FYZIKA

pre 3. ročník gymnázia

OLDŘICH LEPIL
VÁCLAV HOUDEK
ALOJZ PECHO

SLOVENSKÉ PEDAGOGICKÉ NAKLADATEĽSTVO
BRATISLAVA

Autori: © doc. RNDr. Oldřich Lepil, CSc., doc. RNDr. Václav Houdek, CSc., doc. RNDr. Alojz Pecho, CSc., 1986
Lektorovali: RNDr. Mikuláš Blažek, DrSc., doc. RNDr. Pavel Čičmanec, CSc., RNDr. Július Šoltés, Jednota slovenských matematikov a fyzikov
Translation: © RNDr. Eva Tomanová, 1986
Illustrations: © Ing. arch. Jana Nováková, 1986
Koordinátori: RNDr. Jan Maršák, RNDr. Eva Tomanová

Schválilo Ministerstvo školstva SSR dňa 30. októbra 1984 pod číslom 12 233/1984-211 ako prvé vydanie učebnice vyučovacieho predmetu fyzika pre 3. ročník gymnázia.

Tretie vydanie, 1994

Všetky práva vyhradené.
Toto dielo ani žiadnu jeho časť nemožno reprodukovať bez súhlasu majiteľa práv.

ISBN 80-08-01449-0 (2. vydanie)

ISBN 80-08-02328-7

Obsah

Úvod 8

MAGNETICKÉ POLE 9

1. Stacionárne magnetické pole 10
1.1 Vzájomné silové pôsobenie vodičov s prúdom a magnetov 11
1.2 Magnetické indukčné čiary 13
1.3 Magnetická indukcia 16
1.4 Vzájomné silové pôsobenie dvoch priamych rovnobežných vodičov s prúdom 20
1.5 Magnetické pole cievky 23
1.6 Častice s nábojom v magnetickom poli 25
1.7 Závit s prúdom v magnetickom poli 32
1.8 Látky v magnetickom poli 35
1.9 Magnetická hysterézia 38
1.10 Magnetické materiály v technickej praxi 41
Zhrnutie — Stacionárne magnetické pole 46

2. Nestacionárne magnetické pole 48
2.1 Magnetický indukčný tok 48
2.2 Elektromagnetická indukcia 50
2.3 Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie 53
2.4 Lenzov zákon 56
2.5 Vlastná indukcia 59
2.6 Energia magnetického poľa cievky 62
Zhrnutie — Nestacionárne magnetické pole 65

KMITANIE A VLNENIE 67

3. Vlastné kmitanie oscilátora 70
3.1 Kmitavý pohyb 70
3.2 Kinematika kmitavého pohybu 74
3.3 Rýchlosť a zrýchlenie kmitavého pohybu 79
3.4 Fáza kmitavého pohybu 81
3.5 Fázorový diagram 82
3.6 Zložené kmitanie 85
3.7 Dynamika kmitavého pohybu 88
3.8 Premeny energie v mechanickom oscilátore 91
3.9 Elektromagnetický oscilátor 94
3.10 Analógia medzi oscilátormi 98

4. Nútené kmitanie oscilátora 102
4.1 Netlmené kmitanie oscilátora 102
4.2 Rezonancia oscilátora 104
4.3 Rezonančné javy v technickej praxi 107
Zhrnutie — Vlastné kmitanie oscilátora, Nútené kmitanie oscilátora 110

5. Striedavý prúd 112
5.1 Obvod striedavého prúdu s odporom 112
5.2 Obvod striedavého prúdu s indukčnosťou 114
5.3 Obvod striedavého prúdu s kapacitou 116
5.4 Zložený obvod striedavého prúdu 118
5.5 Usmerňovač 121
5.6 Zosilňovač 124
5.7 Výkon striedavého prúdu v obvode s odporom 127
5.8 Výkon striedavého prúdu v obvode s impedanciou 129

6. Striedavý prúd v energetike 132
6.1 Generátor striedavého prúdu 132
6.2 Trojfázová sústava striedavých napätí 134
6.3 Elektromotor na trojfázový prúd 139
6.4 Transformátor 143
6.5 Elektráreň 146
6.6 Prenosová sústava energetiky 149
6.7 Medzinárodná spolupráca v energetike 150
6.8 Ochrana životného prostredia a bezpečnosť pri práci s elektrickými zariadeniami 152
Zhrnutie — Striedavý prúd, Striedavý prúd v energetike 155

7. Mechanické vlnenie 158
7.1 Postupné mechanické vlnenie 159
7.2 Rovnica postupnej vlny 164
7.3 Interferencia vlnenia 165
7.4 Odraz vlnenia v rade bodov 168
7.5 Stojaté vlnenie 169
7.6 Chvenie mechanických sústav 172
7.7 Vlnenie v izotropnom prostredí 174
7.8 Huygensov princíp 175
7.9 Odraz a lom vlnenia 178
7.10 Ohyb vlnenia, tieň 181
7.11 Zvuk a jeho vlastnosti 183
7.12 Hlasitosť a intenzita zvuku 186
7.13 Rýchlosť zvuku 188
7.14 Ultrazvuk a infrazvuk 189

8. Elektromagnetické vlnenie 192
8.1 Vznik elektromagnetického vlnenia 192
8.2 Elektromagnetická vlna 195
8.3 Stojaté elektromagnetické vlnenie 196
8.4 Elektromagnetický dipól 199
8.5 Vlastnosti elektromagnetického vlnenia 202
8.6 Šírenie elektromagnetického vlnenia 207
8.7 Teória elektromagnetického poľa 210
8.8 Elektromagnetická interakcia 213

9. Prenos signálov vlnením 216
9.1 Oznamovacia sústava 216
9.2 Elektroakustické meniče 218
9.3 Vysielač 220
9.4 Prijímač 224
9.5 Princíp televízie 227

Zhrnutie — Mechanické vlnenie, Elektromagnetické vlnenie, Prenos signálov vlnením 231

