- na základe silového pôsobenia medzi vodičmi s prúdom sa definuje jednotka prúdu ***ampér***:
  - ampér je stály prúd, ktorý pre prechode dvoma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného prierezu, umiestnenými vo vákuu vo vzájomnej vzdialenosti 1 m, vyvolá medzi týmito vodičmi silu s veľkosťou 2 . 10^{-7} newtona na 1 m dĺžky vodiča

16.2.5 častica s nábojom v magnetickom poli

- na priamy vodič s prúdom dĺžky l pôsobí v homogénnom magnetickom poli sila s veľkosťou:
  - $F_m = BIl \sin\alpha$
  - túto silu môžeme považovať za výslednicu pôsobiacich síl na voľné elektróny, ktoré sa pohybujú vo vodiči
- uvažujeme, že vo vodiči s dĺžkou l je N voľných elektrónov s celkovým nábojom $Q = Ne$, ktoré sa pohybujú rovnakou a konštantnou rýchlosťou $\vec{v}$ v smere vodiča. Vzdialenosť l prejdú za čas $t = \frac{l}{v}$, t.j. prierezom vodiča prejde za čas t náboj Q. To zodpovedá prúdu s veľkosťou $I = \frac{|Q|}{t}$. po dosadení dostaneme:
  - $F_m = B\frac{|Q|}{t} vt \sin\alpha = |Q| vB \sin\alpha$
- na jeden voľný elektrón pôsobí sila, ktorej veľkosť je:
  - $F_m = evB \sin\alpha$
- keď sa častica s nábojom Q pohybuje súčasne v elektrickom a magnetickom poli, pôsobí na ňu ***Lorentzova sila F_L***, ktorá je vektorovým súčtom elektrickej sily $\vec{F}_e$ a magnetickej sily $\vec{F}_m$
- za neprítomnosti elektrického poľa je Lorentzova sila totožná s magnetickou silou
- magnetická sila je kolmá na rýchlosť častice s nábojom a na magnetickú indukciu (smer pôsobiacej sily sa určuje pomocou Flemingovho pravidla ľavej ruky)
  - keď rýchlosť častice s nábojom je rovnobežná s magnetickou indukciou, tak častice preletí týmto poľom
  - keď častica vnikne do homogénneho magnetického poľa kolmo na indukčné čiary, pohybuje sa ďalej po kružnici v rovine kolmej na indukčné čiary
    - polomer kružnicovej trajektórie určíme z rovnosti magnetickej a odstredivej sily:
      - $Bev = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{Be}$
  - v ostatných prípadoch sa častica bude pohybovať po trajekórii tvaru skrutkovnice. Rýchlosť častice sa rozdeľuje na dve zložky: na rýchlosť rovnobežnú s indukčnými čiarami (touto rýchlosťou preletí magnetické pole) a na rýchlosťou kolmú na indukčné čiary (z tejto rýchlosti určíme polomer skrutkovnice $R = \frac{mv_2}{Be}$)

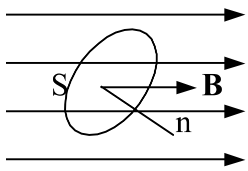


17 Elektromagnetická indukcia

- jav elektromagnetickej indukcie sa prejavuje v ***nestacionárnom magnetickom poli***
- zdrojom nestacionárneho magnetického poľa je:
    - nepohybujúci sa vodič s časovo premenným prúdom
    - pohybujúci sa vodič s prúdom (konštantným alebo časovo premenným)
    - pohybujúci sa permanentný magnet alebo elektromagnet

17.1 magnetický indukčný tok

- v homogénnom magnetickom poli uvažujeme o rovinnej ploche s obsahom S; potom pre veľkosť ***magnetického indukčného toku Φ*** platí:
    - $\Phi = BS.\cos\alpha$, kde B je veľkosť magnetickej indukcie v danom mieste poľa a α je uhol, ktorý zviera normála plochy s vektorom magnetickej indukcie
    - jednotkou magnetickej indukcie je ***weber Wb***; platí: $[\Phi] = T.m^2 = Wb$



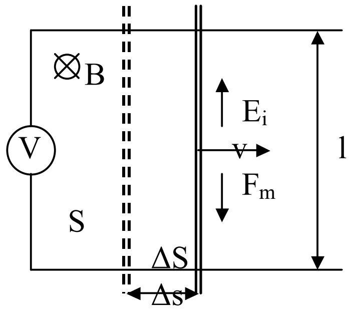
- magnetický indukčný tok dosahuje maximum, ak je plocha kolmá na magnetickú indukciu (pre $\alpha = 0$); keď sú indukčné čiary rovnobežné s plochou, t.j. nijaká indukčná čiara nepretína plochu, je magnetický indukčný tok nulový (pre $\alpha = \frac{\pi}{2}$)
- zmena magnetického indukčného toku môže nastať aj zmenou magnetickej indukcie alebo zmenou plochy S. Keď sa s časom mení aspoň jedna z veličín B, S a α, mení sa s časom aj magnetický indukčný tok. Mierou tejto zmeny je pomer $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
- pre valcovú cievku s N závitmi a prierezom S, ktorej os zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol α, je magnetický indukčný tok daný vzťahom:
    - $\Phi = NBS.\cos\alpha$

17.2 elektromagnetická indukcia

- v nestacionárnom magnetickom poli sa za istých podmienok vo vodiči (cievke) indukuje (vznikne) ***elektromotorické napätie***; prúd, ktorý pritom v obvode vzniká, nazýva sa ***indukovaný prúd***
- pre vznik indukovaného elektromotorického napätia nie je rozhodujúca zmena magnetickej indukcie, ale časová zmena magnetického indukčného toku
- napätie sa indukuje v týchto prípadoch:
    - vo vodiči, ktorý sa pohybuje v časovo nepremennom magnetickom poli
    - v nepohybujúcom sa vodiči, ktorý je v časovo premennom magnetickom poli
    - vo vodiči, ktorý sa pohybuje v časovo premennom magnetickom poli
- napätie sa indukuje aj v týchto prípadoch:
    - pri pohybe magnetu (elektromagnetu) v okolí cievky
    - pri pohybe cievky v okolí magnetu (elektromagnetu)
    - pri zasúvaní (vysúvaní) feromagnetického jadra do (z) cievky
    - pri zmenšovaní (zväčšovaní) elektrického prúdu
    - pri zapnutí (vypnutí)
- indukované elektromotorické napätie a indukovaný prúd vo vodiči vznikajú pôsobením sily na voľné nosiče náboja vo vodiči
    - pri pohybe vodiča v časovo nepremennom magnetickom poli je to magnetická sila, ktorá pôsobí na voľné elektróny pohybujúce sa s vodičom v stálom magnetickom poli
    - v nepohybujúcom vodiči v časovo premennom magnetickom poli pôsobí na voľné elektróny silou elektrické pole, ktoré vzniká vždy pri časovej zmene magnetického poľa.

Toto elektrické pole sa nazýva indukované elektrické pole. Odlišuje sa os elektrostatického poľa tým, že jeho siločiary sa nezačínajú ani nekončia na elektrickom náboji, ale sú to uzavreté krivky. Tento druh silového poľa sa volá aj vírové pole.
  - pri pohybe vodiča v časovo premennom magnetickom poli na voľné elektróny pôsobia súčasne oba druhy síl

17.2.1 Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie



- v homogénnom magnetickom poli sú dva priame rovnobežné a nepohyblivé vodiče pripojené k voltmetru. Ich vzájomná vzdialenosť je *l*. Po týchto vodičoch sa v priečnej polohe pohybuje rýchlosťou $\vec{v}$ ďalší priamy vodič. Uvažujeme, že na koncoch vodiča je nenulové napätie.
- na každý voľný elektrón v uvažovanom pohybujúcom sa vodiči pôsobí magnetická sila F_m (Lorentzova sila), ktorá je kolmá na rýchlosť pohybujúceho sa vodiča a na magnetickú indukciu; pre jej veľkosť platí:
  - $F_m = evB$
- ekvivalentné účinky na voľné elektróny by malo homogénne elektrické pole s intenzitou $\vec{E}_i = \dfrac{\vec{F}_m}{-e}$, pre veľkosť ktorej by platilo:
  - $E_i = \dfrac{F_m}{e} = \dfrac{evB}{e} = vB$
- medzi koncami pohybujúceho sa vodiča je napätie s veľkosťou $E_i l$, ktorý sa rovná práve veľkosti elektromotorického napätia $|U_i|$ indukovaného na vodiči s dĺžkou *l*:
  - $|U_i| = E_i l = vBl$
  - veľkosť indukovaného napätia závisí od rýchlosti pohybujúceho sa vodiča, od veľkosti magnetickej indukcie a od jeho dĺžky *l*
- platí:
  - $|U_i| = Bl\dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{B.\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, kde Δs je dráha, ktorú vodič prejde za dobu Δt. Súčin $\Delta s.l$ sa rovná obsahu plochy ΔS opísanej vodičom za dobu Δt a súčin $B.\Delta S$ vyjadruje veľkosť zmeny magnetického indukčného toku
- *Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie:* indukované elektromotorické napätie sa rovná časovej zmene magnetického indukčného toku
  - $U_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
- okamžitá hodnota indukovaného elektromotorického napätia je:
  - $U_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
- platnosť tohto vzťahu nie je obmedzená iba na prípad pohybu priameho vodiča v magnetickom poli; platí všeobecne vo všetkých prípadoch elektromagnetickej indukcie
- iné odvodenie:
  - vychádza z rovnosti Lorentzovej a elektrickej sily:
    - $BQv = QE \Rightarrow E = Bv/.l \Rightarrow El = Bvl \Rightarrow U = Bvl \Rightarrow U = B\dfrac{\Delta s}{\Delta t}l = B\dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

17.2.2 Lenzov zákon

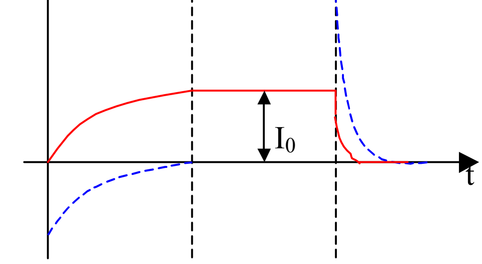
- *Lenzov zákon:* indikovaný prúd pôsobí svojimi účinkami proti zmene, ktorá ho vyvolala

- indukovaný prúd má vždy taký smer, že svojím magnetickým poľom zmenšuje zmenu magnetického poľa a tým aj zmenu indukčného toku cez danú plochu. Hovoríme, že indukovaný prúd pôsobí svojím magnetickým poľom proti zmene magnetického poľa, ktorá ho vyvolala.

- tieto indukované prúdy sa volajú ***Foucaultove prúdy (vírivé prúdy)*** (brzdia pohyb vodiča v magnetickom poli)

17.2.3 vlastná indukcia

- predchádzajúce prípady, keď sa vo vodiči indukovalo elektromotorické napätie, nazývajú sa ***vzájomná indukcia***
- ďalším javom elektromagnetickej indukcie je ***vlastná indukcia***
  - keď cievkou prechádza časovo premenný prúd, mení sa s časom magnetické pole cievky aj magnetický indukčný tok, ktorý cievka v sebe tvorí a v cievke sa indukuje elektromotorické napätie
- magnetický indukčný tok cievkou, ktorá je v prostredí s konštantnou relatívnou permeabilitou, je priamo úmerný prúdu v cievke:
  - $\Phi = LI$
- keď sa prúd v cievke za dobu Δt zmení o ΔI, zmení sa indukčný tok cievkou o:
  - $\Delta\Phi = L.\Delta I$
- pre elektromotorické napätie indukované v cievke platí:
  - $U_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$
- súčiniteľ L má pre danú cievku konštantnú veľkosť, ktorá závisí od relatívnej permeability prostredia, počtu závitov a geometrie; nazýva sa ***indukčnosť cievky***
  - pre jednotku indukčnosti platí:
    - $L = -U_i \dfrac{\Delta t}{\Delta I} \Rightarrow [L] = V\dfrac{s}{A} = \dfrac{Wb}{A} = H$
    - jednotkou indukčnosti je ***henry***
    - cievka má jednotkovú indukčnosť, ak sa v nej pri rovnomernej zmene prúdu o 1 A za 1 s indukuje elektromotorické napätie 1 V
  - indukčnosť L je okrem odporu R a kapacity C ďalším základným parametrom vodičov. Najčastejšie sa vyskytuje indukčnosť vodičov v tvare cievok. Cievka s feromagnetickým jadrom má oveľa väčšiu indukčnosť ako rovnaká cievka bez jadra, ale jej indukčnosť nie je konštantná; závisí od prúdu, ktorý ňou prechádza
- po zapnutí vypínača sa prúd v obvode zväčšuje a v cievke sa indukuje záporné elektromotorické napätie $U_i = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$. Prúd v obvode je daný podielom celkového elektromotorického napätia a celkového odporu obvodu:
  - $I = \dfrac{U_e + U_i}{R} = \dfrac{U_e - L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}}{R}$



- v okamihu zapnutia spínača je $I=0\ A$ a zo vzťahu pre prúd vyplýva, že $U_i=-U_e$. To znamená, že pri zapnutí spínača má indukované elektromotorické napätie v cievke rovnakú veľkosť ako elektromotorické napätie zdroja, ale v súhlase s Lenzovým zákonom je záporné.
- v čase $t>0$ sa prúd zväčšuje stále pomalšie a súčasne sa zmenšuje veľkosť záporného indukovaného elektromotorického napätia U_i. Po istom čase prúd dosiahne takmer ustálenú veľkosť $I_0 = \dfrac{U_e}{R}$ a indukované

elektromotorické napätie sa zmenší na nulová hodnotu. Tento čas závisí od veľkosti R a L. V bežných prípadoch býva 10^{-3} s až 10 s.

- pri vypnutí spínača v obvode začne prúd prudko klesať a v cievke sa indukuje kladné elektromotorické napätie, ktoré môže pri vhodne zvolených hodnotách R a L mnohonásobne prevýšiť elektromotorické napätie zdroja.

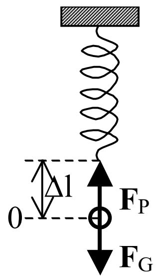
17.3 energia magnetického poľa cievky

- v jednoduchom obvode je zapojená cievka (bez jadra) s indukčnosťou L. Po zapnutí spínača sa prúd v cievke zväčšuje z nulovej hodnoty a po istom čase dosiahne hodnotu zodpovedajúcu ustálenému stavu. Súčasne sa tvorí magnetické pole cievky, pritom sa v cievke indukuje elektromotorické napätie $U_i = -L\frac{dI}{dt}$. Za veľmi krátku dobu dt sa prúd v cievke zväčšil o dI a energia magnetického poľa cievky sa zväčšila o dE_m. Túto energiu získalo magnetické pole cievky premenou veľkej časti elektrickej energie zdroja. Elektrické sily pôsobiace na voľné elektróny vo vodiči cievky vykonali pri tejto zmene prácu, ktorej veľkosť sa rovná práve dE_m. Veľkosť tejto práce je daná súčinom veľkosti elektromotorického napätia indukovaného v cievke, prúdu v cievke a doby dt:
    - $W = \int UI.dt = \int \frac{L.dI}{dt} I.dt = L\int I.dI = \frac{1}{2}LI^2$
- pre cievku s feromagnetickým jadrom tento vzťah neplatí, pretože indukčnosť L cievky s týmto jadrom nie je konštantná
- po vypnutí vypínača nezanikne prúd v obvode okamžite, ale vo veľmi krátkom čase. Za tento čas zanikne aj magnetické pole cievky. Jeho energia sa pritom premení na iné formy energie, zväčša na vnútornú energiu obvodu (Joulovo teplo)

18 Kmitavý pohyb

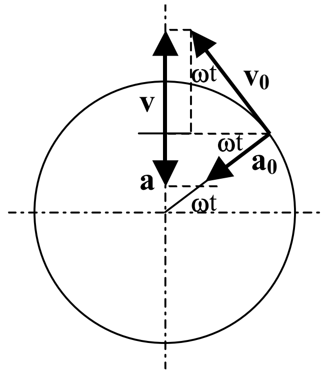
- mechanický pohyb sústavy charakterizovaný veličinami, ktoré sú periodickými funkciami času
- každé zariadenie, ktoré môže voľne bez vonkajšieho pôsobenia) kmitať, nazýva sa o***scilátor***
- periodicky opakujúca sa časť kmitavého pohybu sa nazýva ***kmit***
- charakteristické veličiny kmitavého pohybu:
    - ***perióda (doba kmitu) T:***
        - čas, za ktorý prebehne jeden kmit a oscilátor sa dostane do zvoleného začiatočného stavu; meria sa v sekundách
    - ***frekvencia (kmitočet) f:***
        - rovná sa počtu kmitov, ktoré prebehnú za sekundu; je prevrátenou hodnotou periódy:
            - $f = \frac{1}{T}$, $[f] = s^{-1} = Hz$ (jednotkou frekvencie je ***Herz***)
- kmitavý pohyb môžeme znázorniť v ***časovom diagrame***, v ktorom sú znázornené okamžité polohy kmitajúceho telesa ako funkcie času; časovým diagramom ***jednoduchého (harmonického) kmitavého pohybu*** je sínusoida

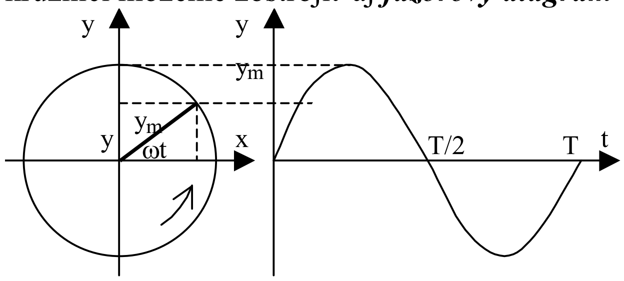
18.1 pružinový oscilátor



- patrí medzi mechanické oscilátory; na začiatku máme pružinu dĺžky *l*, túto pružinu charakterizuje ***tuhosť pružiny k*** (od tuhosti pružiny závisí jej predĺženie počas kmitavého pohybu)
- keď na pružinu zavesíme závažie s hmotnosťou *m*, pružina sa pôsobením tiažovej sily $\vec{F}_G$ predĺži o *Δl*; v dôsledku pružnosti pružiny vznikne ***sila pružnosti*** $\vec{F}_p$, ktorej veľkosť sa v závislosti od predĺženia zväčšuje. Sila $\vec{F}_p$ má opačný smer ako tiažová sila $\vec{F}_G$, ktorá pôsobí na závažie. Po istom čase sa ustáli ***v rovnovážnej polohe O***, v ktorej je veľkosť tiažovej sily a sily pružnosti rovnaná, ale majú opačný smer; platí:
    - $F_G = F_p \Rightarrow mg = k.\Delta l$
- keď pružinu predĺžime o *y*, tak začne kmitať; výchylka *y* z rovnovážnej polohy sa volá ***okamžitá výchylka***, vzhľadom na rovnovážnu polohu nadobúda kladné aj záporné hodnoty. V istých okamihoch dosahuje *y* najväčšie kladné, prípadne záporne hodnoty – túto najväčšiu hodnotu okamžitej výchylky nazývame ***amplitúda výchylky*** y_m
- pre výslednú silu *F*,. ktorá spôsobuje kmitanie, platí:
    - $F = mg - k(\Delta l + y) = \overbrace{mg - k.\Delta l}^{0} - ky = -ky$
    - znamienko mínus vyjadruje, že sila *F* a okamžitá výchylka majú v každom okamihu opačný smer
- ***pohybová rovnica:***
    - $ma = -ky \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{k}{m}y \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$, kde ***ω*** je ***uhlová frekvencia***
    - pre uhlovú frekvenciu, periódu a frekvenciu platí:
        - $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \wedge \omega = \sqrt{\frac{k}{m,}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$
- riešením pohybovej rovnice dostaneme:
    - ***poloha hmotného bodu v čase:***
        - $y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$
    - ***okamžitá rýchlosť:***

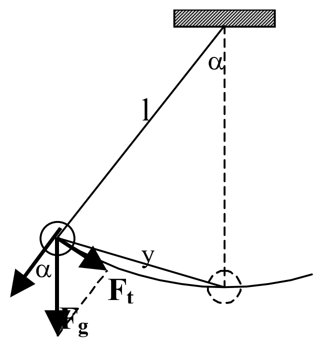
        - $\frac{dy}{dt} = v = y_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$
    - ***okamžité zrýchlenie:***
        - $\frac{d^2 y}{dt^2} = a = -y_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 y$
        - zrýchlenie kmitavého pohybu je priamo úmerné okamžitej výchylke a v každom okamihu má opačný smer ako okamžitá výchylka
    - výraz v zátvorke $(\omega t + \varphi)$ sa volá ***fáza*** a φ je ***fázový posun*** a určuje hodnotu veličiny harmonického kmitania v začiatočnom okamihu ($t=0\ s$)
- kmitavý pohyb môžeme odvodiť aj z rovnomerného pohybu hmotného bodu po kružnici (kmitavý pohyb zodpovedá priemetu rovnomerného pohybu po kružnici do zvislej polohy); pomocou rovnomerného pohybu po kružnici môžeme zostrojiť aj ***fázorový diagram***





-

18.2 matematické kyvadlo



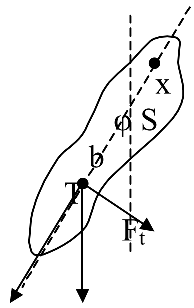
- patrí medzi mechanické oscilátory; kyvadlo je hmotný bod zavesený na tuhom vlákne zanedbateľnej hmotnosti; kmitanie spôsobuje zložka tiažovej sily F_t
- pre silu, ktorá spôsobuje kmitanie, platí:
    - $F_t = -mg \sin\alpha$
- pre uhly menšie ako 5°, môžeme použiť:
    - $\alpha = \frac{s}{l} \approx \frac{y}{l} \Rightarrow \sin\alpha \approx \alpha \approx \frac{y}{l}$
- pre silu F_t platí:
    - $F_t = -mg\frac{y}{l} = -\frac{mg}{l} y$
- pohybová rovnica:
    - $ma = -\frac{mg}{l} y \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{g}{l} \Rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$
- pre periódu kmitov na matematickom kyvadle platí:
    - $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

18.3 fyzikálne kyvadlo

- pod fyzikálnym kyvadlom rozumieme každé teleso, ktoré sa vplyvom vlastnej tiaže kýve okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej ťažiskom
- kmitanie spôsobuje zložka tiažovej sily:
    - $F_t = -mg \sin\varphi$
- pre uhly menšie ako 5 ° platí:
    - $F_t = -mg\varphi$

- znamienko mínus vyjadruje, že zložka tiažovej sily, ktorá spôsobuje kmitanie, má vždy opačný smer ako okamžitá výchylka

- pri fyzikálnom kyvadle ide v podstate o otáčavý pohyb telesa okolo pevnej osi, takže možno použiť pohybovú rovnicu rotujúceho telesa:



$M = J\varepsilon$

- $-mgb\sin\varphi = J\varepsilon \Rightarrow -mgb\varphi = J\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} \Rightarrow \dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = -\dfrac{mgb}{J}\varphi$

  $\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = -\omega^2\varphi$, kde $\omega^2 = \dfrac{mgb}{J}$
  - b je vzdialenosť stredu otáčania S od ťažiska T

- pre ***periódu kmitov*** kmitov platí:
  - $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgb}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_0 + mb^2}{mgb}}$
  - J_0 je ***moment zotrvačnosti telesa*** vzhľadom na os prechádzajúcu ťažiskom

18.3.1 redukovaná dĺžka fyzikálneho kyvadla

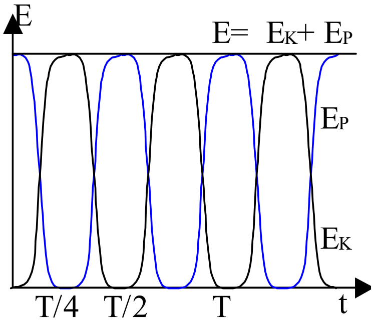
- redukovaná dĺžka fyzikálneho kyvadla je vzájomná vzdialenosť dvoch osí nesymetricky položených vzhľadom na ťažisko, okolo ktorých sa kýve kyvadlo s rovnakou periódou
- pre redukovanú dĺžku platí:
  - $l = b + x$
- z rovnosti periód vyplýva:
  - $\dfrac{J_0 + mx^2}{mgx} = \dfrac{J_0 + mb^2}{mgb}$

    $mbx^2 - \left(J_0 + mb^2\right)x + J_0 b = 0$
- riešením tejto rovnice dostaneme dva korene:
  - $x_1 = a$

    $x_2 = \dfrac{J_0}{mb}$
- tejto úlohe vyhovuje riešenie $x_2 = \dfrac{J_0}{mb}$, takže pre redukovanú dĺžku platí:
  - $l = b + \dfrac{J_0}{mb} = \dfrac{J_0 + mb^2}{mb} = \dfrac{J}{mb}$
- redukovanú dĺžku fyzikálneho kyvadla možno interpretovať aj ako dĺžku takého matematického kyvadla, ktoré sa kýve s rovnakou periódou ako fyzikálne kyvadlo:
  - $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{b + \dfrac{J_0}{mb}}{g}}$

18.4 premeny energie v mechanickom oscilátore

- pre potenciálnu energiu napnutej pružiny platí:
  - $W = \int_0^y F.dy = \int_0^y ky.dy = k\int_0^y y.dy = \dfrac{1}{2}ky^2 = E_p$



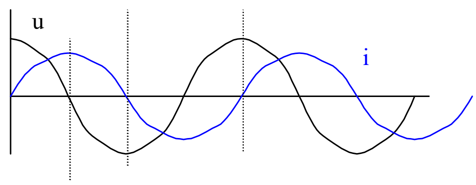
- pri kmitaní platí ***zákon zachovania energie*** (periodicky sa mení potenciálna energia oscilátora na kinetickú energiu a naopak). Celková energia oscilátora je konštantná a v každom okamihu sa rovná súčtu potenciálnej a kinetickej energie

- $E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}my_m^2\omega^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t \Rightarrow$
- $E_k + E_p = \frac{1}{2}ky_m^2\cos^2\omega t + \frac{1}{2}ky_m^2\sin^2\omega t = \frac{1}{2}ky_m^2\overbrace{\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right)}^{1} = \frac{1}{2}ky_m^2$
- keď teleso dosiahne amplitúdu výchylky, je kinetická energia nulová, teda celú energiu tvorí potenciálna energia, pre ktorú platí:
  - $E_p = \frac{1}{2}ky_m^2$

- v praxi dochádza k ***tlmenému kmitaniu***; amplitúda sa postupne zmenšuje (spôsobuje to odpor prostredia, trenie); vlastné kmitanie oscilátora je vždy tlmené

18.5 elektromagnetický oscilátor

- na rozdiel od mechanického oscilátora, v ktorom sa periodicky mení potenciálna energia na kinetickú, sa s elektromagnetickom oscilátore mení elektrická energia na magnetickú (najjednoduchším príkladom elektrického obvodu, ktorý má tieto vlastnosti, je obvod s cievkou a kondenzátorom – ***LC obvod (oscilačný obvod)***
- na začiatku kondenzátor nabijeme zo zdroja jednosmerného napätia a pripojíme ho k cievke; za štvrtinu periódy sa vybije a prúd je maximálny, vzniká indukované napätie. Za ďalšiu štvrtinu periódy sa kondenzátor nabije indukovaným prúdom, ale polarita je už opačná. V druhej polovici periódy sa tento dej opakuje opačným smerom.
  - amplitúdy napätia a prúdu sa postupne zmenšujú, až kmitanie zanikne. Príčinou je odpor R oscilačného obvodu, v ktorom sa mení energia elektrického a magnetického poľa na vnútornú energiu vodiča; nastáva tlmenie kmitov
  - časové diagramy napätia a prúdu v oscilačnom obvode sú navzájom posunuté o štvrtinu periódy. V okamihu, keď je prúd v obvode nulový, napätie a teda aj náboj na kondenzátore sú najväčšie. naopak maximálnej hodnote prúdu zodpovedá nulový náboj kondenzátora. To dokazuje, že v elektromagnetickom oscilátore sa periodicky mení elektrická energia na magnetickú a naopak.



- kondenzátor má ***elektrickú energiu:***
  - $E_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
- nabitý kondenzátor je zdrojom prúdu v cievke. V okolí cievky vzniká magnetické pole s ***magnetickou energiou:***
  - $E_m = \frac{1}{2}LI^2$
- mechanickým a elektromagnetickým poľom platia nasledujúce ***analógie***:

Mechanický oscilátor		Elektromagnetický oscilátor	
okamžitá výchylka	y	okamžitý náboj	q
rýchlosť	v	okamžitý prúd	i
potenciálna energia	E_p	elektrická energia	E_e
kinetická energia	E_k	magnetická energia	E_m
sila	F	okamžité napätie	u
hmotnosť	m	indukčnosť	L
tuhosť pružiny	$k = \frac{F}{y}$	recipročná hodnota kapacity	$\frac{1}{C} = \frac{u}{q}$

- použitím týchto analógií medzi oscilátormi dostaneme:
  - ***perióda a frekvencia kmitov:***

        - $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$
    - ***okamžitý náboj*** sa mení podľa vzťahu:
        - $q = Q_m \cos\omega t$
    - ***uhlová frekvencia vlastného kmitania*** oscilačného obvodu:
        - $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
    - ***okamžité napätie*** medzi platňami kondenzátora:
        - $u = \frac{Q_m}{C}\cos\omega t = U_m \cos\omega t$
    - ***okamžitý prúd*** v oscilačnom obvode je posunutý p začiatočnú fázu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$:
        - $i = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin\omega t$

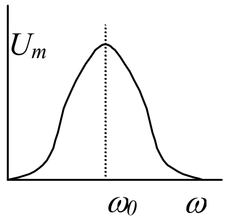
18.6 energia mechanického a elektromagnetického oscilátora

- ***mechanický oscilátor:***
    - potenciálna energia: $E_p = \frac{1}{2}ky^2$
    - kinetická energia: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
- ***elektromagnetický oscilátor:***
    - elektrická energia: $E_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$
    - magnetická energia: $E_m = \frac{1}{2}LI^2$

18.7 nútené kmitanie oscilátora

- nútené kmitanie vzniká pôsobením sily alebo napätia na oscilátor aj na objekty, ktoré nemajú vlastnosť oscilátora (netlmené harmonické kmitanie vznikne, keď sa straty nahrádzajú počas celej periódy; to možno dosiahnuť, keď na oscilátor pôsobí nepretržite harmonická sila $F = F_m \sin\omega t$ alebo harmonické napätie $U = U_m \sin\omega t$; pôsobením tejto sily, prípadne napätia, je v oscilátore vynucované netlmené harmonické kmitanie, ktoré sa volá ***nútené kmitanie oscilátora***).
- frekvencia núteného kmitania závisí od frekvencie pôsobiacej sily, prípadne napätia, a nezávisí od vlastnosti kmitajúceho objektu. Nútené kmitanie je netlmené.

18.7.1 rezonancia oscilátora



- amplitúda nútených kmitov dosahuje najväčšiu hodnotu v okamihu, keď frekvencia nútených kmitov dosiahne vlastnú frekvenciu oscilátora – táto frekvencia sa nazýva ***rezonančná frekvencia***; pri tejto frekvencii nastane ***rezonancia oscilátora***
- amplitúda nútených kmitov pri rezonančnej frekvencii je väčšia, ako by zodpovedalo amplitúde sily, príp. napätia, ktoré kmitanie spôsobilo
- rezonanciu môžeme považovať za vzájomné pôsobenie dvoch oscilátorov. Jeden je zdrojom núteného kmitania (***oscilátor***) a druhý sa pôsobením zdroja nútene rozkmitá (***rezonátor***)

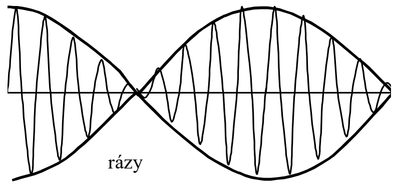
18.8 skladanie kmitov

18.8.1 kmity v jednej priamke

- ***izochrónne kmity:***
  - izochrónne kmity majú rovnakú uhlovú frekvenciu (periódu)
  - pôsobia dve sily v jednej priamke; ak by pôsobili samostatne, tak obe by vyvolali kmity
    - $$y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$ $$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$
  - výsledný pohyb je daný sčítaním oboch rovníc (dostaneme opäť harmonickú funkciu:
    - $$y = y_1 + y_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \Rightarrow$$ $$y = A_1 \cos\omega t.\cos\varphi_1 - A_1 \sin\omega t.\sin\varphi_1 + A_2 \cos\omega t.\cos\varphi_2 - A_2 \sin\omega t.\sin\varphi_2 \Rightarrow$$ $$y = \cos\omega t.\underbrace{(A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2)}_{A.\cos\varphi} - \sin\omega t.\underbrace{(A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2)}_{A.\sin\varphi}$$
  - zavádzame substitúciu:
    - $$A.\cos\varphi = A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2$$ $$A.\sin\varphi = A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2$$
  - dosadenie (dostaneme ***výslednú rovnicu harmonického pohybu***):
    - $$y = A\cos\omega t.\cos\varphi - A\sin\omega t.\sin\varphi$$ $$y = A\cos(\omega t + \varphi)$$
  - ***výsledná fáza*** (dostaneme ju zo substitúcií)***:***
    - $$tg\varphi = \frac{A\sin\varphi}{A\cos\varphi} = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$ $$\varphi = arctg\left(\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}\right)$$
  - ***výsledná amplitúda*** (umocníme obe substitúcie a sčítame ich):
    - $$A^2 \sin^2\varphi = A_1^2 \sin^2\varphi_1 + 2A_1A_2 \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + A_2^2 \sin^2\varphi_2$$ $$A^2 \cos^2\varphi = A_1^2 \cos^2\varphi_1 + 2A_1A_2 \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + A_2^2 \cos^2\varphi_2$$
    - $$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$ $$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$
- ***neizochrónne kmity:***
  - kmity, ktoré majú rovnaké amplitúdy a fázové posuny, líšia sa uhlovou frekvenciou
  - pôsobia dve sily v jednej priamke, ktoré spôsobujú kmity:
    - $$y_1 = A\cos(\omega_1 t + \varphi)$$ $$y_2 = A\cos(\omega_2 t + \varphi)$$
  - výsledný pohyb je daný sčítaním oboch rovníc (dostaneme výslednú rovnicu kmitavého pohybu):
    - $$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega_1 t + \varphi) + A\cos(\omega_2 t + \varphi)$$ $$y = 2A\cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t.\cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} + \varphi\right]$$
  - ***výsledná uhlová frekvencia:***
    - $$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi}{\omega_1 + \omega_2}$$
  - ***výsledná amplitúda:***

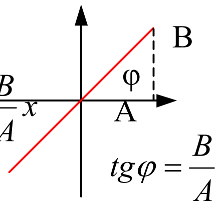
- $A' = 2A\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t$

- pri porovnateľných uhlových frekvenciách vznikajú ***rázy:***
  - výsledná amplitúda závisí od času t, a preto pre ***periódu zmeny amplitúdy*** platí:
    - $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{4\pi}{\omega_1 - \omega_2}$
  - pre ***periódu rázu*** platí:
    - $T_r = \frac{T'}{2} = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}$

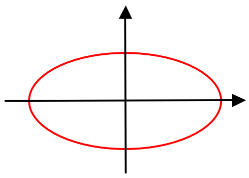


- ***kolmé kmity:***
  - pôsobia dve sily ktoré sú na seba kolmé
  - máme kmity, ktoré majú rovnakú uhlovú frekvenciu, ale líšia sa amplitúdou, fázovým posunom
    - $x = A\cos(\omega t + \alpha_x)$
$y = B\cos(\omega t + \alpha_y)$
  - z týchto rovníc potrebujeme vylúčiť časové členy (najprv cos, potom sin, výsledné rovnice umocníme a sčítame):
    - $\frac{x}{A} = \cos\omega t.\cos\alpha_x - \sin\omega t.\sin\alpha_x \;/.\cos\alpha_y$
$\frac{y}{B} = \cos\omega t.\cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_y \;/.(-\cos\alpha_x)$
    - $\frac{x}{A}\cos\alpha_y = \cos\omega t.\cos\alpha_x \cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_x.\cos\alpha_y \rightarrow (1)$
$-\frac{y}{B}\cos\alpha_x = -\cos\omega t.\cos\alpha_y \cos\alpha_x + \sin\omega t.\sin\alpha_y.\cos\alpha_x \rightarrow (2)$
  - rovnice (1) a (2) sčítame:
    - $\frac{x}{A}\cos\alpha_y - \frac{y}{B}\cos\alpha_x = \sin\omega t.\sin(\alpha_y - \alpha_x) \rightarrow (3)$
    - $\frac{x}{A} = \cos\omega t.\cos\alpha_x - \sin\omega t.\sin\alpha_x \;/.\sin\alpha_y$
$\frac{y}{B} = \cos\omega t.\cos\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_y \;/.(-\sin\alpha_x)$
    - $\frac{x}{A}\sin\alpha_y = \cos\omega t.\cos\alpha_x \sin\alpha_y - \sin\omega t.\sin\alpha_x.\sin\alpha_y \rightarrow (4)$
$-\frac{y}{B}\sin\alpha_x = -\cos\omega t.\cos\alpha_y \sin\alpha_x + \sin\omega t.\sin\alpha_y.\sin\alpha_x \rightarrow (5)$
  - rovnice (4) a (5) sčítame:
    - $\frac{x}{A}\sin\alpha_y - \frac{y}{B}\sin\alpha_x = \cos\omega t.\sin(\alpha_y - \alpha_x) \rightarrow (6)$
  - rovnice (3) a (6) umocníme:
    - $\frac{x^2}{A^2}\cos^2\alpha_y - 2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\cos\alpha_x \cos\alpha_y + \frac{y^2}{B^2}\cos^2\alpha_x = \sin^2\omega t.\sin^2(\alpha_y - \alpha_x) \rightarrow (7)$
    - $\frac{x^2}{A^2}\sin^2\alpha_y - 2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\sin\alpha_x \sin\alpha_y + \frac{y^2}{B^2}\sin^2\alpha_x = \cos^2\omega t.\sin^2(\alpha_y - \alpha_x) \rightarrow (8)$
  - rovnice (7) a (8) sčítame a dostaneme ***výslednú rovnicu trajektórie pohybu***:

        - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{x}{A}\frac{y}{B}\cos(\alpha_y-\alpha_x)=\sin^2(\alpha_y-\alpha_x)$
    - podľa rozdielu fáz rozlišujeme rôzne prípady:
        - $\alpha_y-\alpha_x=0$
            - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{x}{A}\frac{y}{B}=0 \Rightarrow \left(\frac{x}{A}-\frac{y}{B}\right)^2=0 \Rightarrow \frac{x}{A}=\frac{y}{B} \Rightarrow y=\frac{B}{A}x$



            - v tomto prípade výsledná trajektória má tvar úsečky
        - $\alpha_y-\alpha_x=\pi$
            - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}+2\frac{x}{A}\frac{y}{B}=0 \Rightarrow \left(\frac{x}{A}+\frac{y}{B}\right)^2=0 \Rightarrow \frac{x}{A}=-\frac{y}{B} \Rightarrow y=-\frac{B}{A}x$
            - výsledná trajektória má tvar úsečky
        - $\alpha_y-\alpha_x=\frac{\pi}{2} \vee \alpha_y-\alpha_x=\frac{3\pi}{2}$



            - $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$
            - výsledná trajektória má tvar elipsy
            - ak $\alpha_y-\alpha_x=\frac{\pi}{2}$,. výsledné kmity sú v smere hodinových ručičiek
            - ak $\alpha_y-\alpha_x=\frac{3\pi}{2}$, výsledný pohyb je proti smeru hodinových ručičiek

19 Mechanické vlnenie

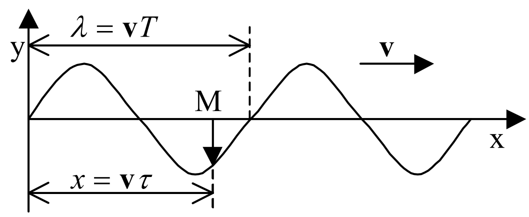
- ***vlnenie*** je dej, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri prostredím (sú to kmitavé pohyby, ktoré sú na sebe závislé)
- druh pohybu, pri ktorom nedochádza k transportu látky
- mechanické vlnenie vzniká v pevných, kvapalných a plynných látkach. Jeho príčinnou je existencia väzbových síl medzi časticami (atómami, molekulami) prostredia, ktorým sa vlnenie šíri. Kmitanie jednej častice sa väzbovými silami prenáša na ďalšie častice. Takéto prostredie sa nazýva *pružné prostredie*

19.1 postupné mechanické vlnenie

- vlnenie, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri istou rýchlosťou v smere jednej osi
- rozlišujeme dva druhy postupného vlnenia:
    - ***postupné priečne vlnenie:***
        - amplitúdy sú kolmé na smer, ktorým sa vlnenie šíri
    - ***postupné pozdĺžne vlnenie:***
        - kmity sa dejú v smere, ktorým vlnenie postupuje
- vzdialenosť, do ktorej vlnenie dospeje za periódu T kmitania zdroja vlnenia, sa nazýva ***vlnová dĺžka*** $\boldsymbol{\lambda}$, pre ktorú platí:
    - $\lambda = vT = \frac{v}{f}$, kde ***f*** je frekvencia zdroja vlnenia
- rýchlosť ***v***, ktorou sa vlnenie šíri, je ***fázová rýchlosť vlnenia***. Je to rýchlosť, ktorou sa premiestňuje rovnaká fáza kmitania jednotlivých bodov. Z tohto hľadiska je vlnová dĺžka vzdialenosť dvoch najbližších bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.

19.1.1 rovnica postupnej vlny

- zdroj vlnenia kmitá podľa rovnice:
    - $y = y_m \sin \omega t$
- výchylka ľubovoľného bodu radu závisí od vzdialenosti x od zdroja a od času t. Ak sa vlnenie šíri fázovou rýchlosťou v, tak do bodu vo vzdialenosti x od zdroja sa vlnenie dostane za dobu $\tau = \frac{x}{v}$. Znamená to, že kmitanie bodu vo vzdialenosti x bude mať rovnakú okamžitú výchylku ako zdroj o dobu τ neskôr (dochádza k časovému oneskoreniu):
    - $y = y_m \sin \omega (t - \tau) = y_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$

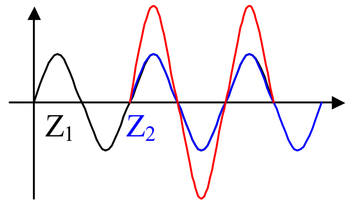


- zároveň platí:
    - $\omega = \frac{2\pi}{T} \wedge \lambda = vT$
- pre rovnicu postupnej vlny platí:
    - $y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
- rozdiel medzi kmitaním a vlnením: veličiny, ktorými opisujeme kmitanie, sú len funkciami času; veličiny vlnenia sú funkciami času aj miesta

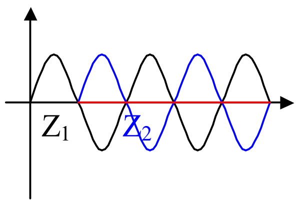
19.2 interferencia vlnenia

- ak sa pružným prostredím síria dve alebo viac vlnení rovnakého druhu, šíria sa navzájom nezávisle. V miestach, kde sa vlnenia prekrývajú, prebieha skladanie vlnenia, nastáva jeho zosilnenie alebo zoslabenie, no obe vlnenia postupujú ďalej, akoby sa šírili samostatne.