CVIČENIA Z FYZIKY 233

Pokyny na cvičenia 234

Cvičenie 1 Vzájomné silové pôsobenie vodiča s prúdom a magnetického poľa a vodičov s prúdom 235
Cvičenie 2 Magnetické pole cievky s prúdom, silové pôsobenie magnetického poľa na pohybujúcu sa časticu s nábojom 240
Cvičenie 3 Elektromagnetická indukcia, energia magnetického poľa cievky 246
Cvičenie 4 Vlastné kmitanie oscilátora 252
Cvičenie 5 Určenie zotrvačnej hmotnosti telesa mechanickým oscilátorom 261
Cvičenie 6 Overenie vzťahu pre periódu kyvadla 262
Cvičenie 7 Určenie rezonančnej krivky oscilačného obvodu 264
Cvičenie 8 Obvody striedavého prúdu 267
Cvičenie 9 Určenie indukčnosti cievky a kapacity kondenzátora striedavým prúdom . 272
Cvičenie 10 Overenie činnosti polovodičového usmerňovača 276
Cvičenie 11 Overenie činnosti tranzistorového zosilňovača 280
Cvičenie 12 Základy energetiky 284
Cvičenie 13 Overenie činnosti transformátora 290
Cvičenie 14 Mechanické vlnenie 293
Cvičenie 15 Meranie rýchlosti zvuku otvoreným rezonátorom 298
Cvičenie 16 Elektromagnetické vlnenie 300

Register 307

Úvod

Fyzika v 3. ročníku gymnázia nadväzuje obsahom učiva a metódami vysvetľovania na vyučovanie v 1. a 2. ročníku. Z učiva týchto ročníkov sa využíva veľa poznatkov, ktorých znalosť je nevyhnutná na pochopenie nového učiva. Preto na začiatku 3. ročníka treba si zopakovať nielen najdôležitejšie poznatky z predchádzajúcich ročníkov, ale k týmto poznatkom bude potrebné vracať sa v priebehu celého roka. Ide najmä o znalosť základných pojmov z učiva mechaniky a elektriny, rovnomerného pohybu po kružnici a učiva o vedení elektrického prúdu v polovodičoch.

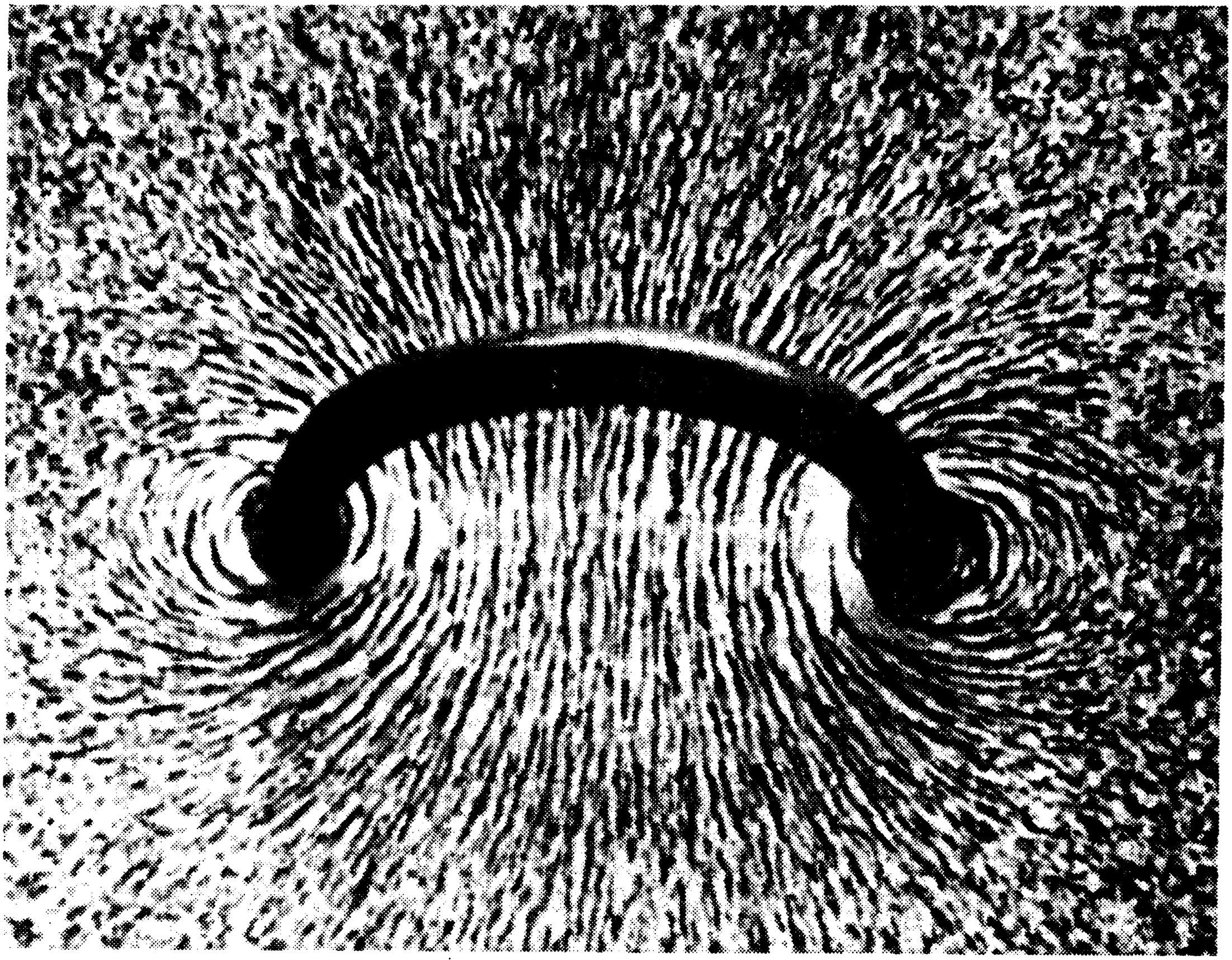
Vo väčšej miere sa bude využívať grafické vyjadrovanie funkčných závislostí fyzikálnych veličín. Náročnejší je aj matematický aparát použitý pri vysvetľovaní jednotlivých poznatkov. Uplatňujú sa zväčša poznatky z goniometrických funkcií.