- máme dva zdroje vlnenia, ktoré ležia v jednej priamke a kmitajú s rovnakou začiatočnou fázou, pre postupujúce vlny platí:
    - $y_1 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right),\ y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$
- výsledné vlnenie je dané súčtom oboch rovníc:
    - $y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) \Rightarrow$
    - $y = y_m \sin \frac{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)}{2} \cos \frac{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} - \frac{t}{T} + \frac{x_2}{\lambda}\right)}{2}$
    - $y = \underbrace{2y_m \cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}}_{Y_m - výsledná\_amplitúda} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)$

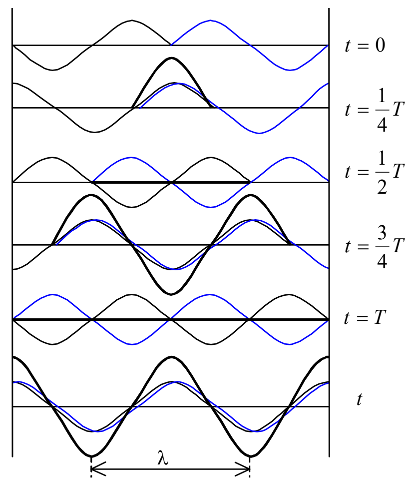


- ***maximálne zosilnenie vlnenia:***
    - nastane vtedy, keď nová amplitúda Y_m, bude dosahovať maximálnu hodnotu, a to je:
        - $\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x_1 - x_2 = k\lambda$
    - maximálne zosilnenie nastáva, ak dráhový rozdiel (vzdialenosť zdrojov, v týchto bodoch majú vlnenia rovnakú fázu) je celočíselným násobkom vlnovej dĺžky λ
    - keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná ich súčtu $y_m = y_{m1} + y_{m2}$
- ***zoslabenie vlnenia:***
    - nastane vtedy, keď nová amplitúda Y_m nadobudne nulovú hodnotu:
        - $\cos \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda} = \frac{\pi}{2}(2k+1) \Rightarrow x_1 - x_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$
        - vlnenie sa interferenciou ruší, ak dráhový rozdiel sa rovná nepárnemu násobku polvĺn
        - keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná absolútnej hodnote rozdielu amplitúd zložiek $y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$



19.3 stojaté vlnenie

- vzniká interferenciou dvoch rovnakých protismerných vlnení
- máme dva zdroje vlnenia, pre ktoré platí:
    - $y_1 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),\ y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$
- rovnica stojatej vlny je daná súčtom oboch rovníc:
    - $y = y_1 + y_2 = y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + y_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow$
    - $y = y_m \sin \frac{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)}{2} \cos \frac{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}{2}$
    - $y = \underbrace{2y_m \cos \frac{2\pi x}{\lambda}}_{Y_m - výsledná\_amplitúda} \sin \frac{2\pi t}{T}$

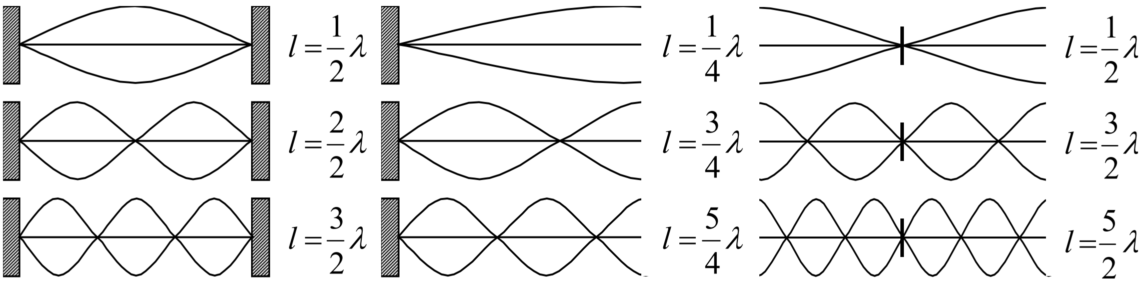


- ***uzly:***
    - uzly sú miesta, ktoré sú trvalo v pokoji (výsledná amplitúda je nulová)

  - $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$
  - vzdialenosť susedných uzlov sa rovná polovici vlnovej dĺžky
- ***kmitne:***
  - kmitne sú body, v ktorých kmitanie dosahuje najväčšiu amplitúdu výchylky
  - $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$
  - vzdialenosť susedných kmitní sa rovná polovici vlnovej dĺžky

19.4 chvenie mechanických sústav

- ak sa vlnenie dostane radom bodov až ku krajnému bodu, ktorý je na okolité prostredie viazaný pevnejšie ako body radu, vlnenie postupuje radom bodov späť. Má rovnakú vlnovú dĺžku, ale jeho fáza sa zmení o π. *Na pevnom konci nastáva odraz vlnenia s opačnou fázou.*
- keď sa rad končí voľným bodom, ktorý je s okolitým prostredím viazaný slabšie ako s bodmi radu, vlnenie sa od koncového bodu vracia bez zmeny fázy. *Na voľnom konci nastáva odraz vlnenia s rovnakou fázou.*
- ***upevnenie v oboch koncových bodoch:***
  - na koncoch sú vždy uzly
  - pre frekvenciu vlnenia platí:
    - $l = \frac{k}{2}\lambda \Rightarrow f_k = \frac{c}{\lambda} = k\frac{c}{2l}$
- ***upevnenie na jednom konci***
  - v bode upevnenia je uzol, na voľnom konci je kmitňa
  - pre frekvenciu vlnenia platí:
    - $l = (2k-1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow f_k = (2k-1)\frac{c}{4l}$
- ***upevnenie v strede:***
  - v bode upevnenia je uzol, na voľných koncoch sú kmitne
  - pre frekvenciu vlnenia platí:
    - $l = (2k-1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow f_k = (2k-1)\frac{c}{2l}$



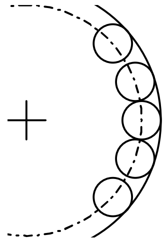
- upevnené na oboch koncoch upevnené na jednom konci upevnené uprostred

19.5 vlnenie v izotropnom prostredí

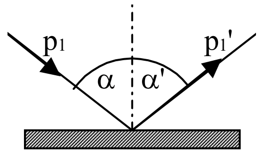
- vlnenie, v ktorom je fázová rýchlosť vlnenia vo všetkých smeroch rovnaká (prostredie, ktoré má vo všetkých smeroch rovnaké fyzikálna vlastnosti)
- body, do ktorých sa vlnenie dostane z bodového zdroja vlnenia, ležia na guľovej ploche, ktorá sa nazýva ***vlnoplocha***; keď je zdroj vlnenia rovinný, prípadne ak je vo veľkej vzdialenosti, vlnoplocha má tvar rovinný – ***rovinná vlnoplocha*** (*vlnoplocha postupného vlnenia je množina bodov, v ktorých má vlnenie v istom časovom okamihu rovnakú fázu*)

19.6 Huygensov princíp

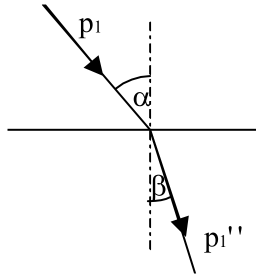
- *Huygensov princíp:* Každý bod vlnoplochy, do ktorého sa dostalo vlnenie v istom okamihu, môžeme pokladať za zdroj elementárneho vlnenia, ktoré sa z neho šíri v elementárnych vlnoplochách. Vlnoplocha v ďalšom časovom okamihu je vonkajšia obalová plocha všetkých elementárnych vlnoplôch
- smer šírenia vlnenia v danom bode určuje kolmica na vlnoplochu, ktorá sa nazýva ***lúč***



19.7 odraz a lom vlnenia

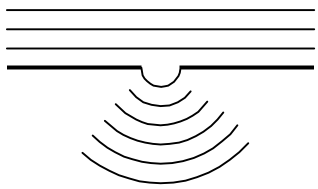


- *zákon odrazu:* uhol odrazu vlnenia sa rovná uhlu dopadu
  - $\alpha = \alpha'$
  - uhol dopadu je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom; uhol odrazu je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom
  - rovina určená lúčom dopadajúceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva *rovina dopadu*
  - odrazený lúč leží v rovine dopadu



- *zákon lomu vlnenia (Snellov zákon lomu):* pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v obidvoch prostrediach. Nazýva sa index lomu vlnenia *n* pre dané prostredie
  - $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{v_1}{v_2} = n$
  - lomený lúč zostava v rovine dopadu

19.8 ohyb vlnenia



- ***ohyb*** vlnenia nastáva pri prechode vlnenia malým otvorom v prekážke (otvor musí byť porovnateľný s vlnovou dĺžkou vlnenia); vlnenie sa šíri aj za prekážkou
- keď má prekážka oveľa väčší rozmer, ako je vlnová dĺžka vlnenia, vzniká za prekážkou ***tieň***

19.9 zvuk a jeho vlastnosti

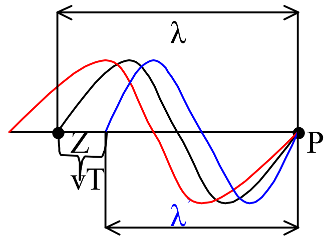
- ***zvuk*** je mechanické vlnenie (postupné pozdĺžne mechanické vlnenie) s frekvenciou v intervale od 16 Hz do 16 000 Hz; mechanické vlnenie s nižšou frekvenciou nazývame ***infrazvuk***, s vyššou frekvenciou ***ultrazvuk***
- zdrojom zvuku je chvenie pružných telies; chvenie sa prenáša do okolitého prostredia, v ktorom vzniká zvukové vlnenie; zvuk sa šíri len pružným prostredím ľubovoľného skupenstva (šíri sa iba látkovým prostredím, vo vákuu sa nešíri)
- fyzikálnymi dejmi pri prenose zvuku sa zaoberá ***akustika***
  - *fyzikálna akustika* študuje fyzikálne podmienky vzniku zvuku v zdrojoch zvuku, šírenie a pohlcovanie zvukov v rôznych prostrediach
  - *fyziologická akustika* sa zaoberá vznikom zvuku v hlasovom orgáne človeka a vnímaním zvuku uchom
  - *hudobná akustika* skúma zvuky z hľadiska potrieb hudby
- zvukové vlnenie má v rôznych látkach rozličnú rýchlosť. Prostredie ho zoslabuje, čo znamená, že sa zmenšuje amplitúda zvukových vĺn – ***pohlcovanie (absorpcia) zvuku***
- zvuky rozdeľujeme na:
  - *periodické*
    - nazývajú sa aj hudobné zvuky alebo tóny
    - patria tu zvuky hudobných nástrojov, samohlásky reči
  - *neperiodické*
    - vnímame ich ako hluk, šum

- patria tu spoluhlásky reči

- ***vlastnosti zvuku:***
  - *výška* (určuje ju frekvencia; základný je tón s frekvenciou 440 Hz – komorné a)
  - *farba*
  - *hlasitosť*
- ***hlasitosť:***
  - ľudské ucho môže vnímať tlakové zmeny od $\Delta p=10^{-5}\ Pa$ (táto hranica určuje ***prah počuteľnosti***)
  - veľmi hlasným zvukom zodpovedajú tlakové zmeny až $\Delta p=10^{2}\ Pa$. Keď sa táto hranica prekročí, vzniká v uchu pocit bolesti, hovoríme o ***prahu bolesti***
  - ľudské ucho je najcitlivejšie na zvuky s frekvenciou 700 Hz až 6 kHz
- ***intenzita zvuku:***
  - intenzita zvuku sa definuje ako pomer výkonu zvukového vlnenia a plochy, ktorou vlnenie prechádza
    - $I=\frac{P}{S}$
    - jednotkou intenzity zvuku je $W.m^{-2}$, používa sa aj jednotka ***bel B*** (v praxi sa používa 10-krát menšia jednotka – ***decibel***)
- ***rýchlosť zvuku:***
  - rýchlosť zvuku vo vzduchu závisí od zloženia vzduchu (nečistoty, vlhkosť), ale najviac od teploty. Pre teplotu *t* vzduchu v *°C* určíme rýchlosť zvuku vo vzduchu podľa vzťahu:
    - $v_t=(331{,}82+0{,}61\{t\})m.s^{-1}$
    - pri bežných teplotách je rýchlosť zvuku vo vzduchu približne $340\ m.s^{-1}$
  - v kvapalinách a pevných látkach je rýchlosť zvuku väčšia ako vo vzduchu (vo vode pri teplote 8 °C je rýchlosť zvuku 1 435 $m.s^{-1}$; v oceli pri teplote 15 °C je rýchlosť zvuku 4 980 $m.s^{-1}$)

19.10 Dopplerov jav

19.10.1 akustický



- ***pohyb zdroja vlnenia:***
  - máme zdroj vlnenia; keď sa zdroj pohybuje, tak pozorovateľ, nebude pozorovať vlnovú dĺžku, ktorú vysiela zdroj, ale bude pozorovať väčšiu alebo menšiu vlnovú dĺžku (podľa smeru pohybu zdroja)
  - ***zdroj sa približuje:***
    - $\lambda'=\lambda-vT\Rightarrow\frac{c}{f'}=\frac{c}{f}-\frac{v}{f}\Rightarrow f'=f\frac{1}{1-\frac{v}{c}}$
    - *v* je rýchlosť pohybu zdroja, *c* je rýchlosť šírenia vlnenia
    - výsledná pozorovaná frekvencia je väčšia ako pôvodná frekvencia (frekvencia zdroja)
  - ***zdroj sa vzďaľuje:***
    - $\lambda'=\lambda+vT\Rightarrow\frac{c}{f'}=\frac{c}{f}+\frac{v}{f}\Rightarrow f'=f\frac{1}{1+\frac{v}{c}}$
    - výsledná pozorovaná frekvencia je menšia ako pôvodná frekvencia
- ***pohyb pozorovateľa:***
  - ***v smere šírenia vĺn:***

- $f^{'} = f\dfrac{c-u}{c} \Rightarrow f^{'} = f\left(1-\dfrac{u}{c}\right)$

- *proti smeru šírenia vĺn:*
  - $f^{'} = f\dfrac{c+u}{c} \Rightarrow f^{'} = f\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$

- ***pohyb zdroja aj pozorovateľa:***
  - ak za kladný smer vezmeme smer od zdroja k prostrediu, platí:
    - $f^{'} = f\dfrac{1-\frac{u}{c}}{1-\frac{v}{c}}$

19.10.2 relativistický

- máme zdroj vlnenia, pre ktoré platí:
  - $y = y_m \sin 2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right)$
- pozorovateľ pozoruje vlnu, pre ktorú platí:
  - $y = y_m \sin 2\pi\left(\dfrac{t^{'}}{T^{'}}-\dfrac{x^{'}}{\lambda^{'}}\right)$
- keďže vlna, ktorú vysiela zdroj a ktorú pozoruje pozorovateľ, je rovnaká, platí:
  - $2\pi\left(\dfrac{t}{T}-\dfrac{x}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\dfrac{t^{'}}{T^{'}}-\dfrac{x^{'}}{\lambda^{'}}\right) \Rightarrow \dfrac{2\pi}{T}\left(t-\dfrac{x}{c}\right) = \dfrac{2\pi}{T^{'}}\left(t^{'}-\dfrac{x^{'}}{c}\right) \Rightarrow f\left(t-\dfrac{x}{c}\right) = f^{'}\left(t^{'}-\dfrac{x^{'}}{c}\right)$
- po dosadení Lorentzovych transformácií platí:
  - $f\left(t-\dfrac{x}{c}\right) = f^{'}\left(\dfrac{t-\frac{vx}{c^2}-\frac{x-vt}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) \Rightarrow f\left(t-\dfrac{x}{c}\right) = f^{'}\dfrac{\left(t-\frac{x}{c}\right)\left(1+\frac{v}{c}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- po úprave pre vzďaľujúci svetelný zdroj dostaneme:
  - $f^{'} = f\sqrt{\dfrac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}$
  - ak sa zdroj vlnenia pohybuje od prijímača, pozorovaná frekvencia je menšia ako vysielaná frekvencia, teda pozorovaná vlnová dĺžka sa zväčšuje, nastáva posun k červenej časti spektra; pri pohybu ku prijímaču je to naopak

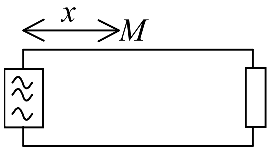
20 Elektromagnetické vlnenie a žiarenie

- zdrojom elektromagnetického vlnenia je kmitajúci elektromagnetický oscilátor

20.1 elektromagnetické vlnenie

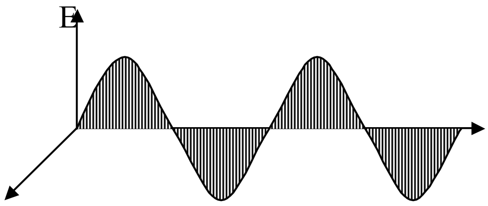
20.1.1 postupná elektromagnetická vlna

- keď máme zapojený ***nízkofrekvenčný zdroj***, pre napätie a prúd platí:
  - $u = U_m \sin \omega t$
    $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$
  - predstavujeme si, že v určitom časovom okamihu je napätie a prúd pozdĺž celého vodiče rovnaké
  - ide o kmity elektrického náboja
- inak je to, keď je spotrebič pripojený na zdroj napätia s vysokou frekvenciou. Keďže napätie zdroja sa veľmi rýchlo mení a zmeny napätia sa vedením šíria konečnou rýchlosťou, napätie medzi vodičmi vedenia je nielen funkciou času, ale aj funkciou vzdialenosti uvažovaného bodu vedenia od zdroja napätia. Deje vo vedení majú charakter elektromagnetického vlnenia
- vedenie tvorené dvoma vodičmi si môžeme predstaviť ako rad oscilačných obvodov spojených väzbou. Indukčnosť a kapacita sú rovnomerne rozložené pozdĺž vedenia – vedenie je ***jednorozmerná sústava s rozloženými parametrami***
- keď v prvom elementárnom oscilačnom obvode vynútime kmitanie, rozkmitajú sa postupne ďalšie elementárne obvody a vedením sa šíri elektromagnetická vlna. V ľubovoľnom bode M vedenia vo vzdialenosti x od zdroja je medzi vodičmi napätie:



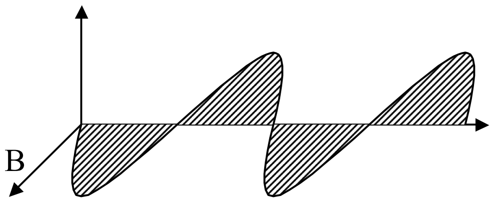
  - $u = U_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$, kde U_m je amplitúda napätia, T perióda napätia a λ vlnová dĺžka elektromagnetickej vlny. Rovnica sa nazýva ***rovnica postupnej elektromagnetickej vlny***
- rýchlosť elektromagnetického vlnenia v určitom prostredí je rovnaká ako rýchlosť svetla. Rýchlosť svetla vo vákuu je:
  - $c = 2{,}997\,923 \,.\, 10^8\ m \,.\, s^{-1}$
- elektromagnetická vlna sa šíri aj vo vákuu
- veľká rýchlosť elektromagnetického vlnenia je dôvodom, prečo v obvodoch s nízkofrekvenčným zdrojom neuvažujeme o elektromagnetickom vlnení, ale iba o kmitaní
  - napr. pri frekvencii 50 Hz, ktorú má striedavý prúd v energetickej sieti, je dĺžka príslušnej elektromagnetickej vlny vo vákuu:
    - $\lambda = \frac{c}{f} = 6000 km$
  - to znamená, že výraz $\frac{x}{\lambda}$ v rovnici postupnej vlny je pri nízkych frekvenciách zanedbateľne malý vzhľadom na člen $\frac{t}{T}$ aj pri veľkých vzdialenostiach, a preto rovnica postupnej vlny za týchto podmienok prechádza na rovnicu harmonického kmitania
    - $u = U_m \sin \omega t$
- elektrický prúd, ktorý preteká obvodom, závisí podľa vzťahu:
  - $i = I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
- keďže napätie v rôznych miestach vedenia je rozličné, tak ani náboj nie je na povrchu vodiča rozložený rovnomerne. Preto je rozličná aj intenzita elektrického poľa medzi vodičmi. Priebeh

hodnôt intenzity $\vec{E}$ časovo premenného elektrického poľa pozdĺž vedenia v istom časovom okamihu vyjadruje sínusoida:



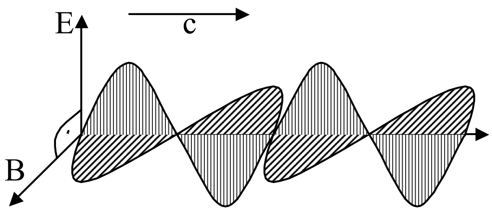
- $\vec{E} = \vec{E}_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

- vedenie zakončené spotrebičom s rezistanciou R môžeme považovať za obvod striedavého prúdu s odporom. Ak sa v spotrebiči premení celá elektromagnetická energia na jeho vnútornú energiu, prúd vo vedení je vo fáze s napätím medzi vodičmi. Keď obvodom preteká elektrický prúd i, tak v okolí vodičov sa vytvorí časovo premenné magnetické pole; jeho magnetická indukcia $\vec{B}$ má najväčšiu hodnotu v miestach, ktorými prechádza v danom okamihu najväčší prúd. Hodnoty magnetickej indukcie pozdĺž vedenia vyjadruje sínusoida:



  - $\vec{B} = \vec{B}_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

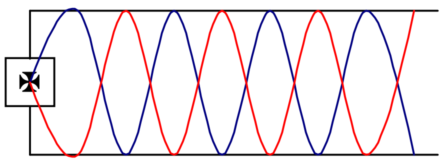
- keďže napätie a prúd vo vedení majú rovnakú fázu, majú rovnakú fázu aj sínusoidy v grafe intenzity elektrického poľa a magnetickej indukcie pozdĺž vedenia. Vektory intenzity elektrického poľa a indukcie magnetického poľa sú navzájom kolmé a súčasne sú kolmé na smer šírenia elektromagnetickej vlny.



- *pri prenose elektromagnetickej energie vzniká medzi vodičmi vedenia časovo premenné silové pole, ktoré má jednak elektrickú, jednak magnetickú zložku (elektrická a magnetická zložka sa nedajú od seba oddeliť) a nazýva sa elektromagnetické pole. Energia sa neprenáša vodičmi, ale elektromagnetickým poľom medzi nimi. Tento dej má charakter vlnenia.*

20.1.2 stojatá elektromagnetická vlna

- pri postupnej elektromagnetickej vlne sa celá energia elektromagnetického vlnenia pohltí na konci vedenia (v spotrebiči)
- keď sa elektromagnetické vlnenie na konci vedenia odráža, vzniká iná situácia – stojatá elektromagnetická vlna. Takýto prípad napr. nastane, ak na konci vedenia nie je pripojený spotrebič (vedenie naprázdno). Pretože koniec vedenia má veľký odpor (R}∞), dosahuje napätie na konci vedenia najväčšiu hodnotu. Naopak, prúd má na konci stále nulovú hodnotu (vedenie je rozpojené). V celom vedení nastáva fázové posunutie napätia a prúdu o $\frac{\pi}{2}$.
- ***napäťová vlna*** sa na konci vedenia odrazí s rovnakou fázou a interferuje s postupujúcou vlnou. Pre pôvodnú a odrazenú vlnu platí:



  - $u_1 = U_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$
    $u_2 = U_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$

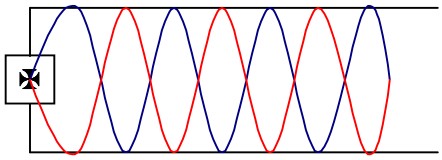
- výsledná napäťová vlna je daná sčítaním oboch vĺn:
  - $u = u_1 + u_2 = U_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + U_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = \underbrace{2U_m \cos\frac{2\pi x}{\lambda}}_{amplitúda\_napätia} \sin\frac{2\pi t}{T}$
    - ***kmitne*** napätia:

- $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$
- susedné kmitne sú od seba vzdialené $\frac{\lambda}{2}$

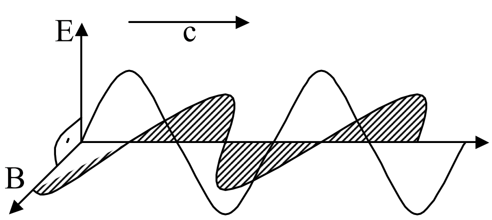
  - ***uzly*** napätia:
    - $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$
    - susedné uzly sú od seba vzdialené $\frac{\lambda}{2}$
  - vzdialenosť susedných kmitní a uzlov je $\frac{\lambda}{4}$

- poloha kmitní a uzlov napätia sa zisťuje pomocou tlejivky, ktorá sa rozsvieti v miestach kmitní napätia

- ***prúdová vlna*** sa na konci odrazí s opačnou fázou a interferuje s postupujúcou prúdovou vlnou. Pre pôvodnú a odrazenú vlnu platí:
  - $$i_1 = I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
    $$i_2 = -I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

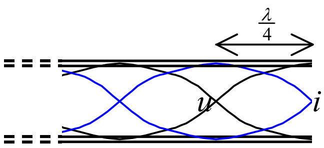


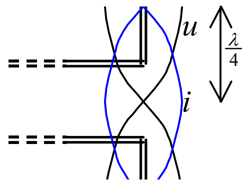
- výsledná prúdová vlna je daná sčítaním oboch rovníc:
  - $$i = i_1 + i_2 = I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - I_m \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) = \underbrace{-2I_m \sin\frac{2\pi x}{\lambda}}_{amplitúda\_napätia}\cos\frac{2\pi t}{T}$$
    - ***kmitne*** prúdu:
      - $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$
      - susedné kmitne sú od seba vzdialené $\frac{\lambda}{2}$
    - uzly prúdu:
      - $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow x = k\frac{\lambda}{2}$
      - susedné uzly sú od seba vzdialené $\frac{\lambda}{2}$
    - vzdialenosť susedných kmitní a uzlov je $\frac{\lambda}{4}$
  - poloha kmitní a uzlov prúdu sa zisťuje pomocou žiarovky, ktorá sa rozsvieti v miestach kmitní prúdu
- v okamihu, keď má napätie v kmitniach najväčšiu hodnotu, prúd v celom vedení sa rovná nule. Celá energia elektromagnetickej vlny sa premenila na energiu elektrického poľa. Naopak, keď je v kmitniach prúd najväčší, pozdĺž celého vedenia je nulové napätie. Energia elektromagnetickej vlny je sústredená v magnetickom poli. Stojatým elektromagnetickým vlnením sa energia neprenáša, len sa mení na energiu elektrického poľa a naopak. V stojatej elektromagnetickej vlne sú časovo premenné vektory $\vec{E}$ a $\vec{B}$ fázovo posunuté o $\frac{\pi}{2}$ (tam , kde je intenzita elektrického poľa je maximálna, je indukcia magnetického poľa nulová a naopak).



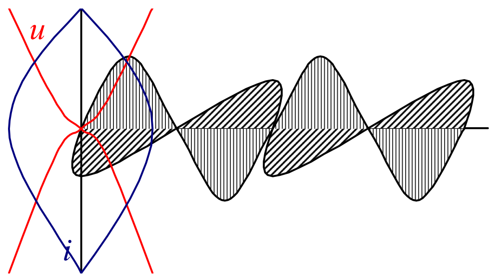
20.1.3 elektromagnetický dipól

- elektromagnetické vlnenie, ktoré sa šíri dvojvodičovým vedením, je s vedením úzko spojené a jeho energia je sústredená prevažne medzi vodičmi. V oznamovacej technike je však často potrebné, aby napr. vysielač vyžaroval elektromagnetické vlnenie do väčšieho priestoru. To možno dosiahnuť úpravou konce vedenia, pri ktorej sa vodiče dĺžky $\frac{\lambda}{4}$ roztvoria do smeru kolmého na vedenie.





- v odchýlených častiach vedenia vznikajú prúdy, ktoré majú v každom okamihu súhlasný smer ,a magnetické pole prúdu môže tak zasahovať do celého okolia. Napätie na koncoch vodičov dosahuje periodicky najvyššie hodnoty a vzniká elektrické pole, ktoré tiež zasahuje do okolia.
- napätie a prúd utvárajú stojaté vlnenie. Napätie má na koncoch dipólu kmitňu a v strede uzol, prúd má, naopak, na koncoch uzol a v strede kmitňu.



- kmitanie dipólu je spojené so vznikom elektrického a magnetického poľa v jeho okolí, ktorým sa prenáša energia elektromagnetického vlnenia do priestoru – vzniká výsledné ***elektromagnetické pole dipólu***. Najväčšia časť energie sa vyžaruje v smeroch kolmých na os dipólu, kým v smere osi dipól energiu nevyžaruje.

20.2 *elektromagnetické žiarenie a jeho energia*

- každý druh elektromagnetického žiarenia je charakterizovaný frekvenciou f a vlnovou dĺžkou λ, pričom:
    - $\lambda = \frac{c}{f}$
- elektromagnetické vlny vznikajú v podstate dvoma spôsobmi:
    - každá častica, ktorá sa pohybuje s nenulovým zrýchlením , vyžaruje elektromagnetické vlny (tento mechanizmus sa uplatňuje napr. pri vysielaní televíznych alebo rádiových vĺn, pri žiarovke)
    - druhý spôsob vyžarovania súvisí so zmenami vo vnútornej štruktúre jednotlivých atómov a molekúl. pri týchto zmenách sa mení pohybový stav elektrónov v atóme a atóm vysiela elektromagnetické žiarenie

20.2.1 spektrum elektromagnetického žiarenia

Oblasť	*Vlnová dĺžka [m]*	*Kmitočet [Hz]*	*Energia 1 kvanta [eV]*
	10^4	10^4	10^{-10}
dlhé vlny			
	10^3	10^5	10^{-9}
stredné vlny			
	10^2	10^6	10^{-8}
krátke vlny			
	10		
		10^7	10^{-7}
veľmi krátke vlny	1		
		10^8	10^{-6}
ultrakrátke vlny	10^{-1}		
		10^9	10^{-5}
radarové vlny	10^{-2}		

milimetrové vlny	10^{-3}	10^{10} 10^{11}	10^{-4} 10^{-3}
ďaleká infračervená	10^{-4}	10^{12}	10^{-2}
blízka infračervená	10^{-5}	10^{13}	10^{-1}
viditeľné svetlo	10^{-6}	10^{14}	10^{1}
ultrafialová	10^{-7}	10^{15}	10^{10}
mäkké žiarenie X	10^{-8}	10^{16}	10^{2}
tvrdé žiarenie X	10^{-9}	10^{17}	10^{3}
žiarenie γ	10^{-10}	10^{18}	10^{4}

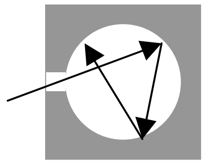
- ľudské oko je citlivé iba na malú časť spektra elektromagnetického žiarenia, ktorú nazývame svetlo $\lambda \in (380,780)nm$. Väčšie vlnové dĺžky má ***infračervené žiarenie*** (zakaleným prostredím preniká rýchlejšie ako svetlo). Kratšie vlnové dĺžky má ***ultrafialové žiarenie*** (v rozpätí 350 nm až 14 nm; jeho zdrojom sú telesá zohriate na vysokú teplotu; obyčajné sklo pohlcuje UV)
- významné je aj rőntgenové žiarenie (dôležité je jeho využitie v medicíne; rőntgenovo-štruktúrna analýza umožňuje štúdium stavby pevných látok a zložitých molekúl)
- zdrojom elektromagnetického žiarenia je zrýchlený pohyb častíc s elektrickým nábojom (napr. pri tepelnom pohybe elektrónov v rozžeravenom kove) alebo zmena energetického stavu atómu (napr. pri výboji v plyne). Podľa toho svetelné zdroje vysielajú žiarenie so ***spojitým*** alebo ***čiarovým spektrom***. Tieto spektrá môžeme pozorovať spektroskopom ako ***emisné*** alebo ako ***absorpčné spektrá***. Charakteristické vlastnosti spektier sa využívajú pri spektrálnej analýze v oblasti infračerveného, viditeľného aj ultrafialového žiarenia. Pomocou analýzy sa zisťuje prítomnosť stopových látok. Spektrálna analýza je veľmi dôležitá pri poznávaní štruktúry atómov aj chemického zloženia vesmírnych objektov.

20.2.2 základné rádiometrické a fotometrické veličiny

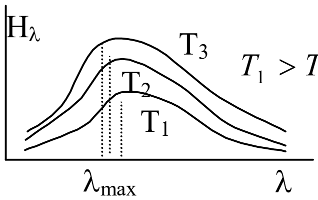
- energiu prenášanú žiarením posudzujeme podľa hodnôt rádiometrických a fotometrických veličín. Rádiometrické veličiny charakterizujú energiu prenášanú žiarením, fotometrické veličiny charakterizujú účinky žiarivej energie na náš zrak.
- ***rádiometrické veličiny:***
  - ***žiarivý tok Φ_e***: predstavuje energiu vyžiarenú zdrojom za 1 s:
    - $\Phi_e = \frac{\Delta E}{\Delta t}$, $[\Phi_e] = W$
  - ***žiarivosť I_e***: rovná sa žiarivému toku, ktorý zdroj vysiela do priestorového uhla $\Delta\Omega$:
    - $I_e = \frac{\Delta \Phi_e}{\Delta \Omega}$, $[I_e] = W.sr^{-1}$ (sr – steradián)
  - ***intenzita vyžarovania M_e***: rovná sa žiarivému toku vysielanému z plochy zdroja s obsahom S:
    - $M_e = \frac{\Delta \Phi_e}{\Delta S}$, $[M_e] = W.m^{-2}$
- ***fotometrické veličiny:***
  - ***svetelný tok Φ***: časť žiarivého toku, na ktorý je ľudské oko citlivé
    - jednotkou svetelného toku je ***lumen*** ($[\Phi] = cd.sr = lm$); lumen je svetelný tok, vysielaný do priestorového uhla veľkosti 1 sr bodovým zdrojom, ktorého svietivosť sa vo všetkých smeroch rovná 1 kandele

- ***svietivosť I***: svietivosť bodového zdroja v danom smere je určená ako podiel svetelného toku $\Delta\Phi$ vyžiareného zdrojom do malého priestorového uhla $\Delta\Omega$ a veľkosti tohto priestorového uhla:
  - $I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}$, $[I] = cd$
  - ***kandela*** je svietivosť čierneho telesa v kolmom smere na povrch, ktorého veľkosť je $\frac{1}{600000} m^2 \left(1{,}74 mm^2\right)$, pri teplote tuhnutia platiny 1 773 °C a tlaku 101 325 Pa
- ***osvetlenie E_0***: je to svetelný tok dopadajúci na plochu:
  - $E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S} = \frac{\Delta\Phi}{r^2 \Delta\Omega} = \frac{I}{r^2}$, kde r je vzdialenosť zdroja od plochy, na ktorú dopadá žiarenie, $[E_0] = lm.m^{-2} = lx$ (lx – lux)

20.2.3 žiarenie čierneho telesa



- ***čierne teleso*** je model telesa, ktoré pohlcuje všetku dopadajúcu žiarivú energiu bez ohľadu na vlnovú dĺžku a neskôr ju vysiela ako tepelné žiarenie
- ***Wienov posunovací zákon***:
  - vlnová dĺžka λ_{max}, na ktorú pripadá maximum vyžarovania čierneho telesa, je nepriamo úmerná termodynamickej teplote T. So zvyšujúcou teplotou sa maximá posúvajú k menším vlnovým dĺžkam.
    - $\lambda_{\max} T = b$, kde ***b*** je konštanta (b = 2,9 . 10^{-3} m.K)

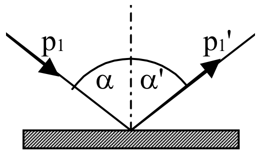


- ***Stefanov-Boltzmannov zákon***:
  - energia vyžarovaná čiernym telesom za 1 s sa zväčšuje so štvrtou mocninou termodynamickej teploty:
    - $M_e = \sigma T^4$

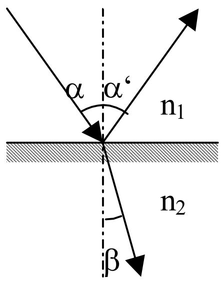
20.3 vlnové vlastnosti svetla

20.3.1 odraz a lom svetla

- *index lomu n*: udáva, koľkokrát je rýchlosť svetla v látke menšia ako rýchlosť svetla vo vákuu
  - $n = \frac{c}{v}$
- *zákon odrazu:* uhol odrazu vlnenia sa rovná uhlu dopadu
  - $\alpha = \alpha'$
  - uhol dopadu je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom; uhol odrazu je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom
  - rovina určená lúčom dopadajúceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva *rovina dopadu*
  - odrazený lúč leží v rovine dopadu



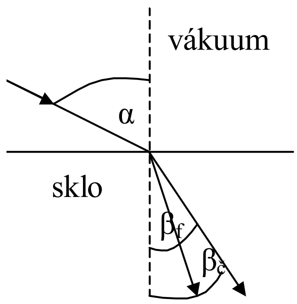
- *zákon lomu vlnenia (Snellov zákon lomu):* pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v obidvoch prostrediach. Nazýva sa index lomu vlnenia n pre dané prostredie
  - $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$
  - lomený lúč zostava v rovine dopadu



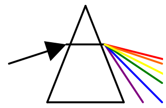
- keď svetlo prechádza z opticky hustejšieho prostredia do opticky redšieho prostredia (ak $n_1 \rangle n_2$), tak pri istom uhle dopadu je uhol lomu rovný 90°; tento uhol nazývame ***medzný uhol***. Pri uhle dopadu väčšom ako medzný uhol svetlo neprechádza do opticky redšieho prostredia, ale sa úplne odráža – ***úplný (totálny) odraz*** svetla.

20.3.2 disperzia svetla

- pre veľkosť rýchlosti vlnenia platí:
    - $v = \lambda f$
- pri meraní rýchlosti svetla v rôznych prostrediach sa zistilo, že veľkosť rýchlosti v danom prostredí závisí od frekvencie svetla; tento fyzikálny jav sa volá ***disperzia svetla***. Vo vákuu rýchlosť svetla $c = \lambda_0 f$ nezávisí od frekvencie.
- pretože ***index lomu*** je definovaný vzťahom $n = \frac{c}{v}$, tak v dôsledku disperzie svetla aj index lomu daného optického prostredia závisí od frekvencie
    - keď biele svetlo dopadá na rovinné rozhranie, dochádza k lomu. Lomené svetlo nie je biele, ale jeho okraje sú sfarbené na červeno a fialovo (biele svetlo sa rozložilo na farebné zložky). Najviac sa láme fialové svetlo, najmenej červené. Platí:
        - $\beta_{\check{c}} > \beta_f \Rightarrow n_{\check{c}} < n_f \Rightarrow v_{\check{c}} > v_f$



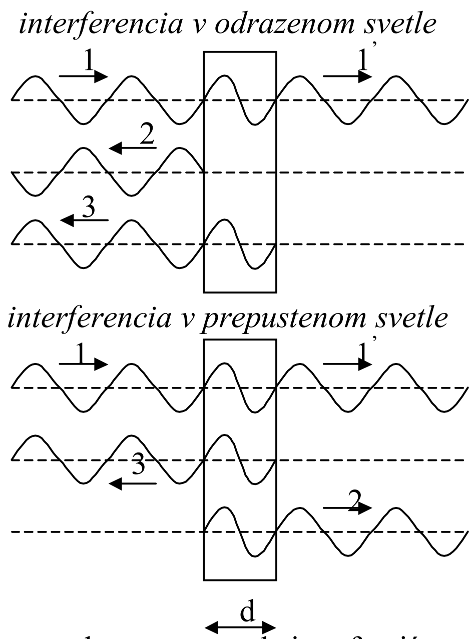
- biele svetlo je zmesou jednoduchých spektrálnych svetiel, teda zmesou vlnení s rozličnými frekvenciami. Najväčšiu frekvenciu má vo viditeľnom žiarení fialové svetlo(7,8 . 10^{14} Hz, 380 nm), najmenšiu červené svetlo (3,8 . 10^{14} Hz, 780 nm). Svetlo s jednou frekvenciou sa nazýva ***monofrekvenčné***. Po lome bieleho svetla optickým hranolom vzniká sústava farebných pruhov, čo nazývame spektrum. V spektre za sebou nasledujú: červená, oranžová, žltá, zelená, modrá, indigová a fialová.



- frekvencia vlnenia sa prechodom rôznymi prostrediami nemení, platí:
    - $f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$
    - vlnová dĺžka λ v istom optickom prostredí s indexom lomu n je n-krát menšia ako vlnová dĺžka λ_0 vo vákuu

20.3.3 interferencia svetla

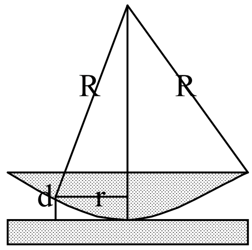
- interferovať môžu len ***koherentné vlnenia*** (skladajúce svetelné vlnenia musia mať rovnakú frekvenciu a stály s časom sa nemeniaci dráhový rozdiel; túto podmienku môžeme dosiahnuť tak, že z jedného zdroja odvodíme viacero vĺn)
- svetelné vlnenie pri odraze na opticky hustejšom prostredí zmení fázu na opačnú (vznikne fázový rozdiel $\frac{\lambda}{2}$)
- ***odrazené svetlo:***
    - *dráhový rozdiel:*
        - $\Delta = \frac{\lambda}{2} + 2nd$
    - *najväčšie zosilnenie:*
        - $\frac{\lambda}{2} + 2nd = 2k\frac{\lambda}{2}$
    - *najväčšie zoslabenie:*



- v odrazenom svetle interferujú vlnenia 2, 3
- v prepustenom svetle interferujú vlnenia 1', 2

- $\frac{\lambda}{2}+2nd=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

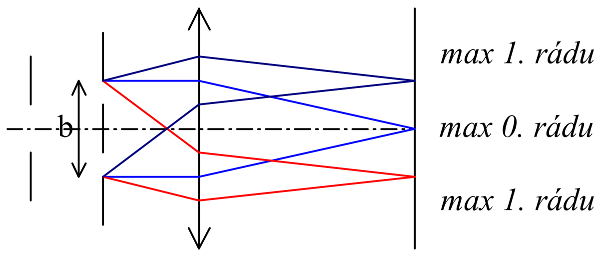
- ***prepustené svetlo:***
  - *dráhový rozdiel:*
    - $\Delta = 2nd$
  - *najväčšie zosilnenie:*
    - $2nd = 2k\frac{\lambda}{2}$
  - *najväčšie zoslabenie:*
    - $2nd = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$



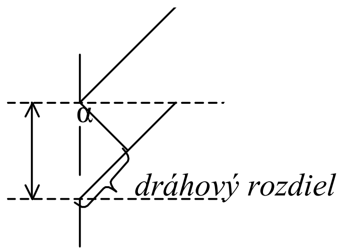
- ***Newtonove sklá:***
  - pomocou Newtonových skiel môžeme merať vlnovú dĺžku svetla
  - tvorí ich planparalelná vrstva a ploskovypuklá šošovka s veľkých polomerom krivosti
  - platia také isté vzťahy ako pri interferencii v odrazenom svetle
  - pre vzdialenosť *d* podľa Pytagorovej vety platí:
    - $R^2=(R-d)^2+r^2=R^2-2Rd+\overbrace{d^2}^{veľmi\_malé}+r^2 \Rightarrow d=\frac{r^2}{2R}$

20.3.4 ohyb svetla (difrakcia) na dvojštrbine a optickej mriežke

- ohyb nastane, ak sú splnené dve podmienky:
  - vlnenia sú koherentné (svetelné vlnenia, ktoré majú rovnakú frekvenciu a stály s časom sa nemeniaci fázový rozdiel)
  - rozmery prekážok musia byť porovnateľné s vlnovou dĺžkou svetla (úzke štrbiny, malé otvory, tenké neprehľadné vlákna a pod.)
- svetelné vlnenia po ohybe na prekážkach interferujú. O tom, či v danom mieste na tienidle nastane zosilnenie alebo zoslabenie, rozhoduje dráhový rozdiel interferujúcich vlnení
- *Youngov pokus*: Máme zdroj svetla, svetelné vlnenie prechádza cez osvetľovaciu štrbinu, pomocou ktorej získame zväzok rovnobežných lúčov. Osvetľovacia štrbina je zdrojom vlnenia, ktoré sa šíri k dvojštrbine (dve úzke rovnobežné štrbiny, ktorých stredy sú vo vzdialenosti *b*, pričom štrbiny sú rovnobežné s osvetľovacou štrbinou a vzhľadom na ňu sú symetrické). V štrbinách nastane rozdelenie svetelného vlnenia. Keďže vlnenia v štrbinách sú dôsledkom jedného dopadajúceho vlnenia, tak vychádzajúce vlnenia sú kohernetné – nastáva ohyb a súčasne interferencia svetla. Na tienidle pozorujeme sústavu rovnobežných svetlých a tmavých prúžkov (pozorujeme maximum 0. rádu, maximum 1. rádu atď.) Svetlo pozorujeme aj mimo rovnobežného smeru, to dokazuje, že dochádza k lomu svetla a súčasne to potvrdzuje vlnové vlastnosti svetla.



- ***dráhový rozdiel*** medzi dvoma rovnobežnými lúčmi, ktoré vychádzajú zo štrbín, môžeme podľa obr. vyjadriť v tvare:
  - $\Delta = b\sin\alpha$
- podľa dráhového rozdielu dostávame interferenčné maximá alebo minimá:
  - ***ohybové maximum:***
    - $b\sin\alpha = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$
  - ***ohybové minimum:***

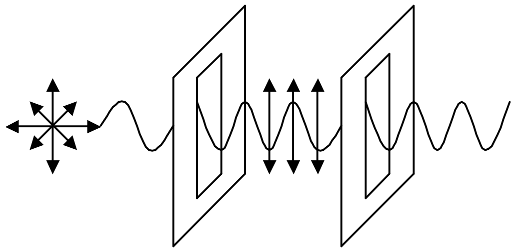


- $b\sin\alpha = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

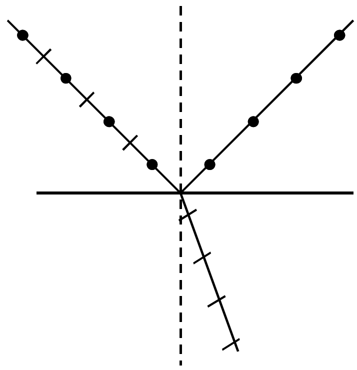
- z praktického hľadiska má najväčší význam ohybový jav pozorovaný na ***optickej mriežke***, ktorú si môžeme predstaviť ako sústavu zloženú z veľkého počtu dvojštrbín, ktoré sú navzájom v rovnakej vzdialenosti. Vzdialenosť stredov dvoch susedných štrbín je ***mriežková konštanta b***. Optické mriežky sa používajú na meranie vlnovej dĺžky svetla.