Obsah učiva 3. ročníka je rozdelený do dvoch hlavných tematických celkov. Prvý nadväzuje na učivo 2. ročníka vysvetľovaním magnetického poľa. Do druhého tematického celku sú zahrnuté poznatky o periodických mechanických a elektromagnetických dejoch, teda o kmitaní a vlnení.

Podobne ako v predchádzajúcich ročníkoch sú aj v 3. ročníku súčasťou vyučovania fyziky cvičenia z fyziky. V nich si budete jednak prehlbovať a precvičovať poznatky z hodín venovaných vysvetľovaniu učiva, jednak budete robiť experimenty a fyzikálne merania.

Takto sa teoreticky aj prakticky oboznámite s poznatkami dôležitými nielen z hľadiska fyzikálneho poznania, ale vo veľkej miere využívanými v technickej praxi. Hlboká a trvalá znalosť učiva 3. ročníka je nevyhnutná aj pri pochopení náročných tém, ktoré tvoria obsah učiva fyziky v 4. ročníku gymnázia.

MAGNETICKÉ POLE



1. STACIONÁRNE MAGNETICKÉ POLE

Magnetické javy, podobne ako elektrické, poznajú ľudia už od staroveku. Ich vzájomná súvislosť však nebola dlho známa. Objavil ju v roku 1820 *H. Ch. Oersted**. Zistil, že magnetka umiestená v blízkosti vodiča sa vychýli zo svojej rovnovážnej polohy, ak vodičom prechádza prúd. V tom istom roku objavil *A. M. Ampère* vzájomné silové pôsobenie medzi vodičmi, ktorými prechádza prúd. Týmito a ďalšími pokusmi bolo dokázané, že magnetickými silami na seba pôsobia nielen permanentné (trvalé) magnety, ale aj permanentné magnety a vodiče s prúdom, aj vodiče s prúdom navzájom. Tieto sily pôsobia prostredníctvom magnetického poľa, ktoré existuje v okolí vodičov s prúdom aj v okolí permanentných magnetov. Magnetické pole, ktorého zdrojom je nepohybujúci sa vodič s konštantným prúdom alebo nepohybujúci sa permanentný magnet, nazýva sa **stacionárne magnetické pole.**

Štúdium magnetických javov má význam nielen pri poznaní fyzikálnej podstaty týchto javov, ale aj pre ich využitie v technickej praxi.

* HANS CHRISTIAN OERSTED (1777—1851), dánsky fyzik.

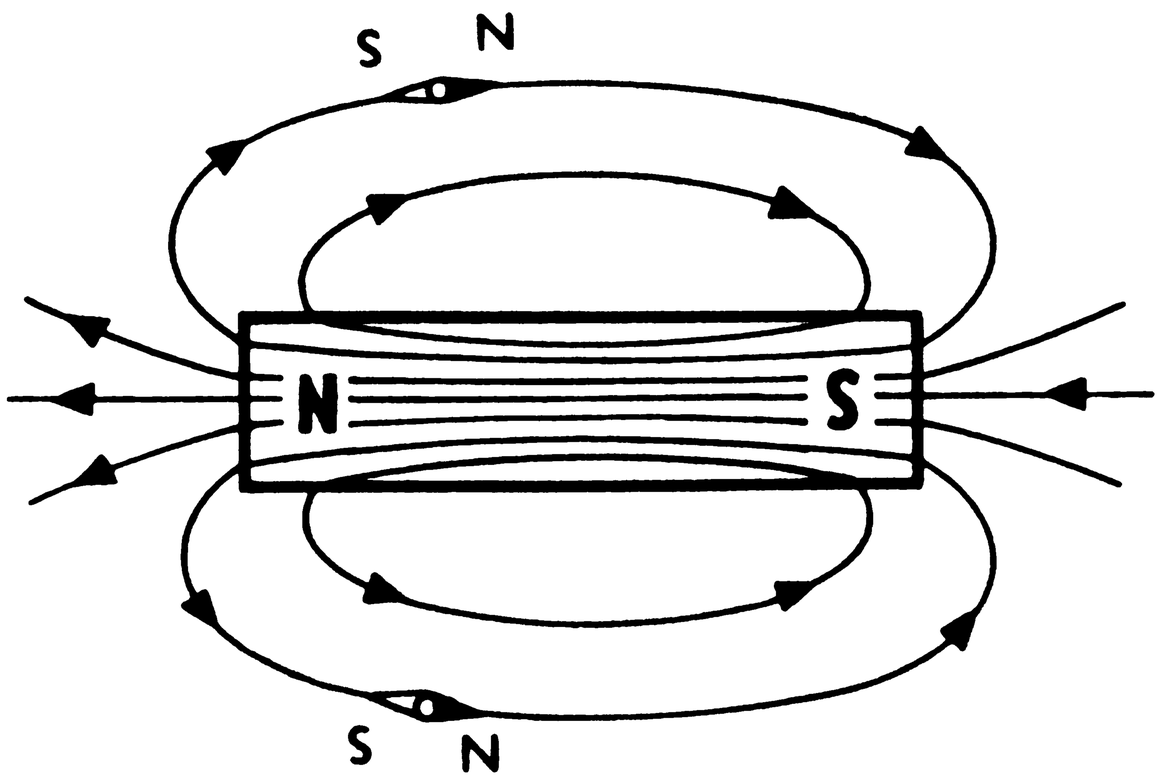
1.1 Vzájomné silové pôsobenie vodičov s prúdom a magnetov

Zopakujeme a doplníme najskôr niektoré základné poznatky o magnetických javoch, s ktorými sme sa oboznámili na základnej škole.