20.3.5 polarizácia svetla

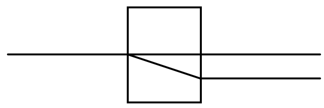
- polarizácia nastáva len pri priečnom vlnení
- polarizácia je dej, ktorý dokazuje, že svetlo je priečne elektromagnetické vlnenie , v ktorom kmitá vektor intenzity elektrického poľa kolmo na smer postupu vlnenia (vektor intenzity kmitá všetkými smermi)
- po prechode lúča cez polarizátor nastane usmernenie vektora intenzity; vektor intenzity kmitá len v jednom smere; vzniká ***polarizovaná vlna***
- ľudské oko nerozlišuje prirodzené nepolarizované svetlo od polarizovaného



- polarizácia nastáva ***odrazom, lomom, dvojlomom, polaroidom***
- ***polarizácia svetla odrazom a lomom:***
    - pri odraze a lome svetla dochádza k čiastočnej polarizácii svetla; stupeň polarizácie závisí od uhla dopadu (úplná polarizácia svetla pri odraze môže nastať pri uhle dopadu, ktorý sa nazýva – Brewsterov (polarizačný) uhol)
    - vektory intenzity v lomenom a odrazenom polarizovanom svetle sú navzájom kolmé



- ***polarizácia svetla dvojlomom:***
    - polarizácia dvojlomom nastáva pri prechode svetla cez opticky anizotropné látky (napr. islandský vápenec)
    - svetelný lúč sa rozdelí na ***riadny lúč***, ktorý pokračuje v pôvodnom smere, ***mimoriadny lúč***, ktorý sa odchýli od pôvodného smeru
    - oba lúče sú polarizované, pričom vektory intenzity v riadnom a mimoriadnom lúči sú v navzájom kolmých rovinách

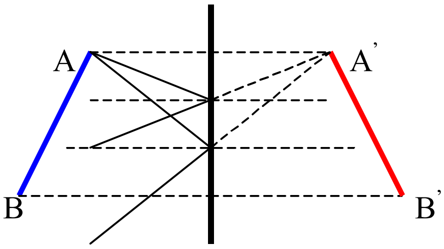


21 Optické zobrazovanie

- pod ***optickou sústavou*** rozumieme všeobecne sústavu optických prostredí a ich rozhraní, ktoré menia smer chodu lúčov. Postup, ktorým získavame optické obrazy bodov, predmetov, nazývame ***optické zobrazovanie***
- keď lúče tvoria zbiehavý zväzok, vznikne v ich priesečníku ***skutočný (reálny) obraz***
- keď lúče tvoria rozbiehavý zväzok, tak zdanlivo sa pretnú za zrkadlom, a tak vytvárajú ***neskutočný (virtuálny) obraz***

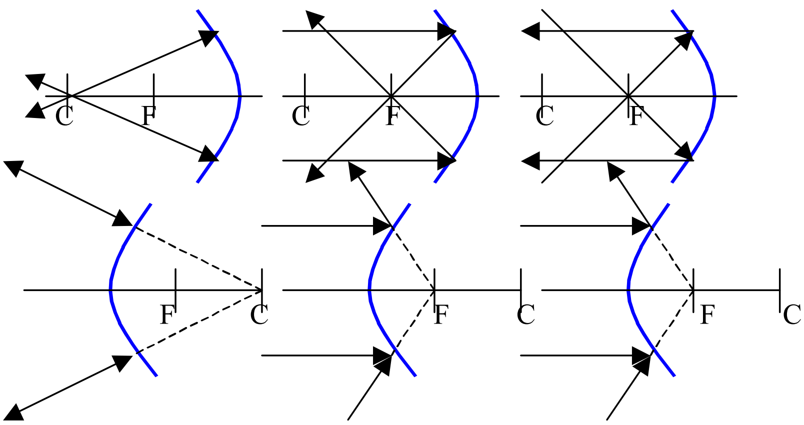
21.1 zobrazovanie odrazom na rovinnom zrkadle

- pre odrazené lúče platí zákon odrazu ($\alpha = \alpha'$)
- lúče po odraze na rovinnom zrkadle sú rozbiehavé; vznikne neskutočný obraz
- pre obraz platí: obraz utvorený na rovinnom zrkadle je vždy neskutočný, priamy, rovnako veľký ako predmet a súmerný s predmetom podľa roviny zrkadla (je stranovo prevrátený)

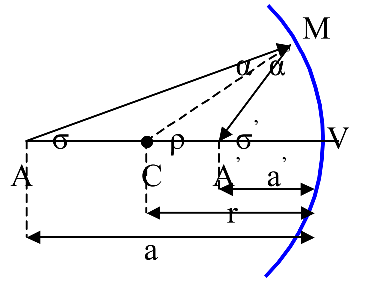


21.2 guľové zrkadlá

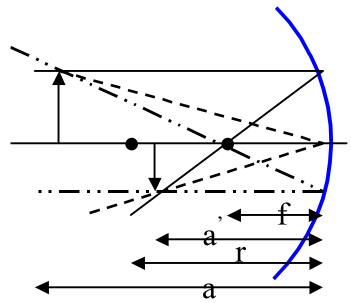
- zrkadliacu plochu tvorí časť povrchu gule
- guľové zrkadlá rozdeľujeme na: ***duté*** (svetlo odráža vnútorná plocha gule) a ***vypuklé*** (svetlo odráža vonkajšia plocha gule)
- ***popis zrkadla:***
    - bod C sa nazýva ***stred optickej plochy***; priamka vedená stredom optickej plochy je ***optická os zrkadla***; priesečník optickej osi s guľovou plochou zrkadla je ***vrchol zrkadla*** V, bod F je ***ohnisko***
    - vzdialenosť $r = |CV|$ je ***polomer krivosti zrkadla***, $f = |FV|$ je ***ohnisková vzdialenosť***, pričom $r = 2f$
    - vzdialenosť predmetu od vrcholu zrkadla $a = |AV|$ je ***predmetová vzdialenosť***; vzdialenosť obrazu od vrcholu zrkadla $a' = |A'V|$ je ***obrazová vzdialenosť***
- ***znamienková konvencia:***
    - vzdialenosti pred zrkadlom sú kladné, za zrkadlom záporné (duté zrkadlo má $f \rangle 0$, vypuklé má $f \langle 0$)
    - keď $a' \rangle 0$, obraz je skutočný; keď $a' \langle 0$, obraz je neskutočný
- najpresnejšie zobrazovanie vzniká lúčmi v blízkosti optickej osi, tzv. ***paraxiálnymi lúčmi***; priestor, v ktorom sú paraxiálne lúče, volá sa ***paraxiálny priestor***
- ***smer odrazených lúčov:***
    - lúče prechádzajúce cez stred C sa odrážajú späť tým istým smerom
    - lúče rovnobežní s optickou osou sa odrážajú do ohniská
    - lúče idúce cez ohnisko sa odrážajú rovnobežne s optickou osou



21.2.1 zobrazovacia rovnica



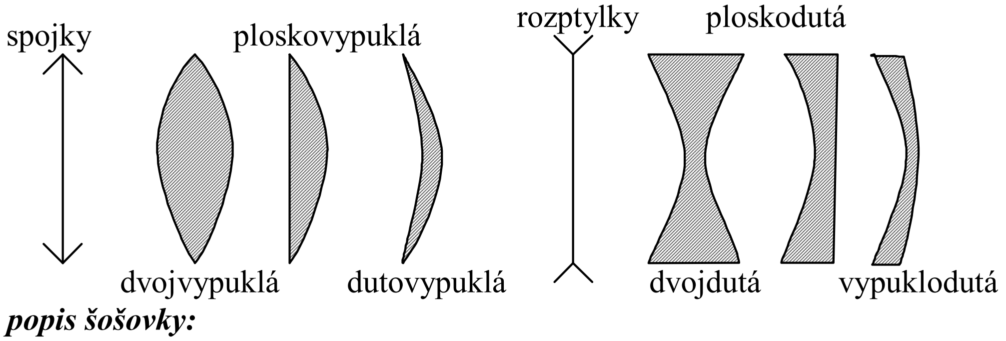
- pre lúča odrazené od zrkadla platí zákon odrazu
- pre súčet vnútorných uhlov v $\triangle AMC$ a $\triangle CMA'$ platí:
    - $$\sigma + \alpha + \pi - \rho = \pi$$
      $$\rho + \alpha' + \pi - \sigma' = \pi$$
- sčítaním oboch rovníc dostaneme:
    - $\sigma + \sigma' = 2\rho$
- ak je lúč AM paraxiálny, uhly sú také malé, že ich tangensy môžeme vyjadriť priamo veľkosťami uhlov v oblúkovej miere:
    - $\sigma \approx tg\sigma = \dfrac{|MV|}{a}, \sigma' \approx tg\sigma' = \dfrac{|MV|}{a'}, \rho \approx tg\rho = \dfrac{|MV|}{r}$
- dosadením do predchádzajúcej rovnice dostaneme ***zobrazovaciu rovnicu guľového zrkadla***:
    - $$\frac{|MV|}{a} + \frac{|MV|}{a'} = \frac{2|MV|}{r}$$
      $$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$



- ***priečne zväčšenie Z:***
    - je to pomer výšky obrazu y' a výšky predmetu y, teda:
        - $Z = \dfrac{y'}{y}$
    - z podobnosti trojuholníkov dostaneme:
        - $Z = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{a'}{a} = -\dfrac{a' - f}{f} = -\dfrac{f}{a - f}$
        - znamienko mínus vyjadruje, že predmet a obraz sú v navzájom opačných polrovinách
    - podľa veľkosti a znamienka zväčšenia rozoznávame vlastnosti obrazu:
        - ak $|z| \rangle 1$, obraz je zväčšený; ak $|z| \langle 1$, obraz je zmenšený
        - ak $z \rangle 0$, obraz je priamy; ak $z \langle 0$, obraz je prevrátený

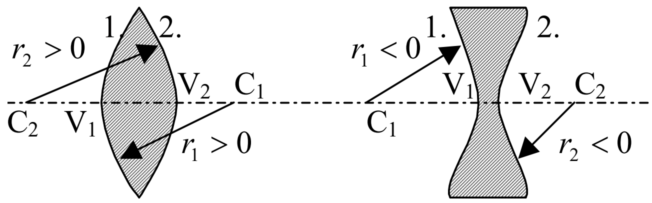
21.3 šošovky

- šošovky sú priehľadné rovnorodé telesá, ktoré sú ohraničené dvoma guľovými plochami alebo guľovou a rovinnou optickou plochou. Keď index lomu šošovky (zhotovenej väčšinou zo skla) je väčší ako okolitého prostredia zväčša vzduch), potom ***spojné šošovky (spojky)*** sú uprostred najhrubšie a ***rozptylné šošovky (rozptylky)*** najtenšie. Šošovky zobrazujú v dôsledku lomu svetla na dvoch optických rozhraniach.



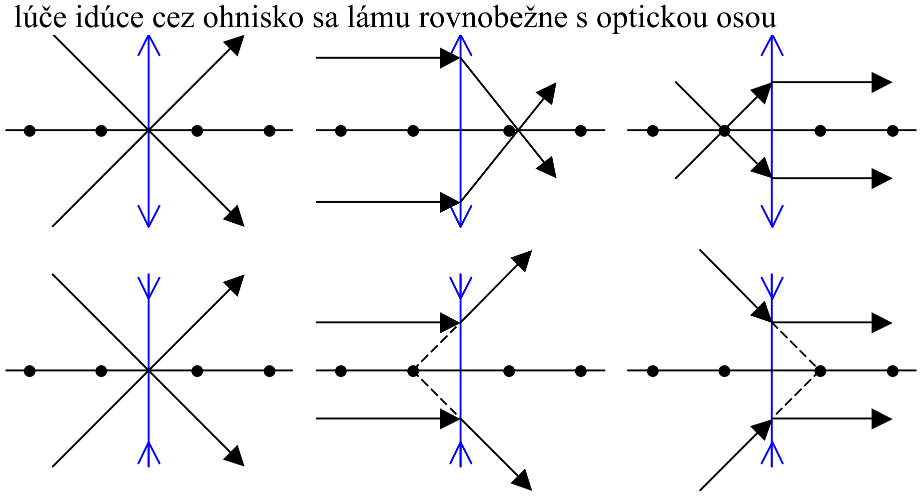
-
- ***popis šošovky:***
    - ***stredy optických plôch*** šošovky označujeme C_1, C_2 a príslušné ***polomery krivosti optických plôch*** r_1, r_2. Priamka prechádzajúca stredmi C_1, C_2*I je* ***optická os šošovky***. Priesečníky optickej osi s optickými plochami sú ***vrcholy šošovky*** V_1, V_2. Vzdialenosť

$|V_1V_2|$ je ***hrúbka šošovky*** a stred úsečky V_1V_2 je ***optický stred šošovky*** *O*. *F* je ***predmetové ohnisko*** a $f = |FO|$ je ***predmetová ohnisková vzdialenosť***; F' je ***obrazové ohnisko*** a $f' = |F'O|$ je ***obrazová ohnisková vzdialenosť***. Priestor, z ktorého svetlo do šošovky vstupuje, je priestor ***predmetový***; do ktorého svetlo po prechode šošovkou vystupuje, je priestor ***obrazový***.



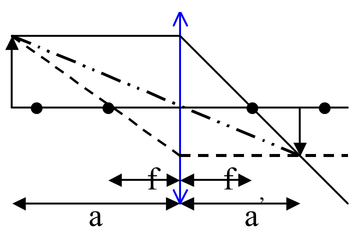
  - vzdialenosť predmetu od optického stredu šošovky $a = |AO|$ je ***predmetová vzdialenosť***; vzdialenosť obrazu od optického stredu šošovky $a' = |A'O|$ je ***obrazová vzdialenosť***

- ***znamienková konvencia:***
  - spojky majú ladnú ohniskovú vzdialenosť, rozptylky zápornú
  - hodnota a je kladná pred šošovkou, záporná za šošovkou; hodnota a' je kladná za šošovkou, záporná pred šošovkou
  - keď $a' \rangle 0$, obraz je skutočný; keď $a' \langle 0$, obraz je neskutočný
- pre ***ohniskovú vzdialenosť tenkej šošovky*** platí:
  - $\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$, kde n_2 je index lomu šošovky, n_1 index lomu prostredia, v ktorom je šošovka; r_1 a r_2 sú polomery krivosti optických plôch šošovky
- prevrátená hodnota ohniskovej vzdialenosti šošovky sa nazýva ***optická mohutnosť φ***:
  - $\varphi = \frac{1}{f}$, jednotkou ohniskovej vzdialenosti je *m*, jednotkou optickej mohutnosti je m^{-1}; v očnej optike sa používa jednotka optickej mohutnosti ***dioptria D***. Pre spojky $\varphi \rangle 0$, pre rozptylky $\varphi \langle 0$.
- ***smer lúčov po prechode šošovkou.***
  - lúče idúce cez stred pokračujú v pôvodnom smere
  - lúče idúce rovnobežne s optickou osou sa lámu do ohniska
  - lúče idúce cez ohnisko sa lámu rovnobežne s optickou osou



21.3.1 zobrazovacia rovnica

- pre ***priečne zväčšenie šošovky Z*** podľa podobnosti trojuholníkov na obr. platí:
  - $Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{a'-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$



- porovnaním niektorých dvoch vzťahov z priečneho zväčšenia dostaneme ***zobrazovaciu rovnicu šošovky:***

$$\frac{a'}{a} = \frac{a' - f}{f} \ / .af$$

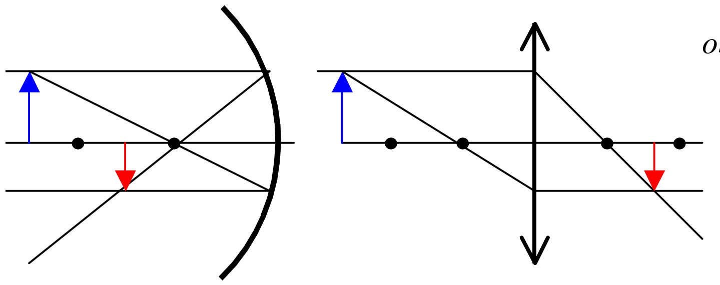
- $a' f = a' a - af \ / . \frac{1}{aa' f}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

21.4 zobrazovanie guľovými zrkadlami a šošovkami

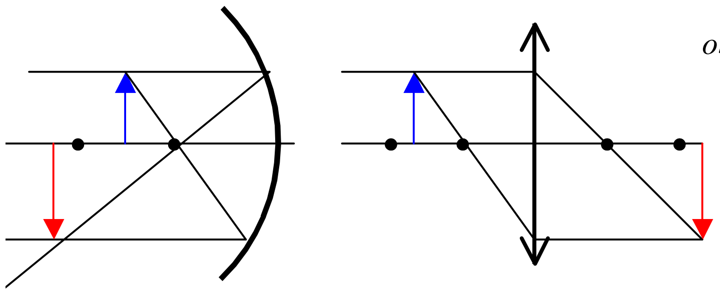
21.4.1 f > 0

- ***a > 2f***



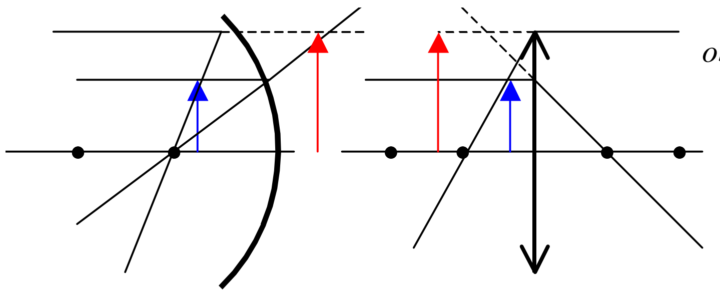
obraz je:
skutočný $a'>0$
zmenšený $|z|<1$
prevrátený $z<0$

- ***2f > a > f***



obraz je:
skutočný $a'>0$
zväčšený $|z|>1$
prevrátený $z<0$

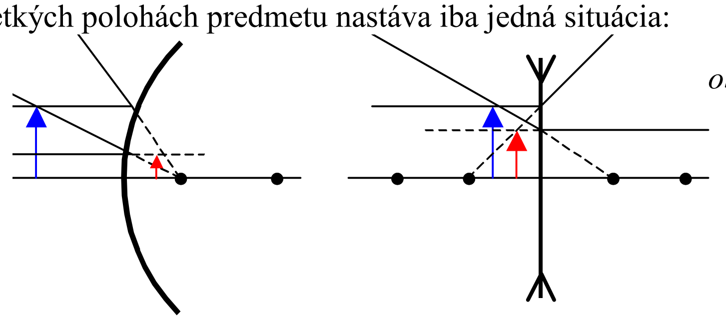
- ***a < f***



obraz je:
neskutočný $a'<$(
zväčšený $|z|>1$
priamy $z>0$

21.4.2 f < 0

- pri všetkých polohách predmetu nastáva iba jedná situácia:

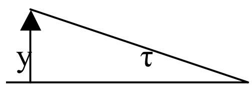


obraz je:
neskutočný $a'<$(
zmenšený $|z|<1$
priamy $z>0$

21.5 optické prístroje

21.5.1 ľudské oko

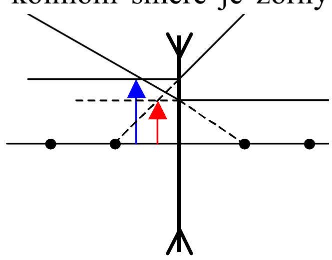
- hlavnou súčasťou oka je spojná optická sústava, ktorá na citlivej matici, t.j. ***sietnici*** (najcitlivejším miestom sietnice je ***žltá škvrna***, kde je najväčšia hustota ***tyčiniek*** (citlivé na svetlo) a ***čapíkov*** (slúžia na rozoznávanie farieb)) utvára skutočné, zmenšené a prevrátené obrazy predmetov. Pomocou očného nervu (v mieste, v ktorom opúšťa oko je ***slepá škvrna***) sa tieto informácie prenášajú do mozgu, kde vnímame prevrátené obrazy predmetov ako priame.
- ***očná šošovka*** je dvojvypuklá spojka, ktorej index lomu sa od povrchu dovnútra zväčšuje. Zaostrenie oka na predmety v rôznych vzdialenostiach (***akomodácia***) sa uskutočňuje tak, že kruhový sval viac či menej napína šošovku, čí sa mení jej zakrivenie, a tým aj optická mohutnosť.
- akomodačná schopnosť má isté hranice. najbližší bod, ktorý sa zobrazí na sietnici ostro, volá sa ***blízky bod***; body bližšie k oku sa zobrazujú neostro. najvzdialenejší bod, ktorý sa na sietnici zobrazí ostro, nazýva sa ***ďaleký bod*** (pri zdravom oku je to v nekonečne). vzdialenosť, v ktorej môžeme predmety dlhšie pozorovať bez väčšej únavy, je asi 25 cm – ***konvenčná zraková vzdialenosť d***
- ***chyby oka:***
  - ***krátkozrakosť***
    - obraz veľmi vzdialené predmetu sa utvorí pred sietnicou. Krátkozraké oko má ďaleký bod v konečnej vzdialenosti a blízky bod má posunutý k oku. Krátkozrakosť sa odstraňuje rozptylkou.
  - ***ďalekozrakosť***
    - obraz veľmi vzdialeného predmetu sa utvorí za sietnicou. Blízky bod je v značnej vzdialenosti od oka (50–100 cm). Ďalekozrakosť sa odstraňuje spojkou.
- veľkosť obrazu na sietnici závisí od veľkosti ***zorného uhla τ***, ktorý zvierajú svetelné lúče prechádzajúce optickým stredom šošovky a okrajmi predmetu. Čím je predmet bližšie k oku, tým je zorný uhol τ väčší. oko je schopné rozlíšiť dva predmety (body), keď ich vidí pod zorným uhlom $\tau \geq 1'$ (keď $\tau \langle 1'$, vníma ich ako jeden bod).



- krátkotrvajúci vnem sa pri bežnom osvetlení predmetu zachová asi 0,1 s. Toto ***zachovanie vnemu*** umožňuje vnímať postupnosť rýchle sa striedajúcich obrazov (film) ako plynulý dej.