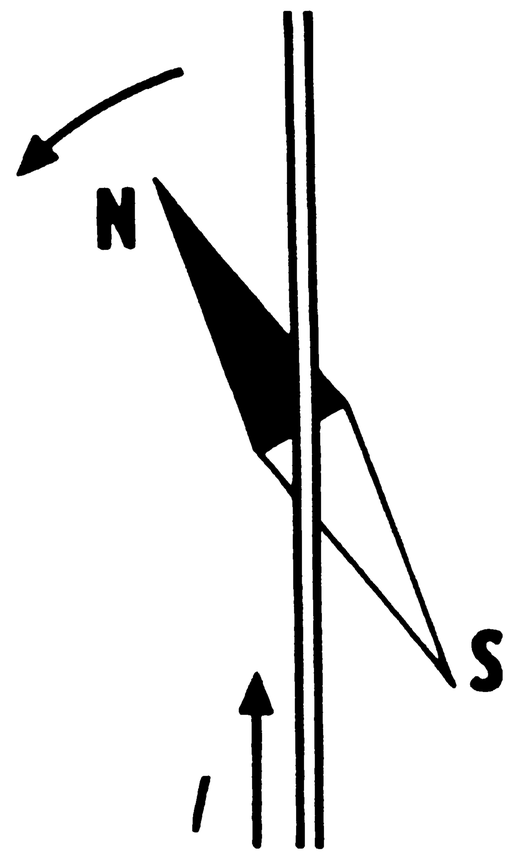
a) Keď priblížime tyčový magnet severným pólom k magnetke, pozorujeme, že sa magnetka otočí svojím južným pólom k severnému pólu magnetu* (obr. 1-1). Jav si vysvetľujeme tak, že v okolí permanentného magnetu je magnetické pole pôsobiace na magnetku magnetickými silami s nenulovým momentom, ktoré spôsobí jej otočenie. V magnetickom poli nepohybujúceho sa magnetu sa magnetka ustáli v stálej rovnovážnej polohe, v ktorej je výsledný moment magnetických síl nulový. Silové pôsobenie permanentných magnetov je vždy vzájomné. Preto aj v tomto pokuse pôsobí silami nielen permanentný magnet na magnetku, ale aj magnetka na použitý magnet.

b) Opäť budeme vychádzať z pokusu (obr. 1-2). Nad magnetkou vedieme priamy vodič v severo-južnom smere. Keď vodičom prechádza dostatočne veľký konštantný prúd, magnetka sa vychýli a ustáli sa v novej rovnovážnej polohe.

Z pokusu vyplýva, že aj **v okolí vodičov s prúdom je magnetické pole.**



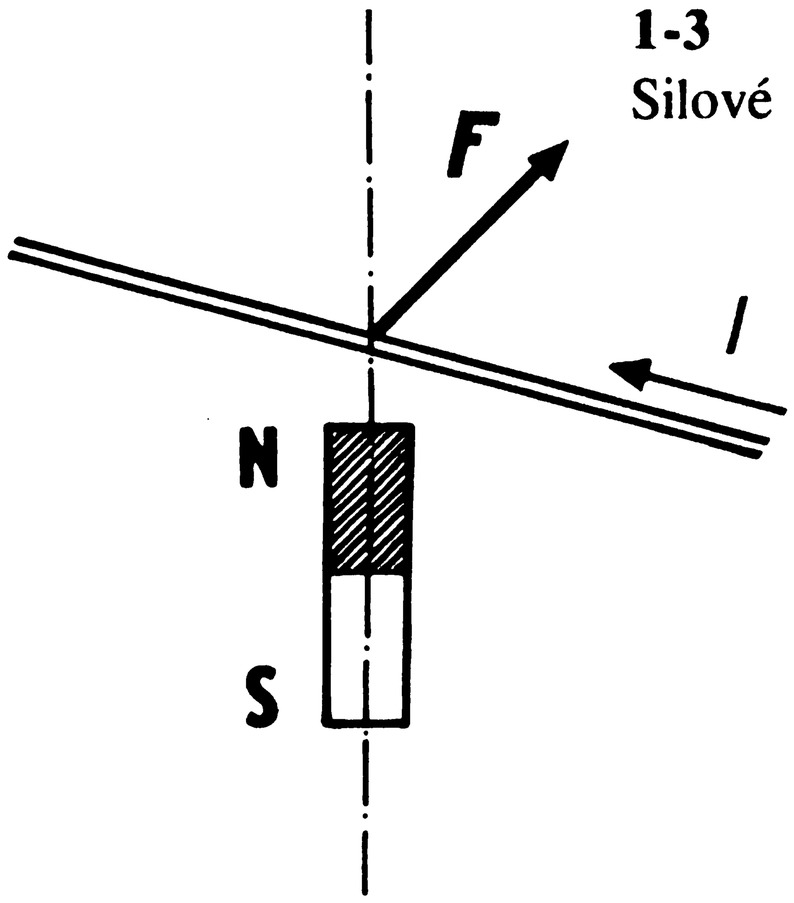
1-1
Magnetické pole tyčového magnetu



1-2
Oerstedov pokus

---

* Medzinárodné označenie pólov je odvodené z angličtiny: N (north) — severný pól, S (south) — južný pól.



1-3
Silové pôsobenie tyčového magnetu na priamy vodič s prúdom

Keďže elektrický prúd vo vodiči je usporiadaný pohyb častíc s elektrickým nábojom, z toho vyplýva, že pohybujúce sa častice s nábojom vzbudzujú vo svojom okolí magnetické pole. Platí to nielen pre voľné elektróny, ale pre akúkoľvek pohybujúcu sa časticu s nábojom.

Medzi magnetickým poľom vodičov s prúdom a magnetickým poľom permanentných magnetov nie je nijaký kvalitatívny rozdiel. Obidve polia sa môžu navzájom skladať, čo pre polia kvalitatívne rozličných druhov neplatí. Nemožno napríklad zoslabiť v danom mieste gravitačné pole poľom magnetickým alebo elektrickým.

c) Vieme, že magnetické pole vodiča s prúdom pôsobí silami na permanentný magnet (na magnetku). Pokusom ukážeme, že aj permanentný magnet pôsobí silou na vodič s prúdom (obr. 1-3). Do statívu zvisle upevníme tyčový magnet tak, aby stredná časť vodiča prechádzala nad horným koncom magnetu. Keď vodičom prechádza prúd, vychýli sa z rovnovážnej polohy vo vodorovnom smere, t. j. kolmo na pozdĺžnu os magnetu. Pri zmene smeru prúdu sa zmení výchylka na opačnú. Aj zámena pólov magnetu jeho otočením sa prejaví opačnou výchylkou vodiča. Výsledky týchto pokusov môžeme zhrnúť takto: **Silové pôsobenie medzi permanentnými magnetmi a medzi permanentnými magnetmi a vodičmi s prúdom je vzájomné. Magnetické sily pôsobia prostredníctvom magnetického poľa, ktoré existuje v okolí permanentných magnetov a vodičov s prúdom. Hovoríme, že magnetické pole pôsobí magnetickými silami na permanentné magnety a na vodiče s prúdom.**