21.5.2 lupa

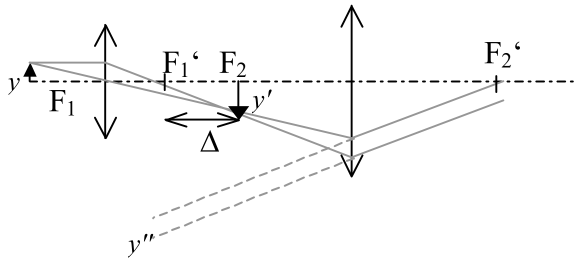
- lup je každá spojná šošovka (alebo sústava šošoviek) s ohniskovou vzdialenosťou $f < d$, kde d je konvenčná zraková vzdialenosť. Keď lupu umiestnime tesne pred oko, vznikne spolu s okom optická sústava, ktorá má väčšiu optickú mohutnosť ako samotné oko.
- keď je predmet s výškou y v ohnisku lupy alebo medzi ohniskom a lupou, vidí naše oko obraz pod väčším zorným uhol τ' ako je τ; obraz je neskutočný, zväčšený a priamy.
- na posúdenie veľkosti obrazu sa zavádza ***uhlové zväčšenie γ***:
  - $\gamma = \dfrac{\tau'}{\tau}$
- pri pozorovaní úsečky dĺžky y z konvenčnej zrakovej vzdialenosti d v kolmom smere je zorný uhol určený vzťahom:
  - $tg\tau = \dfrac{y}{d}$



- ***uhlové zväčšenie lupy*** môžeme vyjadriť vzťahom:
  - $\gamma = \dfrac{\tau'}{\tau} = \dfrac{tg\tau'}{tg\tau} = \dfrac{y}{a} : \dfrac{y}{d} = \dfrac{d}{a}$, kde d je konvenčná zraková vzdialenosť; a je vzdialenosť predmetu od lupy
  - jednoduché spojky, ktoré sa používajú ako lupy, dosahujú uhlové zväčšenie $\gamma = 6$

21.5.3 mikroskop

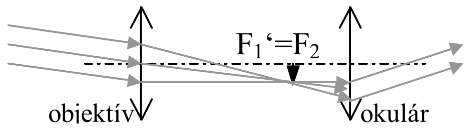
- mikroskop je centrovaná optická sústava zložená z ***objektívu*** a ***okulára***. Objektív aj okulár tvoria spojné optické sústavy; v najjednoduchšom prípade sú to jednoduché spojky (okulár má väčšiu ohniskovú vzdialenosť ako objektív). Vzdialenosť $\Delta = \left|F_1^{'} F_2\right|$ sa nazýva ***optický interval mikroskopu***.



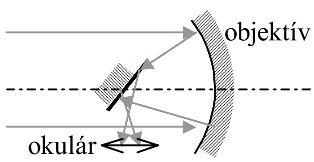
- pre ***uhlové zväčšenie mikroskopu*** platí:
  - $\gamma = \frac{\tau^{'}}{\tau} = \frac{tg\tau^{'}}{tg\tau} = \frac{y^{'}}{f_2} : \frac{y}{d} = \frac{y^{'}}{y}\frac{d}{f_2}$
- z podobnosti trojuholníkov platí:
  - $\frac{y^{'}}{y} = \frac{\Delta}{f_1}$
- po dosadení pre uhlové zväčšenie mikroskopu platí:
  - $\gamma = \frac{\Delta}{f_1}\frac{d}{f_2}$, kde $Z = \frac{y^{'}}{y} = \frac{\Delta}{f_1}$ je priečne zväčšenie objektívu a $\gamma_2 = \frac{d}{f_2}$ je uhlové zväčšenie okulára, potom pre zväčšenie mikroskopu platí: $\gamma = Z\gamma_2$
  - mikroskopom môžeme dosiahnuť zväčšenie asi 2 000

21.5.4 ďalekohľad

- ďalekohľad sa skladá z objektívu a okulára; zväčšuje zorný uhol pri pozorovaní vzdialených predmetov
- ďalekohľady, ktoré ako objektív používajú šošovky, volajú sa ***refraktory***; ďalekohľady, ktoré používajú ako objektív duté (parabolické) zrkadlá, volajú sa ***reflektory***
- ***Keplerov (hvezdársky) ďalekohľad:***
  - okulár a objektív tvoria spojné optické sústavy, v najjednoduchšom prípade sú to dve spojky. Ohnisková vzdialenosť objektívu *f₁* je omnoho väčšia ako okulára f_2.



  - vzniknutý obraz je neskutočný, zväčšený, výškovo aj stranovo prevrátený
  - pre ***uhlové zväčšenie*** platí:
    - $\gamma = \frac{\tau^{'}}{\tau} = \frac{tg\tau^{'}}{tg\tau} = \frac{y^{'}}{f_2} : \frac{y}{f_1} = \frac{f_1}{f_2}$
  - na pozemské pozorovanie sa musí obraz utvorený objektívom prevrátiť. To sa robí buď pomocou spojnej šošovky, alebo sústavou dvoch odrážajúcich hranolov – ***hranolový ďalekohľad (triéder)***
- ***Galileiho (pozemský, holandský) ďalekohľad:***
  - objektív tvorí spojná sústava, okulár rozptylná sústava
  - vzniknutý obraz je neskutočný, priamy, zväčšený
  - pre uhlové zväčšenie platí:
    - $\gamma = \frac{f_1}{|f_2|}$
- ***zrkadlový (Newtonov) ďalekohľad:***
  - objektív tvorí duté (parabolické) zrkadlo, okulár tvoria šošovky
  - zrkadlové ďalekohľady majú v porovnaní s refraktormi veľa predností (na objektíve vznikajú oveľa menšie zobrazovacie chyby a majú menšiu absorpciu)

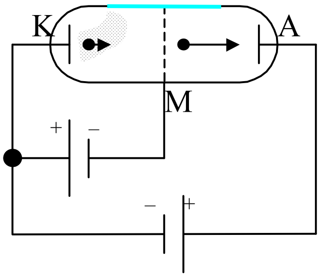


22 Základy kvantovej fyziky a elektrónový obal atómu

22.1 Planckova (kvantová) hypotéza

- energia žiarenia nie je v priestore rozložená spojito, ale sa skladá z konečného počtu v priestore lokalizovaných kvánt, ktoré môžu byť pohltené a vyžiarené len ako celky (energia sa nešíri spojito, ale v kvantách)
- svetelné kvantá sa nazývajú ***fotóny***

22.2 fotoelektrický jav



- dopadajúce elektromagnetické žiarenie uvoľňuje z povrchu niektorých látok (kovov) elektróny
- existuje ***vonkajší*** a ***vnútorný fotoelektrický jav***: pri vonkajšom fotoelektrickom jave sa elektróny uvoľňujú do prostredia; pri vnútornom sa neuvoľňujú do prostredia, ale do mriežky, čím sa mriežka stáva vodivou (využíva sa v polovodičoch)
- pre vonkajší fotoelektrický jav platia tieto závery:
  - pre každý kov existuje istá hraničný frekvencia f_0. Ak je frekvencia f dopadajúceho žiarenia menšia ako f_0, žiarenie nie je schopné uvoľniť elektróny z katódy. Žiarenie s frekvenciou f väčšou ako f_0 elektróny uvoľňuje. (To, či žiarenie je, alebo nie je schopné uvoľniť elektróny z kovu, závisí iba od frekvencie žiarenia, nie od jeho intenzity.)
  - pri $f > f_0$ je veľkosť prúdu úmerná intenzite dopadajúceho žiarenia. (Čím väčšia je intenzita dopadajúceho žiarenia, tým viac elektrónov sa uvoľňuje z povrchu.)
  - energia elektrónov uvoľnených z katódy sa zväčšuje so zväčšovaním frekvencie dopadajúceho žiarenia. Energia uvoľnených elektrónov nezávisí os intenzity dopadajúceho žiarenia.

22.2.1 Einsteinova rovnica fotoelektrického javu

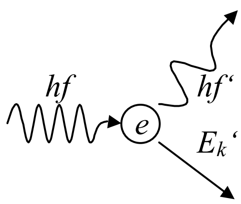
- podľa Einsteinovej teórie sa pri pohlcovaní a vyžarovaní správa rovinná elektromagnetická vlna s frekvenciou f ako súbor svetelných kvánt, z ktorých každé má energiu E a hybnosť $\vec{p}$
- svetelné kvantá sa nazývajú ***fotóny***. Fotón je objekt mikrosveta, ktorý má aj časticové, aj vlnové vlastnosti, ale nie je vlnou ani časticou.
- keď žiarenie má frekvenciu f, pre ***vlnovú dĺžku*** platí:
  - $\lambda = cT = \frac{c}{f}$, kde c je rýchlosť svetla
- ***energia E*** je daná vzťahom:
  - $E = hf$, kde h je ***Planckova konštanta*** ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J.s$)
- pre ***hmotnosť*** fotónu platí:
  - $E = mc^2 = hf \Rightarrow m = \frac{hf}{c^2}$
- pre ***veľkosť hybnosti p*** platí:
  - $p = mc = \frac{hf}{c^2}c = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$
  - smer hybnosti svetelného kvanta je rovnaký ako smer, v ktorom sa šíri vlna
- pri fotoelektrickom jave každý fotón odovzdá celú svoju energiu jedinému elektrónu z povrchu kovu. Časť tejto energie sa spotrebuje na uvoľnenie elektrónu z kovu – to je tzv. ***výstupná práca W_v***, zvyšok ostane elektrónu ako kinetická energia. Zákon zachovania energie vedie k Einsteinovej rovnici:

- $hf = W_v + \frac{1}{2}mv^2$

- výstupná práca je daná vzťahom:
  - $W_v = hf_0$, kde f_0 je hraničná frekvencia, pričom pre ***medznú vlnovú dĺžku*** platí $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$
- fotoelektrický jav nastane, keď ja splnené:
  - $hf > W_v \Rightarrow hf > hf_0 \Rightarrow f > f_0$
- pre frekvenciách spĺňajúcich podmienku $hf < W_v$, je energia fotónu príliš malá na to, aby uvoľnila elektrón z katódy
- v atómovej fyzike sa energia udáva v jednotkách ***elektrónvolt*** (jeden *eV* je energia, ktorú získa častica s elementárnym nábojom pri prechode medzi miestami s potenciálovým rozdielom *1 V*)
  - $1\ eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ J$

22.3 Comptonov jav

- Comptonov jav nastáva pri zrážke fotónu s elektrónom
- pri zrážke odovzdá fotón časť svojej energie elektrónu (elektrón je na začiatku v pokoji); po zrážke sa fotón odchýli od pôvodného smeru o uhol ϑ. Energia fotónu pred zrážkou je *hf*, energia fotónu po zrážke bude hf'. Elektrón získa energiu *E*. Podľa zákona zachovania energie platí:
  - $hf = hf' + E$
- pre frekvenciu a vlnovú dĺžku fotónu pred a po zrážke platí:
  - $f > f' \Rightarrow \lambda < \lambda'$
- pre zmenu vlnovej dĺžky platí.
  - $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$



22.4 vlnové vlastnosti častíc

- francúzsky fyzik *Louis de Broglie* objavil, že s každou voľnou časticou s veľkosťou hybnosti *p* súvisí určitá rovinná vlna s vlnovou dĺžkou:
  - $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$, tento vzťah sa nazýva ***de Broglieho vlna*** (je to pravdepodobnostná vlna)
- tento vzťah platí nielen pre fotóny s nulovou pokojovou hmotnosťou, ale aj pre častice, ako napr. elektrón, ktoré majú nenulovú pokojovú hmotnosť: pre takúto časticu platí:
  - $\lambda = \frac{h}{mv}$, kde *m* je hmotnosť, *v* veľkosť rýchlosti častice
- vlnové vlastnosti elektrónových vĺn experimentálne potvrdili americkí fyzici *Davisson* a *Germer*:
  - vlnové vlastnosti sa prejavujú pri rozptyle elektrónov na povrchu monokryštálu. vlna dopadajúca kolmo na povrch monokryštálu sa rozptyľuje na jednotlivých atómoch v povrchovej vrstve kryštálu, pričom sa pozorujú interferenčné maximá tak ako pri ohybe vlnenia.
- elektrón, fotón a ďalšie objekty mikrosveta majú časticové aj vlnové vlastnosti

22.5 elektrónový obal atómu

22.5.1 Rutherfordov model

- označuje sa ako *planetárny*
- Rutherford nechal dopadať α-častice na zlatú fóliu, pričom väčšina častíc prešla, menej častíc sa vychýlilo zo svojej dráhy a najmenej častíc sa odrazilo späť

- takto určil, že atóm sa skladá z jadra a obalu; určil priemer atómu (10^{-9}–10^{-10} m) a priemer jadra (10^{-14}–10^{-15} m)
- Rutherford predpokladal, že elektróny krúžia okolo jadra ako planéty okolo Slnka, no podľa zákonov klasickej fyziky pri pohybe elektrónu vznikne premenné elektromagnetické pole (elektrón obiehajúci okolo jadra by vyžaroval energiu na úkor kinetickej energie, takže ba sa približoval k jadru až by s ním splynul a atóm by zanikol)

22.5.2 Bohrov model

- Bohrov model vychádzal z dvoch postulátov:
- ***1. postulát:***
  - elektróny môžu byť len v istých stacionárnych stavoch, v ktorých nevyžarujú energiu. Každý z týchto stavov má presne určenú hodnotu energie.
  - energie stacionárnych stavov tvoria diskrétny rad hodnôt: $E_1, E_2, E_3,\dots,E_n$
  - každej hodnote energie $E_1, E_2, E_3,\dots,E_n$ zodpovedá istý polomer kružnice $r_1, r_2, r_3,\dots,r_n$, po ktorých sa pohybujú elektróny
  - platí ***Bohrova kvantová podmienka***:
    - $mvr = n\frac{h}{2\pi}$, kde m je hmotnosť elektrónu; v rýchlosť, ktorou sa elektrón pohybuje; r polomer dráhy elektrónu (súčin mvr je moment hybnosti elektrónu); n je hlavné kvantové číslo
- ***2. postulát:***
  - ak elektrón prechádza do vyššej hladiny, tak pohltí určitú energiu, ak prechádza do nižšej energie, tak vyžiari určitú energiu
    - $E_n - E_s = hf_{ns}$
- pri pohybe elektrónu v určitej hladine platí rovnosť odstredivej sily a elektrickej; ak do tejto rovnosti dosadíme Bohrovu kvantovú podmienku, dostaneme vzťah pre ***polomer dráhy elektrónu***:

  $$F_d = F_e \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \wedge mvr = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v = \frac{nh}{2\pi mr}$$

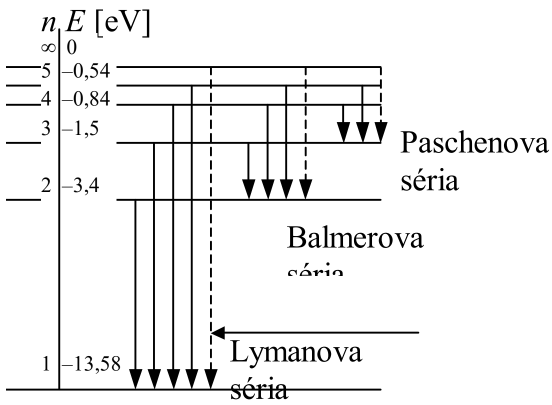
  - $\frac{m}{r}\frac{n^2h^2}{4\pi^2m^2r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \Rightarrow \frac{n^2h^2}{\pi rm} = \frac{e^2}{\varepsilon_0}$, pričom $r_1 = 5{,}3\ .\ 10^{-11}\ m$

  $$r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi e^2 m}n^2 = r_1 n^2$$

- pre ***rýchlosť elektrónu*** platí:
  - $v = \frac{nh}{2\pi mr} = \frac{nh}{2\pi m}\frac{\pi e^2 m}{\varepsilon_0 h^2 n^2} \Rightarrow v = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h}\frac{1}{n} = v_1\frac{1}{n}$, pričom $v_1 = 2{,}2\ .\ 10^6\ m.s^{-1}$
- elektrón má ***potenciálnu energiu***, ktorá sa rovná práci, ktorú vykonáme pri presune elektrónu do nulovej hladiny potenciálnej energie:
  - $E_p = W = Q\varphi$, pričom $Q = -e \wedge \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r}$
  - $E_p = W = -e\varphi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$
- pre ***kinetickú energiu*** elektrónu platí:
  - $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\overbrace{\frac{mv^2}{r}}^{F_d}r = \frac{1}{2}\overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}}^{F_e}r = \frac{1}{8}\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2}\left|E_p\right|$
- ***celková energia*** je daná súčtom potenciálnej a kinetickej energie:

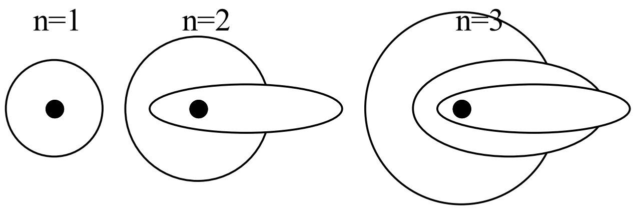
- $$E = E_p + E_k = -\frac{1}{4}\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 r} + \frac{1}{8}\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{1}{8}\frac{e^2}{\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\pi e^2 m}{\varepsilon_0 h^2 n^2}$$ $$E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = E_1 \frac{1}{n^2}$$, pričom $E_1 = -13{,}6\ eV$

- energie sú záporné; je to spôsobené tým, že za nulovú energiu je zvolená energia systému protón-elektrón, keď sú obidva v pokoji a veľmi ďaleko od seba. Stav atómu s najnižšou hodnotou energie nazývame ***základný stav***, stavy s vyššími hodnotami energie nazývame ***excitované stavy***
- pri prechode elektrónu z vyššej hladiny do nižšej sa vyžiari fotón s určitou frekvenciou; pri prechode fotónov cez optický hranol nastáva rozklad, pozorujeme ***spektrálne čiary***



22.5.3 Sommerfeldov model

- je to rovinný model; Sommerfeld predpokladal, že elektróny sa pohybujú po kružnicovej a eliptickej trajektórii



-

22.5.4 Schrödingerov a Diracov model

- zo *Schrödingerovej rovnice* dostaneme funkcie, z ktorých dostaneme:
  - ***vlnovú funkciu*** $\Psi_{nlm}(x, y, z, t)$
    - výraz $|\Psi(x, y, z, t)|^2 dV$ je ***hustota pravdepodobnosti*** výskytu elektrónu v okolí istého bodu
    - nevieme presne určiť polohu častice, ale vieme určiť iba pravdepodobnosť výskytu častice
  - ***hodnoty energie*** $E_1, E_2, E_3, \ldots$
    - vieme určiť hodnoty energie častíc – povolené hodnoty
- všeobecnejší popis udáva *Diracova rovnica*, z ktorej vyjdú funkcie aj so spinovým kvantovým číslom

22.5.5 kvantovomechanický model atómu, kvantové čísla

- ***n – hlavné kvantové číslo***
  - *n ι {1, 2, 3,…}*
  - súvisí s veľkosťou orbitalu
- ***l – vedľajšie kvantové číslo***
  - *l ι {0, 1, 2, 3,…, n-1}*
  - určuje tvar orbitalu
- ***m – magnetické kvantové číslo***
  - *m ι {-(n-1),…1, 2, 3,…n-1}*
  - určuje orientáciu orbilalu v priestore, počet hodnôt udáva počet príslušných orbitalov
- ***s – spinové kvantové číslo***

- $s = \pm\frac{1}{2}$
- charakterizuje magnetický moment elektrónu

- orbitaly sa označujú písmenami *s, p, d, f*
- ***Pauliho princíp:***
  - v určitom stacionárnom stave atómu opísanom kvantovými číslami *n. l. m* môžu sa nachádzať nanajvýš dva elektróny (v atóme nemôžu byť dva elektróny, ktoré by mali všetky štyri kvantové čísla rovnaké)

n	*l*	*orbital*	*označenie dráh*	*dráha elektrónu (Sommerfeld)*	*m*	*počet dráh*	*s*	*počet elektrónov*	
								v orbitali	celkový počet
1	0	s	1s	kružnica	0	1	$\pm\frac{1}{2}$	2	$2.1^2=2$
2	0	s	2s	elipsa	0	1	$\pm\frac{1}{2}$	2	$2.2^2=8$
	1	p	2p	kružnica	-1,0, 1	3	$\pm\frac{1}{2}$	6	
3	0	s	3s	elipsa	0	1	$\pm\frac{1}{2}$	2	$2.2^3=18$
	1	p	3p	elipsa	-1,0,1	3	$\pm\frac{1}{2}$	6	
	2	d	3d	kružnica	-2,-1,0,1,2	5	$\pm\frac{1}{2}$	10	

22.5.6 kvantové stavy ako stojaté elektrónové vlny

- typické vlastnosti kvantových stavovo sú:
  - kým elektrón neprejde z dané kvantového stavu do iného, jeho stav sa nemení. Hovoríme, že elektrón je v stacionárnom stave.
  - každému kvantovému stavu prislúcha presne určená hodnota energie
- keď si elektrón predstavíme ako vlnový dej, tak kvantovým stavom budú zodpovedať vlnové deje, ktoré, spĺňajú dve podmienky:
  - ich charakter sa s časom nemení
  - majú presne určenú frekvenciu
- tieto podmienky spĺňa ***stojatá vlna***; pre vlnovú dĺžku *n*-tej stojatej vlny platí:
  - $\lambda = \frac{2l}{n}$, kde *L* je dĺžka úsečky, na ktorú je viazaný elektrón; *n* je hlavné kvantové číslo
- pre kinetickú energiu voľného elektrónu platí:
  - $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{2m}h^2\frac{n^2}{4L^2} = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$
- kvantovanie energie je spôsobené tým, že na úsečke s dĺžkou *L* môžu existovať iba stojaté vlny s istými vlnovými dĺžkami

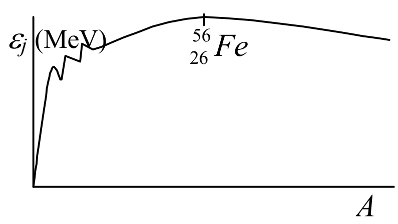
23 Vlastnosti atómového jadra a jadrové reakcie

23.1 časticové zloženie jadier

- atómové jadrá sú zložené sústavy. Skladajú sa z ***nukleónov***, t.j. ***neutrónov*** a ***protónov***
- ***základné pojmy:***
    - ***protónové (atómové) číslo Z:*** udáva počet protónov v jadre ($Z \geq 1$)
    - ***neutrónové číslo N:*** udáva počet neutrónov v jadre ($N \geq 0$)
    - ***nukleónové (hmotnostné) číslo A:*** udáva počet protónov a neutrónov v jadre ($A = Z + N$)
    - ***elektrický náboj jadra q_j:*** závisí od protónového čísla; rozhoduje o stavbe elektrónového obalu, a tým aj o chemických vlastnostiach atómu
        - $q_j = +Ze,\ e = 1{,}602.10^{-19}\,C$
    - ***chemický prvok $_ZX$:*** látka, ktorej atómy majú rovnaký počet *Z* protónov v jadrách
    - ***nuklid*** $_Z^AX$ ***:*** látka, ktorej atómy majú jadrá s rovnakým zložením
    - ***izotopy prvku X:*** rôzne nuklidy daného prvku
- pre ***skutočnú pokojovú hmotnosť m(X)*** častice X platí:
    - $m(X) = A_r(X)m_u$, kde A_r je ***relatívna atómová hmotnosť*** prvku a m_u je ***atómová hmotnostná konštanta*** ($m_u = 1{,}660\ .\ 10^{-27}\ kg$)
- pre hmotnosť jadra platí: hmotnosť jadra je vždy menšia ako súčet hmotností *Z* protónov a *N* neutrónov
    - $m_j \langle m_j' = Z.m_p + N.m_n$

23.2 hmotnostný úbytok a väzbová energia jadra

- nukleóny v jadre sú viazané oveľa silnejšie ako elektróny v atómovom obale
- ***väzbovú energiu E_j*** jadra $_Z^AX$ definujeme ako energiu, ktorú by sme museli dodať, aby sa jadro rozdelilo na *Z* protónov a *N* neutrónov
- podľa Einsteinovho vzťahu $\Delta E = \Delta m.c^2$ každej zmene ΔE vnútornej energie zodpovedá zmena Δm pokojovej hmotnosti sústavy. pri atómových jadrách je táto zmena daná vzťahom:
    - $\Delta m = B_j = Z.m_p + N.m_n - m_j$
      $\Delta m = B_j = (Z.A_{rp} + N.A_{rn} - A_{rj}).m_u$, kde B_j ***hmotnostný úbytok***
- ***väzbovú energiu E_j*** jadra vypočítame podľa vzťahu:
    - $E_j = \Delta m.c^2 = B_j.c^2$
- na jednu hmotnostnú jednotku pripadá energia:
    - $E_0 = m_u.c^2 = 931{,}5 MeV$
- čím väčší je B_j (a teda aj E_j), tým je v porovnaní so $Z.m_p + N.m_n$ jadro ľahšie, a tým silnejšie sú nukleóny v jadre viazané. Energiu E_j musíme jadru dodať, ak ho chceme rozložiť na jednotlivé nukleóny. Rovnako veľká energia E_j sa uvoľní pri syntéze jadra z jednotlivých nukleónov.
- ***priemerná väzbová energia ε_j*** pripadajúcu na jeden nukleón vypočítame podľa vzťahu:
    - $\varepsilon_j = \dfrac{E_j}{A}$
    - čím je hodnota ε_j väčšia, tým ťažšie je rozdeliť dané jadro na jednotlivé nukleóny, alebo z neho niektoré nukleóny oddeliť



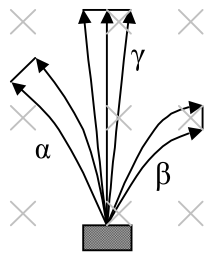
- nukleóny v jadre viažu ***jadrové sily:***
    - sú príťažlivé
    - pôsobia bez rozdielu medzi protónmi a neutrónmi

- pôsobia len na malý počet okolitých nukleónov
- majú krátky dosah (rádovo 10^{-15}m; do týchto vzdialeností prekonávajú elektrostatické sily) dosah jadrových síl približne určuje vzťah:
  - $R = R_0 . A^{\frac{1}{3}}$, kde $R_0 = 1{,}3 \,.\, 10^{-15}\ m$ a A je nukleónové číslo (tento vzťah vychádza z predpokladu, že atóm má tvar gule a celý priestor vnútri gule je úplne vyplnený nukleónmi)

23.3 jadrové reakcie

- pri mnohých jadrových procesoch sa mení časticové zloženie jadier
- rozlišujeme dva typy jadrových reakcií:
- ***syntéza (fúzia)*** ľahkých jadier na ťažšie ($A < 56$, zvyčajne *A « 56″*)
  - $^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n + E_r = 17{,}6 MeV$
    - táto reakcia prebieha pomaly na Slnku
  - $^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n + E_r = 3{,}25 MeV$
    $^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{1}_{1}H + E_r = 4{,}03 MeV$
    - tieto reakcie prebiehajú ľahko, no je nedostatok trícia
  - $^{1}_{1}p + ^{11}_{5}B \rightarrow 3\,^{4}_{2}He + E_r = 8{,}7 MeV$
    $^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + 2\,^{1}_{1}H + E_r = 12{,}8 MeV$
    - ekologicky čisté reakcie
- ***štiepenie*** ťažkých jadier na ľahké ($A > 56$, zvyčajne $A > 200$)
  - $^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{144}_{56}Ba^* + ^{89}_{36}Kr^* + 3\left(^{1}_{0}n\right)$
    $^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{91}_{38}Sr^* + ^{140}_{54}Xe^* + 5\left(^{1}_{0}n\right)$
    - tieto reakcie majú dve spoločné vlastnosti:
      - v každej reakcii sa uvoľňuje asi 200 MeV energie, z toho asi 80 % ako kinetická energia jadier a neutrónov v koncovom stave
      - vo väčšine reakcií vznikajú opäť neutróny, ktoré vyvolávajú ďalšie štiepenie – vzniká reťazová reakcia. Určitému usporiadaniu vzorky zodpovedá istý ***stredný počet účinných neutrónov k*** (priemerný počet neutrónov uvoľnených z jadra pri štiepení, ktoré vyvolajú ďalšie štiepenie). Pri $k > 1$ sa reťazová reakcia ***lavínovite zväčšuje***, pri $k < 1$ ***vyhasína***, pri $k = 1$ je ***stacionárna***.
- pre všetky jadrové procesy, vrátane reakcií, pri ktorých sa mení časticové zloženie jadier, platia zákony zachovania hybnosti, relativistickej hmotnosti a energie, počtu nukleónov a elektrického náboja

23.4 prirodzená a umelá rádioaktivita, jadrové žiarenie



- rozlišujeme tri zložky ***jadrového žiarenia – α, β, γ*** (sú rozdelené podľa zvyšujúcej sa prenikavosti)
- tri zložky jadrového žiarenia sa v magnetickom poli správajú rozlične. Žiarenie γ sa neodchyľuje, žiarenia α, β sa odchyľujú na opačné strany.
- jadrové žiarenie vzniká pri samovoľných premenách niektorých atómových jadier. Nuklidy, ktorých jadrá vysielajú jadrové žiarenie, nazývame ***rádioaktívne***.
- existuje asi 2 000 nuklidov, z toho v prírode sa vyskytuje asi 264 stabilných a 50 nestabilných nuklidov
- ***α – rozpad:***
  - uvoľňuje sa α-častica; má malú prenikavosť
  - $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{A-4}_{Z-2}Y$

- ***β – rozpad:***
  - ***β⁺:***
    - protón sa premieňa na neutrón, uvoľňuje sa pozitrón ${}_{+1}^{0}e$ a neutríno ν
    - ${}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e + \nu$
      ${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e + \nu$
  - ***β⁻:***
    - neutrón sa premieňa na protón, uvoľňuje sa elektrón ${}_{-1}^{0}e$ a antineutríno $\widetilde{\nu}$
    - ${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + \widetilde{\nu}$
      ${}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + \widetilde{\nu}$
- ***γ:***
  - má najväčšiu prenikavosť
  - ${}_{-1}^{0}e + {}_{+1}^{0}e \rightarrow \gamma + \gamma$ (označuje sa ako ***anihilácia***)

23.4.1 časový priebeh rádioaktívnej premeny

- počet rozpadnutých častíc v čase závisí od počtu častíc na začiatku a od uplynutého času (úbytok častíc vyjadruje znamienko mínus):
  - $-dN = \lambda.N.dt$, kde λ je ***rozpadová konštanta***; jednotkou rozpadovej konštanty je ***Bequerel*** ($[\lambda] = s^{-1} = Bq$)
- pre ***počet aktívnych častíc N*** po uplynutí času *t* platí:
  - $\dfrac{dN}{N} = -\lambda.dt \Rightarrow \int_{N_0}^{N} \dfrac{dN}{N} = -\lambda \int_{0}^{t} dt \Rightarrow \ln \dfrac{N}{N_0} = -\lambda t \Rightarrow \dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$, kde N_0 je počet aktívnych častíc na začiatku
- ***polčas rozpadu T:***
  - čas, za ktorý sa rozpadne polovica aktívnych častíc
  - $\dfrac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = e^{-\lambda T} \Rightarrow \ln 1 - \ln 2 = -\lambda T \ln e \Rightarrow \ln 2 = \lambda T \Rightarrow T = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$
- ***aktivita A:***
  - určuje počet premien vo vzorke určitého rádionuklidu za 1 s
  - $A = -\dfrac{dN}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\left(N_0 e^{-\lambda t}\right) = -N_0 e^{-\lambda t}(-\lambda) = N_0 \lambda e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

23.5 elementárne častice

- všetky interakcie medzi časticami možno rozdeliť do štyroch skupín:
  - ***silná interakcia:*** pôsobí napr. medzi nukleónmi v jadre
  - ***elektromagnetická interakcia:*** medzi všetkými elektricky nabitými časticami
  - ***slabá interakcia:*** uplatňuje sa napr. pri rádioaktívnej premene ${}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + \widetilde{\nu}$
  - ***gravitačná interakcia***
- najmenšie častice, z ktorých sa skladajú protóny, neutróny, mezóny π a pod., nazývame ***kvarky***
- pre častice látky platí.

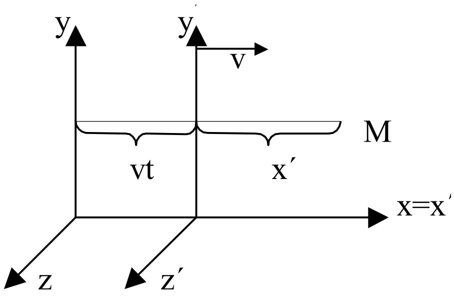
Sústava	Stavebné kamene	Pôvod väzby	Typická väzbová energia
pevné látky, kvapaliny	atómy	chemické sily	1 eV
atóm	elektróny, jadro	elektrické sily	10 eV
atómové jadro	nukleóny	jadrové sily	1 MeV = 10^6 eV
protóny, neutróny	kvarky	medzikvarkové sily	1 GeV = 10^9 eV

24 Špeciálna teória relativity

24.1 priestor a čas v klasickej mechanike

- v klasickej mechanike predpokladáme, že čas je absolútny, to znamená, že plynie rovnako rýchlo vo všetkých vzťažných sústavách (absolútnosť súčasnosti – keď sú dve udalosti, ktoré sa stali na rôznych miestach, súčasné v jednej sústave, budú súčasné aj vo všetkých ostatných vzťažných sústavách)
- absolútne sú aj vzdialenosti
- v klasickej mechanike platí Galileiho transformácia (transformácie sú vzťahy, pomocou ktorých môžeme prejsť z jednej súradnicovej sústavy do druhej)

24.1.1 Galileiho transformácia

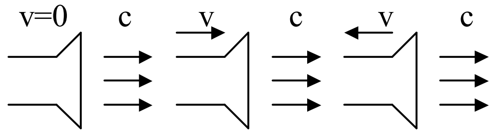


- máme dve súradnicové sústavy (nečiarkovanú a čiarkovanú, ktorá sa pohybuje rýchlosťou v)
- pre súradnice bodu M platí:
    - $x=x'+vt', y=y', z=z', t=t'$
    - $x'=x-vt, y'=y, z'=z, t'=t$
- ***skladanie rýchlostí:***
- pre rovnomerný pohyb platí:
    - pre rýchlosti u a u', ktoré pozorujú pozorovatelia, platí:
        - $u' = \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'} = \dfrac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'}$
        - $u = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$
    - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje rýchlosť telesa u:
        - $u = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{x_2' + vt_2' - (x_1' + vt_1')}{t_2' - t_1'} = \dfrac{\Delta x'}{\Delta t'} + v\dfrac{\Delta t'}{\Delta t'} = u' + v$
- pre zrýchlený pohyb platí:
    - pre zrýchlenie a a a', ktoré pozorujú pozorovatelia platí:
        - $a' = \dfrac{\Delta u'}{\Delta t'} = \dfrac{u_2' - u_1'}{t_2' - t_1'}$
        - $a = \dfrac{\Delta u}{\Delta t} = \dfrac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}$
    - pozorovateľ v nečiarkovanej sústave pozoruje zrýchlenie telesa:
        - $a = \dfrac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{u_2' + v - (u_1' + v)}{t_2 - t_1} = \dfrac{u_2' - u_1'}{t_2' - t_1'} = a'$

24.2 špeciálna teória relativity

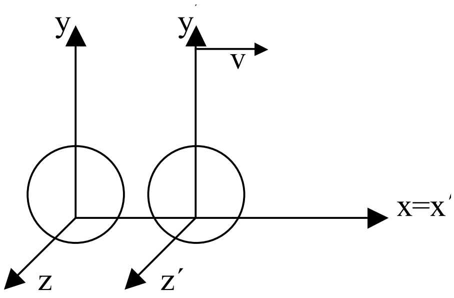
- sformuloval ju Albert Einstein začiatkom 20. storočia
- platí iba v inerciálnych sústavách
- ŠTR je založená na dvoch postulátoch
- ***1. postulát:***
    - neexistuje pokus (mechanický, optický, elektromagnetický alebo akýkoľvek iný), ktorým by sa dal stanoviť absolútny pohyb ktorejkoľvek inerciálnej vzťažnej sústavy. (Neexistuje éter – súradnicová sústava v absolútnom pokoji) Všetky inerciálne sústavy sú pri opisoch fyzikálnych dejov rovnocenné.

- *2. postulát:*



  - vo všetkých inerciálnych sústavách má rýchlosť svetla c vo vákuu rovnakú veľkosť, a to vo všetkých smeroch nezávisle od pohybu pozorovateľa a zdroja svetla
- pri veľkých rýchlostiach (asi 0,3 c) neplatí Galileiho transformácia, ale platí Lorentzova transformácia

24.2.1 Lorentzova transformácia



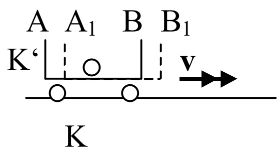
- v oboch sústavách je svetelný zdroj, a tak sa šíri guľová vlnoplocha
  - $x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$
  - $x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$
- po dosadení Galileiho transformácie sa rovnice nezhodujú, takže Galileiho transformácia sa musí korigovať určitým členom α
  - $x = \alpha(x' + vt')$, $x' = \alpha(x - vt)$
- zároveň platí:
  - $x = ct$, $x' = ct'$
- pre člen α platí:
  - $c.t = \alpha t'(c+v) \wedge ct' = \alpha t(c-v) \Rightarrow c^2 tt' = \alpha^2 tt'(c^2 - v^2)$
  - $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ alebo sa zapisuje $\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, kde $\beta = \dfrac{v}{c}$
- pre súradnice bodu v sústavách podľa Lorentzovej transformácie platí:
  - $x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y = y'$, $z = z'$
  - $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y' = y$, $z' = z$
- pre čas t platí:
  - $t = \dfrac{x}{c} = \dfrac{\dfrac{x' + vt'}{c}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{t' + \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

24.2.2 relatívnosť súčasnosti

- dva deje v sústave sú súčasné, ak zo svetelného zdroja, ktorý je umiestnený v strede medzi nimi, príde svetelný signál súčasne (v rovnaký čas)
- máme dva deje, pre ktoré platí:
  - $x_1' = \dfrac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y_1' = y_1$, $z_1' = z_1$, $t_1' = \dfrac{t_1 - \dfrac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

- $x_2' = \dfrac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, $y_2' = y_2$, $z_2' = z_2$, $t_2' = \dfrac{t_2 - \dfrac{vx_2}{c}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

- pozorovateľ v čiarkovanej sústave pozoruje interval medzi dejmi:
  - $$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - \dfrac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \dfrac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{(t_2 - t_1) - \dfrac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$
  - interval závisí od časového intervalu Δt a miesta udalosti Δx v nečiarkovanej sústave
- aby udalosti boli súčasné v nečiarkovanej sústave, musí platiť:
  - $$t_2 = t_1 \Rightarrow \Delta t' = -\frac{\dfrac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c}}}$$
  - pre pozorovateľa v nečiarkovanej sústave sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa v čiarkovanej sústave udalosti nie sú súčasné (boli by súčasné, ak by boli súmiestne)
- súčasnosť je relatívna, ak sú udalosti súčasne v jednej sústave, nemusia byť súčasné v iných súradnicových sústavách
- napríklad:
  - v strede vagóna, ktorý sa pohybuje, je zdroj svetla, na stenách koncoch vagóna sú zrkadlá
  - pre pozorovateľa vo vagóne (v čiarkovanej sústave) sú udalosti súčasné, no pre pozorovateľa mimo vagóna (v nečiarkovanej sústave(udalosti nie sú súčasné (najprv nastane udalosť A_1 potom B_1)



24.2.3 dilatácia času

- predpokladáme, že udalosť je súmiestna ($x' = x_1' = x_2'$)
- podľa Lorentzových transformácií platí:
  - $$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - \dfrac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - \frac{t_1' - \dfrac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{(t_2' - t_1') - \dfrac{v}{c^2}\overbrace{(x_2' - x_1')}^{=0}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$
  - $\Delta t'$ je vlastný čas deja, tento čas je najkratší (pozorovateľ v inej sústave pozoruje dlhší čas deja)

24.2.4 kontrakcia dĺžok

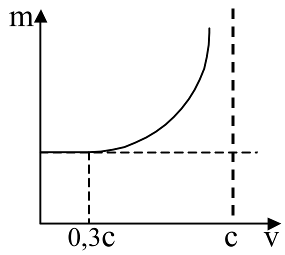
- predpokladáme, že dĺžku telesa meriame v rovnakom čase ($t' = t_1' = t_2'$)
- pre dĺžku telesa platí:
  - $$l_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} - \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} = \frac{x_2 - x_1 - v\overbrace{(t_2 - t_1)}^{=0}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{v^2}}} \Rightarrow l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{v^2}}$$
  - l_0 je vlastná dĺžka telesa, táto dĺžka je najväčšia zo všetkých dĺžok (pozorovateľ v inej sústave pozoruje vždy menšiu dĺžku telesa)

24.2.5 skladanie rýchlosti

- podľa Lorentzových transformácií platí:
    - $$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\dfrac{x_2' + vt_2'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \dfrac{x_1' + vt_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}}{\dfrac{t_2' + \frac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \dfrac{t_1' + \frac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}} = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\Delta t' + \frac{v}{c^2}} \cdot \frac{\frac{1}{\Delta t'}}{\frac{1}{\Delta t'}} = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}$$
- pre skladanie rýchlostí platí:
    - $$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}$$

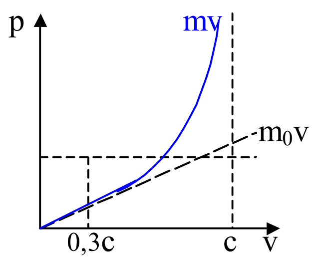
24.2.6 relativistická dynamika

- pre rýchlosti väčšie ako 0,3 c neplatia zákony klasickej fyziky
- ***relativistická hmotnosť:***

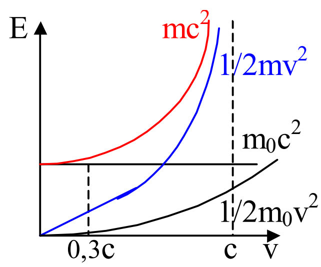


    - hmotnosť telesa závisí od veľkosti rýchlosti, ktorou sa pohybuje podľa vzťahu:
        - $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, kde m_o je pokojová hmotnosť telesa

          (hmotnosť telesa vzhľadom na vzťažnú sústavu, v ktorej je teleso v pokoji – je to najmenšia hmotnosť)
    - pozorovateľ spojený so sústavou, ktorá je v pohybe, nezistí zmenu hmotnosti telesa
- ***relativistická hybnosť:***



    - pre hybnosť pri veľkých rýchlostiach platí:
        - $\vec{p} = m\vec{v} = \dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- ***súvislosť energie a hmotnosti:***
    - pre hmotnosť platí:
        - $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m_0\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx m_0\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right) = m_0 + \frac{m_0v^2}{2c^2} = m_0 + \frac{\Delta E_K}{c^2} / .c^2 \Rightarrow$$
        - $E = E_0 + \Delta E_K$
            - $E=mc^2$ je celková energia telesa
            - $E_0=m_0c^2$ je pokojová energia telesa
            - ΔE_K je kinetická energia telesa



    - pre kinetickú energiu telesa platí:
        - $$\Delta E_K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)$$
        - pre $v \ll c$ platí:

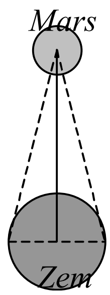
- $$\Delta E_K = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = m_0 c^2 \,\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

5 Základné poznatky astrofyziky

5.1 vzdialenosti vo vesmíre

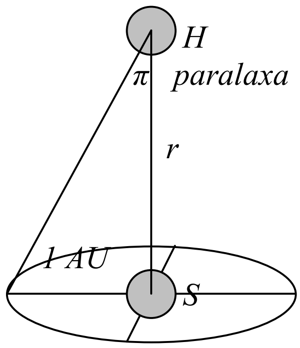
5.1.1 vzdialenosti v slnečnej sústave

- pod pojmom slnečná sústava rozumieme Slnko a všetky telesá, ktoré sa pohybujú v jeho gravitačnom poli. Je to predovšetkým deväť planét. planétky, kométy, meteory a meteorické roje a napokon drobné plynné a prachové častice medziplanetárnej látky.
- na meranie vzdialenosti v slnečnej sústave sa používa ***astronomická jednotka AU***, ktorá sa rovná strednej vzdialenosti Zeme od Slnka:
    - *1 AU = 1,496 . 10^{11} m = 150 . 10^{6} km*
- prvú vzdialenosť v slnečnej sústava odmeral *Cassini* (v roku 1672 odmeral vzdialenosť Zeme od Marsu); *Cassini* na odmeranie použil ***trigonometrickú metódu***:
    - podstata trigonometrickej metódy merania vzdialenosti planéty je v tom , že sa odmerajú presné súradnice planéty (t.j. poloha stredu planéty vzhľadom na okolité hviezdy) na dvoch od seba dosť vzdialených miestach Zeme v rovnakom okamihu. Z takto odmeraných rozdielov možno určiť uhol, pod ktorým by pozorovateľ na Marse videl vzdialenosť oboch miest na Zemi. Zo známeho uhla a známej vzdialenosti oboch miest na Zemi možno určiť okamžitú vzdialenosť planéty od Zeme. Týmto trigonometrickým spôsobom možno určiť iba vzdialenosti pomerne blízkych telies (Mesiac, planéty).