Úlohy

1. Ktorý magnetický pól je pri geografickom severnom póle Zeme?
2. Nepohybujúcim sa priamym vodičom prechádza elektrický prúd, pričom rýchlosť usporiadaného pohybu voľných elektrónov vo vodiči je $\boldsymbol{v}_e$. Bude magnetické pole v okolí tohto vodiča aj vtedy, ak sa vodič bude pohybovať rýchlosťou $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{v}_e$? Pri riešení úlohy uvažujte o štruktúre kovov. [áno]

1.2 Magnetické indukčné čiary

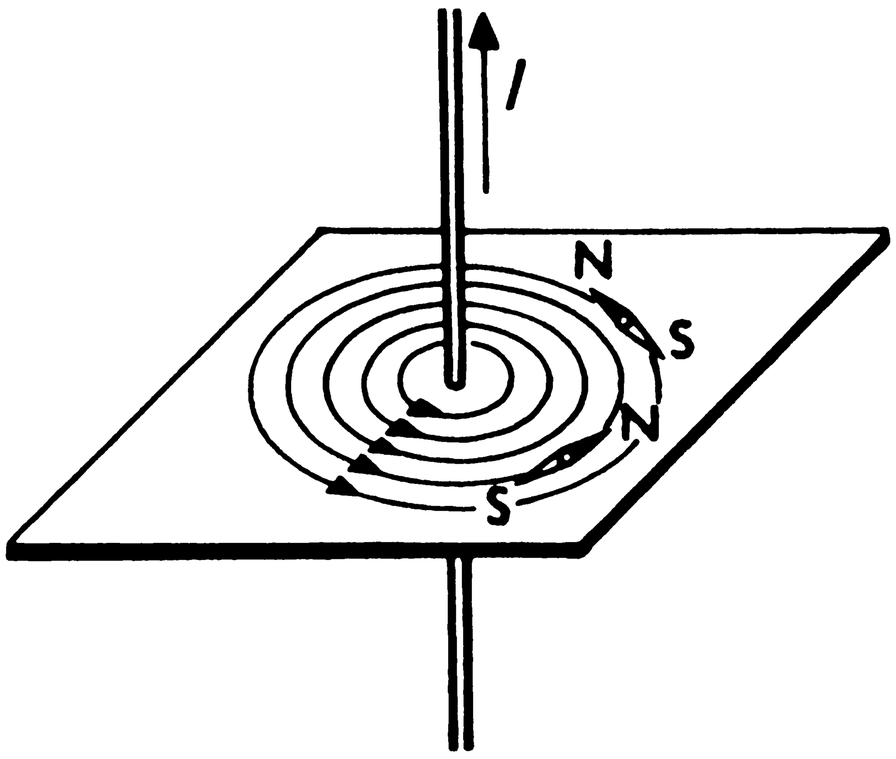
Položme na permanentný magnet sklenú platňu alebo tvrdý papier. Keď na ne zľahka sypeme železné piliny, vidíme, že utvárajú istý rovinný obrazec (*pilinový obrazec*). Pôsobením magnetických síl sa piliny zoskupujú do retiazkovitých útvarov, ktoré pripomínajú istú sústavu čiar.

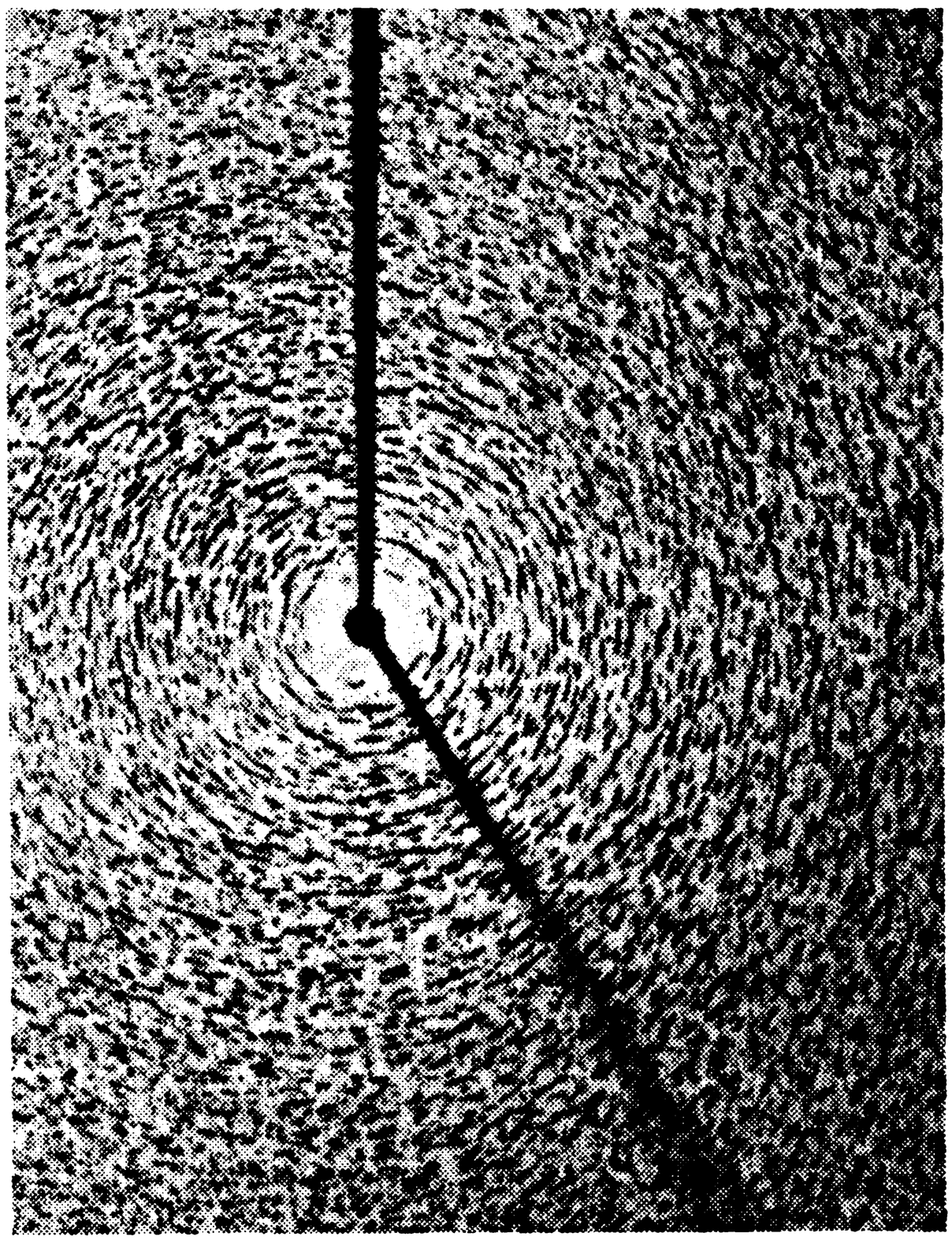
V miestach, kde sú silové účinky magnetického poľa najväčšie, je najväčšia aj hustota čiar.

Rovnako v magnetickom poli vodiča s prúdom môžeme utvoriť pilinový obrazec. Keď železné piliny nasypeme na vodorovnú plochu, napríklad na tvrdý kartónový papier, ktorým stredom zvislo prechádza priamy vodič s prúdom rádovo 100 A, utvoria piliny obrazec pripomínajúci rovinnú sústavu sústredných kružníc so stredmi v mieste prechodu vodiča plochou (obr. 1-4a, b).

Keď malú magnetku budeme postupne umiesťovať na rozličných miestach pilinového obrazca, ustáli sa vždy tak, že jej os má smer dotyčnice k predpokladanej čiare prechádzajúcej týmto miestom. Vznik pilinového obrazca možno vysvetliť tak, že každá pilinová častica sa správa ako miniatúrna magnetka.

Na opis priestorového rozloženia magnetického poľa zavádzame sústavu priestorovo orientovaných kriviek, ktoré sa nazývajú magnetické indukčné čiary. **Magnetická indukčná čiara je priestorovo orientovaná krivka, ktorej dotyčnica v danom bode má smer osi veľmi malej magnetky umiestenej v tomto bode. Smer od južného k severnému pólu magnetky určuje orientáciu indukčnej čiary.** Magnetické indukčné čiary sú vždy uzavreté krivky, ktoré sa nikde nepretínajú (obr. 1-1 a 1-4). Preto magnetické indukčné čiary permanentného magnetu prechádzajú nielen zvonka, ale aj vnútri magnetu. Zvonka permanentných magnetov sú





1-4
Magnetické pole priameho vodiča s prúdom

orientované od severného pólu k južnému, vnútri od južného pólu k severnému (obr. 1-1). Orientáciu magnetických indukčných čiar v okolí vodiča s prúdom môžeme určiť aj pomocou **Ampérovho pravidla pravej ruky:** *Naznačíme uchopenie vodiča do pravej ruky tak, aby palec ukazoval dohodnutý smer prúdu vo vodiči; potom prsty ukazujú orientáciu magnetických indukčných čiar.*

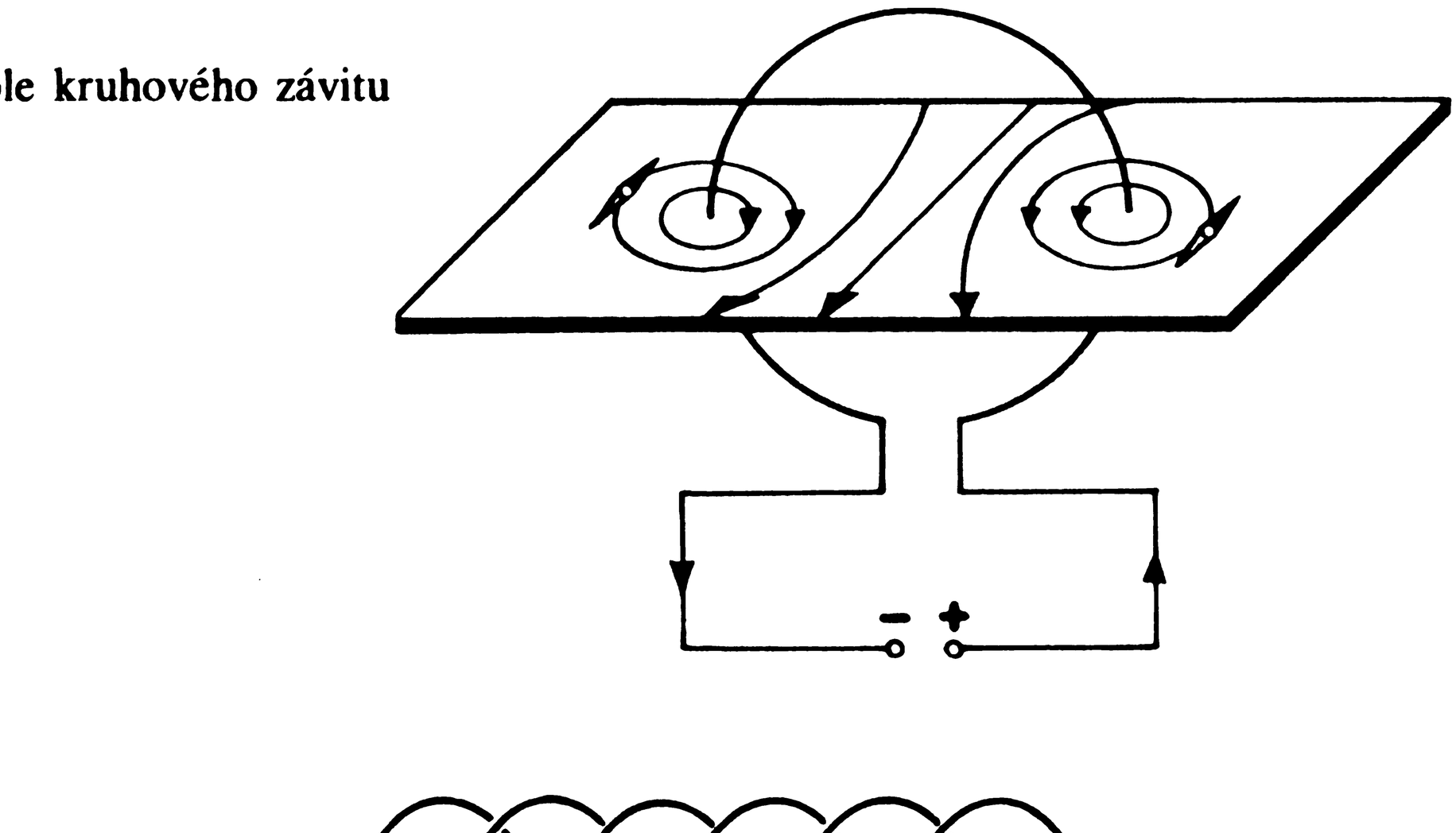
Magnetické pole, ktorého indukčné čiary sú rovnobežné priamky, nazývame homogénne magnetické pole.