5.1.2 vzdialenosti hviezd

- na meranie vzdialenosti hviezd sa používa tiež ***trigonometrická metóda***. Hviezdy sú od nás však tak ďaleko, že vzdialenosť dvoch miest na Zemi nemožno brať za základňu meraní – uhol, pod ktorým by z hviezdy bolo vidieť túto základňu, bol by nemerateľne malý. Preto sa ako základňa používa priemer trajektórie Zeme od Slnka. Pri meraní sa určuje poloha blízkej (jasnejšej) hviezdy vzhľadom na okolité veľmi slabé (vzdialené) hviezdy. Meranie sa opakuje po polroku.
- pri meraniach sa určuje uhol, pod ktorým by sme z hviezdy videli polomer trajektórie Zeme, umiestnený kolmo na smer lúčov. tento uhol sa nazýva ***ročná paralaxa*** a označuje sa π
- vzdialenosti hviezd vyjadrujeme pomocou jednotky nazvanej ***parsek (pc)***. Je to vzdialenosť, z ktorej by sme videli úsečku s dĺžkou 1 AU, umiestnenú kolmo na smer lúčov, pod uhlom jednej oblúkovej sekundy



- keďže uhol π je veľmi malý, pre uhol π v radiánoch platí:
    - $\pi = tg\pi = \dfrac{1AU}{1pc}$, odkiaľ
    - $1pc = \dfrac{1AU}{tg1''} = \dfrac{4{,}496.10^{11}m}{4{,}848.10^{-6}} = 3{,}086.10^{16}m$, pre to platí:
    - *1 pc = 3,09 . 10^{13} km = 2,06 . 10^{5} AU*
- používa sa aj dĺžková jednotka nazvaná ***svetelný rok***. Je to vzdialenosť, ktorú prejde svetlo vo vákuu za 1 rok, preto platí:
    - *1 svetelný rok = 9,46 . 10^{12} km*
- pre parsek platí:
    - *1 pc = 3,26 svetelného roka*
- trigonometrickou metódou môžeme určovať vzdialenosti hviezd s paralaxami do 0,02", teda tie, ktoré sú k nám bližšie ako 50 pc
- najbližšou hviezdou je *Proxima Centauri* (1,3 pc = 4,2 svetelné roka)

5.2 hmotnosti hviezd

- hmotnosti kozmického telesa môžeme určiť, ak pozorujeme pohyb iného telesa v jeho gravitačnom poli
- pri pohybe telesa v gravitačnom poli platí rovnosť gravitačnej a odstredivej sily, teda platí:
    - $F_d = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \kappa \frac{Mm}{r^2}$, kde M je neznáma hmotnosť kozmického telesa; r je vzdialenosť stredov oboch telies; κ je gravitačná konštanta
- keď obežná doba telesa je T, pre obežnú rýchlosť platí:
    - $v = \frac{2\pi r}{T}$
- keď dosadíme obežnú rýchlosť do rovnosti odstredivej a gravitačnej sily, dostaneme vzťah pre hmotnosť neznámeho kozmického telesa:
    - $F_d = F_g \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \kappa \frac{Mm}{r^2} \Rightarrow \frac{m}{r}\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \kappa \frac{Mm}{r^2}$
      $M = \frac{4\pi^2}{\kappa}\frac{r^3}{T^2}$
- planéty vzdialených hviezd nemôžeme pozorovať, pre túto metódu určovania hmotnosti hviezd nemôžeme použiť. Veľký počet hviezd sa vyskytuje ako združené v dvojhviezdach. Obidve zložky dvojhviezdy obiehajú okolo hmotného stredu (ťažiska) dvojhviezdy. Keď vzdialenosť medzi obidvoma hviezdami je r a ich hmotnosti sú M, m, potom platí:
    - $M + m = \frac{4\pi^2}{\kappa}\frac{r^3}{T^2}$
- keď sa obe zložky dvojhviezdy pri vzájomnom obehu periodicky zakrývajú (vzhľadom na pozorovateľa na Zemi), prezradí sa hviezda periodickým kolísaním jasnosti. Hovoríme o ***zákrytových dvojhviezdach***-

5.3 Keplerove zákony

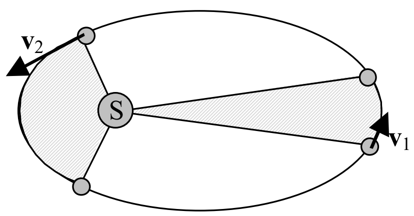
- popisujú pohyb planét
- Keplerove zákony všeobecne platia pre pohyb všetkých telies v radiálnom gravitačnom poli ústredného telesa s hmotnosťou mnohonásobne väčšou, ako je hmotnosť obiehajúceho telesa

5.3.1 prvý Keplerov zákon

- *1. Keplerov zákon:* Všetky planéty obiehajú okolo Slnka po eliptických dráhach, pričom Slnko sa nachádza v ich spoločnom ohnisku

5.3.2 druhý Keplerov zákon

- *2 Keplerov zákon:* Plochy opísané sprievodičom planéty za jednotku času sú konštantné
- sprievodič planéty je úsečka, ktorá spája stred planéty a Slnka; pri pohybe planéty po elipse sa dĺžka sprievodiča mení, najkratšia je v perihéliu (najväčšia rýchlosť planéty) a najdlhšia je v aféliu (najmenšia rýchlosť planéty)



5.3.3 tretí Keplerov zákon

- *3. Keplerov zákon:* Pomer druhých mocnín obežných dôb sa rovná pomeru tretích mocnín hlavných poloosí ich trajektórii
    - $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

- zo vzťahu pre hmotnosť dvojhviezdy môžeme získať zovšeobecnený tvar tretieho Keplerovho zákona:
    - $M + m = \frac{4\pi^2}{\kappa}\frac{r^3}{T^2} \Rightarrow \frac{(M+m)T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\kappa}$
- na pravej strane výrazu sú len konštanty, takže tento vzťah platí pre ľubovoľné dve telesá s hmotnosťami *M, m* obiehajúce okolo seba vo vzdialenosti *r* s obežnou dobou *T*. Keď je jedna dvojica charakterizovaná veličinami s indexom *1* a druhá s indexom *2*, platí:
    - $\frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}\frac{(M_1+m_1)}{(M_2+m_2)}$

5.4 žiarivý výkon

- jednou zo základných charakteristík hviezd je ***žiarivý výkon L***
- je to celkový výkon žiarenia, vysielaný celým povrchom hviezdy do celého priestoru
- žiarivý výkon hviezdy je daný jej povrchovou teplotou a obsahom jej povrchu. Hviezda žiari približne ako čierne teleso, potom pri efektívnej teplote jej povrchu T_{ef} sa intenzita vyžarovania hviezdy rovná σT_{ef}^4, kde $\sigma = 5{,}67 \,.\, 10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$ je Stefanova-Boltzmanova konštanta. Plošný obsah povrchu hviezdy je $4\pi R^2$; teda platí:
    - $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$, $[L] = W$
- pre ***žiarivý tok*** $\boldsymbol{\Phi_e}$, dopadajúci kolmo na plochu s obsahom *S* vo vzdialenosti *r* od hviezdy, platí:
    - $\Phi_e = L\frac{S}{4\pi r^2}$, $[\Phi_e] = W$
- v astronómii sa používa pojem ***hviezdna magnitúda***. Vyjadruje pozorovanú jasnosť hviezdy. Historicky vzniklo rozdelenie hviezd podľa ich jasnosti do šiestich magnitúd. najjasnejšie boli hviezdy prvej magnitúdy, najslabšie (okom viditeľné) hviezdy boli šiestej magnitúdy.
- tieto zdanlivé hviezdne magnitúdy nepodávajú informáciu o skutočných žiarivých výkonoch hviezd, a preto bola definovaná ***absolútna hviezdna magnitúda M*** ako magnitúda prepočítaná na vzdialenosť 10 pc

5.5 spektrá hviezd

- informácie o hviezdach a vesmíre získavame predovšetkým štúdiom elektromagnetického žiarenia, ktoré dopadá na povrch Zeme
- ***spektrá hviezd*** sú jedným z hlavných zdrojom informácií o hviezdach. Spektrum hviezd a iných kozmických objektov sa zvyčajne skladá zo spojitého spektra a na jeho pozadí sú absorpčné (tmavé) a emisné(jasné) čiary.
    - zo spojitého spektra možno odhadnúť ***efektívnu povrchovú teplotu***
    - z absorpčných a emisných spektier získavame ***informácie o chemickom zložení*** hviezd (Žiarenie, ktoré k nám prichádza, vniká vo fotosfére, ktorá tvorí viditeľný povrch hviezdy a je najnižšou vrstvou hviezdnej atmosféry. Vo fotosfére vzniká žiarenie so spojitým spektrom. Vo vonkajších vrstvách fotosféry a v atmosfére nad ňou sa pohlcuje žiarenie s vlnovými dĺžkami zodpovedajúcimi prechodom medzi stacionárnymi stavmi atómov prvkov, z ktorých sa atmosféra skladá.)
    - zo spektrálnych čiar získavame informáciu o tom, akou ***rýchlosťou*** sa hviezda od nás vzďaľuje, alebo sa k nám približuje (pomocou Dopplerovho javu):
        - keď sa hviezda od pozorovateľa vzďaľuje rýchlosťou *v*, vlnové dĺžky spektrálnych čiar sa zväčšujú (posúvajú sa k červenému koncu spektra. Pre vlnovú dĺžku vysielaného žiarenia platí:
            - $\lambda' = cT + vT = (c+v)T = \left(1+\frac{v}{c}\right)cT = \left(1+\frac{v}{c}\right)\lambda$

- keď sa hviezda k pozorovateľovi približuje rýchlosťou u, spektrálne čiary sa posúvajú k fialovému koncu spektra; platí:
  - $\lambda' = cT - uT = (c-u)T = \left(1-\frac{u}{c}\right)cT = \left(1-\frac{u}{c}\right)\lambda$

5.6 základné údaje o hviezdach

- charakteristika Slnka:
  - ***hmotnosť:*** $M_M = 1{,}99 \,.\, 10^{30}\ kg$
  - ***polomer:*** $R_M = 6{,}96 \,.\, 10^{8}\ m$
  - ***povrchová teplota:*** $T_M = 5\ 770\ K$
  - ***žiarivý výkon:*** $L_M = 3{,}83 \,.\, 10^{26}\ W$
- hmotnosti ostatných hviezd sa od hmotnosti Slnka veľmi neodlišujú. Najmenšie pozorované hmotnosti hviezd sú rádovo 0,01 M_M, najhmotnejšie hviezdy dosahujú hmotnosť 100 M_M.
- polomery hviezd sú v intervale od jednej stotiny R_M (tzv. ***bieli trpaslíci***) až po takmer 1 000 R_M (***červení nadobri***)
- žiarivé výkony hviezd sú vo veľkom rozpätí, od $10^{-4}\ L_M$ do $10^{5}\ L_M$. Spektrum žiarenia vysielaného hviezdou závisí od veľkej miery od jej povrchovej teploty. Rozlišujeme spektrálne triedy, ktoré podľa klesajúcej teploty označujeme písmenami O, B (viac ako 20 000 K), A, F, G, K (4 000 K), M (2 000 K). Slnko patrí do triedy G.
- ***chemické zloženie hviezd*** nezávisí od ich veľkosti. hlavnými zložkami sú vodík – 70 %, hélium – 25 % zvyšok pripadá na ostatné prvky

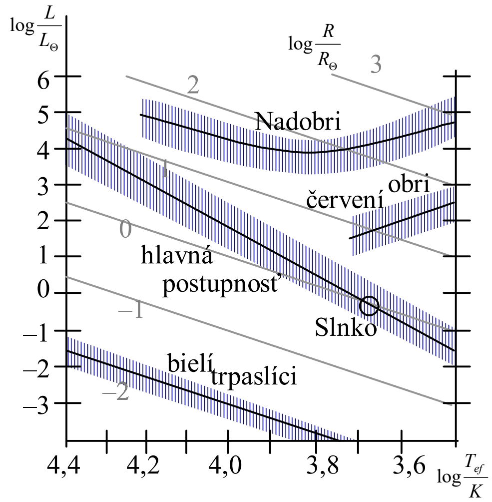
5.6.1 zdroj energie vo hviezdach

- hviezdy sú v podstate veľké plynné gule, ktoré tvorí čiastočne alebo celkom ionizovaný plyn – ***plazma***. Stavové veličiny závisia od vzdialenosti r od stredu.
- v Slnku a vo hviezdach rovnakých alebo menších ako Slnko je v centrálnej oblasti teplota menšia ako 2 . 10^7 K. Za týchto podmienok môžu prebiehať ***termonukleárne reakcie***, pričom prevláda ***protón-protónový reťazec***
  - začína sa zrážkou dvoch protónov, pri ktorej vzniká deuterón, pozitrón a neutríno. deuterón reaguje a ďalším protónom, vzniká jadro ${}^3_2He$ a vyžiari vysokoenergický fotón γ. Jadro ${}^3_2He$ reaguje s ďalším jadrom ${}^3_2He$, pričom vznikne jadro ${}^4_2He$ a dva protóny:
    - ${}^1_1p + {}^1_1p \rightarrow {}^2_1D + e^+ + \nu$
    - ${}^2_1D + {}^1_1p \rightarrow {}^3_2He + \gamma$
    - ${}^3_2He + {}^3_2He \rightarrow {}^4_2He + {}^1_1p + {}^1_1p$
  - do týchto reakcií vstupuje 6 protónov, vystupuje jadro ${}^4_2He$ a dva protóny. Jadro ${}^4_2He$ je veľmi silne viazané a jeho hmotnosť je o Δm menšia ako súčet hmotnosti štyroch protónov. Celková energia uvoľnená pri vzniku jadra ${}^4_2He$ zo štyroch protónov je:
    - $\Delta E = \Delta m.c^2 = 26{,}2 MeV$

5.6.2 stavové diagramy hviezd

- na tomto diagrame je každá hviezda znázornená bodom so súradnicami $\log\frac{T_{ef}}{K}$ na vodorovnej osi a $\log\frac{L}{L_0}$ na zvislej osi (T_{ef} je efektívna povrchová teplota hviezdy v kelvinoch, L je žiarivý výkon hviezdy, L_0 žiarivý výkon Slnka). slnku zodpovedá bod so súradnicami

$\log\frac{T_{ef}}{K} = \log 5780 = 3{,}76$; $\log\frac{L}{L_0} = \log 1 = 0$. Na diagrame sú vyznačené aj priamky, ktoré klesajú smerom doprava. Každá priamka zodpovedá istej hodnote $\log\frac{R}{R_0}$, kde R je polomer hviezdy, R_0 polomer Slnka. Vyplýva to zo žiarivého výkonu:



- $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$; keď tento vzťah predelíme výrazom pre žiarivý výkon Slnka, dostaneme:
- $\frac{L}{L_0} = \frac{R^2}{R_0^2}\frac{T_{ef}^4}{T_0^4}$; odtiaľ logaritmovaním a úpravou dostaneme:
  - $\log\frac{L}{L_0} = 4\log\frac{T_{ef}}{K} + 2\log\frac{R}{R_0} - 4\log\frac{T_0}{K}$
  - z tejto závislosti dostaneme sústavu priamok; pričom každej hviezde zodpovedá jeden bod na stavovom diagrame

- väčšina hviezd sa nachádza na hlavnej postupnosti: Nad ňou sú vetvy obrov a nadobrov (polomery 10 až 100-krát väčšie ako Slnko); pod ňou je vetva bielych trpaslíkov (100-krát menšie polomery ako Slnko)

5.7 vývoj hviezd

- hviezdy vznikajú z medzihviezdneho plynu obsahujúceho prevažne vodík. Veľké mračno plynu sa postupne zmršťuje vplyvom gravitačných síl. Hmotnosť plynu, pri ktorej sa takéto zmršťovanie začína, je oveľa väčšia ako hmotnosť typickej hviezdy. Plyn sa zohrieva a vznikajú miestne nestability. Zohrievanie plynu ja spôsobené zväčšovaním kinetickej energie jednotlivých molekúl. Vznikajú miestne zhustenia, z ktorých vznikajú hviezdy. z celého mračna plynu vzniká ***hviezdokopa***.
- po dostatočnom zmenšení objemu a zohriatí začína vnútri hviezdy prebiehať termojadrová syntéza protón-protónovým reťazcom. hviezda začína žiariť. Tomuto štádiu zodpovedá vstup na hlavnú postupnosť. Miesto na hlavnej postupnosti závisí od jej hmotnosti. Obdobie, v ktorom je hviezda na hlavnej postupnosti, je pomerne stabilné.
- čím má hviezda väčšiu hmotnosť, tým rýchlejšie spotrebuje zásobu vodíka(Slnko spotrebuje 10 % svojej zásoby vodíka asi za 10^{10}rokov). Po spotrebovaní 10 % až 12 % vodíka v centrálnej oblasti vznikne héliové jadro a hviezda zväčšuje svoj objem. Povrchové vrstvy chladnú a mení sa farba hviezdy – hviezda sa stáva ***červeným obrom*** a opúšťa hlavnú postupnosť, pričom vznikajú jadrá ťažších prvkov. Štádium červeného obra je oveľa menej stabilné.

5.8 záverečné štádia života hviezd

- keď sa hviezda dostane do štádia červeného obra, začne sa zmršťovať a jej ďalší osud závisí od jej hmotnosti
- ***hviezdy s hmotnosťami menšími ako 1,4 M_M***
  - zmršťovanie hviezdy sa zastaví tlakom elektrónového plynu, no to nastane až pri veľmi malom objeme hviezdy (hviezda s hmotnosťou Slnka má v tomto štádiu polomer rádovo rovnajúci sa polomeru Zeme)
  - tieto hviezdy sa stávajú ***bielymi trpaslíkmi***; ich hustoty sú obrovské; energia, ktorú získali pri zmršťovaní, im stačí na to, aby si hviezda ešte dlho udržala vysokú teplotu
- ***hviezdy s hmotnosťou 1,4 M_M až 5 M_M***
  - pri týchto hviezdach nestačí tlak elektrónového plynu zastaviť ich zmršťovanie. Vnútri hviezdy prebieha reakcia, ktorou z elektrónov a protónov vznikajú neutróny:

- $e^- + p \rightarrow n + \nu$

  - z neutrónov v centrálnej oblasti vznikne ***neutrónová hviezda***. Je to útvar pripomínajúci obrovské atómové jadro, ktoré sa skladá len z neutrónov. objem centrálnej časti hviezdy sa prudko zmenší. Pri dopade vonkajších vrstiev do jej centra vzniká rázová vlna, ktorá pri ceste späť (smerom k vonkajším vrstvám hviezdy) vymrští značnú časť materiálu do medzihviezdneho priestoru. pri výbuchoch sa uvoľní veľká energia a hviezda krátku dobu žiari veľmi intenzívne. Hovoríme o ***výbuchu supernovy***.

- ***hviezdy s hmotnosťou väčšou ako približne 5 M_M***
  - polomer hviezdy sa ustavične zmenšuje a súčasne tým sa zväčšuje aj intenzita gravitačného poľa na jej povrchu. Po zmenšení polomeru hviezdy pod istú hranicu je gravitačné pole hviezdy také silné, že žiadne teleso (ani žiarenie) nemôže hviezdu opustiť. hviezda, pri ktorej prebehol gravitačný kolaps, nazýva sa ***čierna diera***. Čiernu dieru nemožno vidieť, pretože nevysiela žiadne žiarenie.

5.9 vznik našej planetárnej sústavy

- ***Kantova-Laplaceova hypotéza:***
  - títo vedci predpokladali, že Slnko spolu s ostatnými telesa vznikli z jedného zhustenia medzihviezdnej hmoty. Vzhľadom na to, že všetky planéty obiehajú okolo Slnka jedným smerom, muselo toto lokálne zhustenie od začiatku rotovať. pod vplyvom gravitačných a zotrvačných síl sa rotujúce mračno medzihviezdneho plynu postupne menilo na plochý rotujúci disk. v jeho strede vznikalo zhustenie, z ktorého sa neskôr vyvinulo Slnko. v okrajových častiach rotujúceho disku vznikali menšia zhustenia, z ktorých sa utvorili zárodky planét a okolo nich dosiaľ neskondenzovaný prach a plyn. V Slnku začali prebiehať termonukleárne reakcie, zo Slnka sa vymrštilo mnoho častíc, vznikol slnečný vietor, ktorý vytlačil zo slnečnej sústavy zvyšok neskondenzovaného plynu a prachu.

5.10 štruktúra a vývoj vesmíru

- slnečná sústava je súčasťou ***Galaxie***:
  - ***hmotnosť Galaxie:*** $M_G = 1{,}4 \,.\, 10^{11}\, M_M$
  - ***priemer disku:*** *30 kpc* = 10^{18} *km*
  - ***hrúbka disku:* 2 kpc = 10^{16} km**
  - ***počet hviezd:*** 10^{11}
- asi 30 galaxií tvorí ***miestnu skupinu galaxií***. Priemer miestnej skupiny galaxií je asi 1,5 Mpc. Okrem malých skupín galaxií, ako je miestna skupina galaxií, sú vo vesmíre aj veľké zhluky galaxií, nazvané ***kopy galaxií***. Tieto obsahujú stovky až tisíce galaxií a ich priemery sú takmer 10 Mpc. Najväčšími známymi štruktúrami vo vesmíre sú ***nadkopy galaxií***.
  - ***typická priemerná vzdialenosť hviezd v Galaxii:*** *2 pc*
  - ***typický priemer galaxie:*** *30 kpc*
  - ***typická vzájomná vzdialenosť galaxií v kope:*** *700 kpc*
  - ***typický priemer kopy galaxií:*** *3 Mpc*
  - ***typické rozmery nadkôp galaxií:*** *30 Mpc*
- americký astronóm *Edwin Hubble* zistil, že galaxie sa od nás vzďaľujú, pričom rýchlosť, akou sa istá galaxia vzďaľuje, je priamo úmerná jej vzdialenosti r:
  - $v = Hr$, kde H je ***Hubblova konštanta***: $H = (75 \pm 25)\dfrac{km.s^{-1}}{Mpc}$
- súčasný stav vesmíru vznikol rozpínaním hustého a horúceho stavu látky pred $10 \,.\, 10^9$–$20 \,.\, 10^9$ rokmi – ***veľký tresk*** (z obdobia, keď bol vesmír teplejší a keď hustota látky v ňom bola väčšia ako dnes, pochádza ***reliktové (zvyškové) žiarenie***, ktoré zodpovedá žiareniu čierneho telesa s teplotou asi 2,7 K)