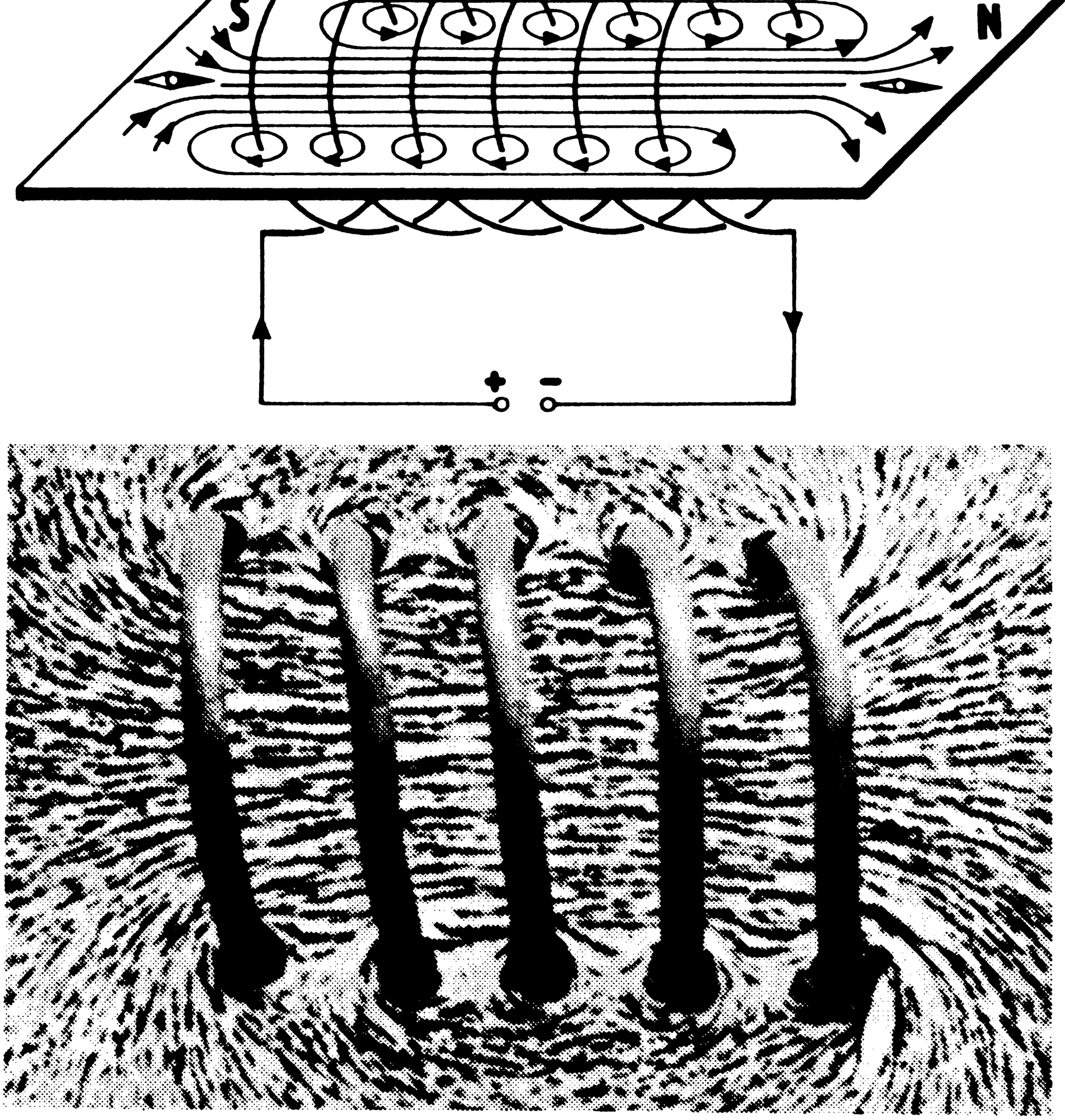
Každé reálne magnetické pole je nehomogénne. Napríklad nehomogénne je magnetické pole kruhového závitu (obr. 1-5). V konečnej oblasti priestoru možno však utvoriť magnetické pole, ktoré sa od homogénneho odlišuje iba nepatrne. V praxi sa takéto pole často pokladá za homogénne. Za takmer homogénne možno pokladať napríklad magnetické pole v strednej časti valcovej cievky* (obr. 1-6).

---

* V okolí valcovej cievky s prúdom je magnetické pole podobné ako v okolí valcového tyčového magnetu.

1-5
Magnetické pole kruhového závitu s prúdom





1-6
Magnetické pole valcovej cievky s prúdom

Úlohy

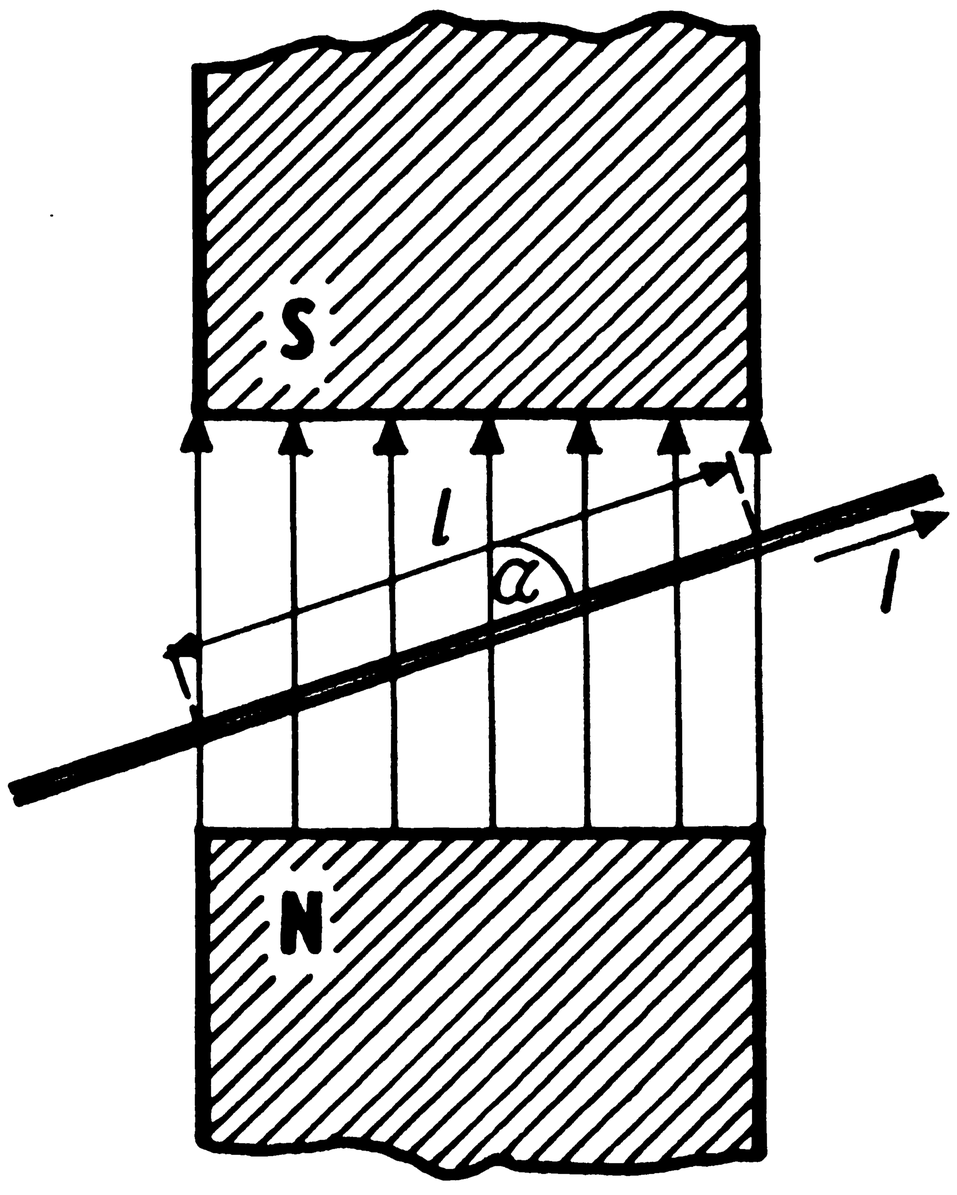
1. Ako vysvetlíte vznik pilinového obrazca v magnetickom poli?
2. Ako sme definovali magnetickú indukčnú čiaru?
3. Opíšte sústavu magnetických indukčných čiar priameho vodiča s prúdom.

1.3 Magnetická indukcia

Na kvantitatívny opis magnetického poľa v každom jeho bode zavádzame fyzikálnu veličinu nazvanú **magnetická indukcia.**

Pre homogénne magnetické pole môžeme magnetickú indukciu definovať napr. na základe silových účinkov magnetického poľa na vodič s prúdom.

Ďalej budeme uvažovať o priamom vodiči s prúdom, ktorého časť s dĺžkou l je v homogénnom magnetickom poli. Dĺžku l nazývame **aktívna dĺžka vodiča** (obr. 1-7). Z pokusov vyplýva, že veľkosť sily F_m pôsobiacej v homogénnom magnetickom poli na priamy vodič s prúdom je priamo úmerná jeho aktívnej dĺžke l, prúdu I a závisí aj od magnetického poľa a od polohy vodiča v ňom. Keď je vodič rovnobežný s indukčnými čiarami magnetického poľa, je sila F_m nulová, kým v polohe kolmej na indukčné čiary dosahuje maximum. Zistené závislosti možno vyjadriť vzťahom



1-7
Aktívna dĺžka vodiča

$$F_m = BIl \sin \alpha \qquad (1.1)$$

kde $\alpha (\alpha \in \langle 0, \pi \rangle)$ je uhol medzi vodičom a indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa a B je veličina charakterizujúca silové pôsobenie magnetického poľa na vodič s prúdom. Jej veľkosť závisí iba od magnetického poľa. Pre dané homogénne magnetické pole má konštantnú veľkosť, ktorá môže byť určená na základe merania veľkosti sily F_m a veličín I, l a α zo vzťahu

$$B = \frac{F_m}{Il \sin \alpha} \qquad (1.2)$$

Veličina ***B*** sa nazýva magnetická indukcia. Vzťah (1.2) určuje veľkosť magnetickej indukcie homogénneho magnetického poľa. Z tejto rovnice odvodíme jednotku magnetickej indukcie

$$[B] = \frac{[F_m]}{[I][l]\,[\sin \alpha]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \,.\, \mathrm{m}} = \mathrm{N} \,.\, \mathrm{A}^{-1} \,.\, \mathrm{m}^{-1} = \mathrm{T}$$

Jednotka magnetickej indukcie sa volá **tesla,** značka T*.

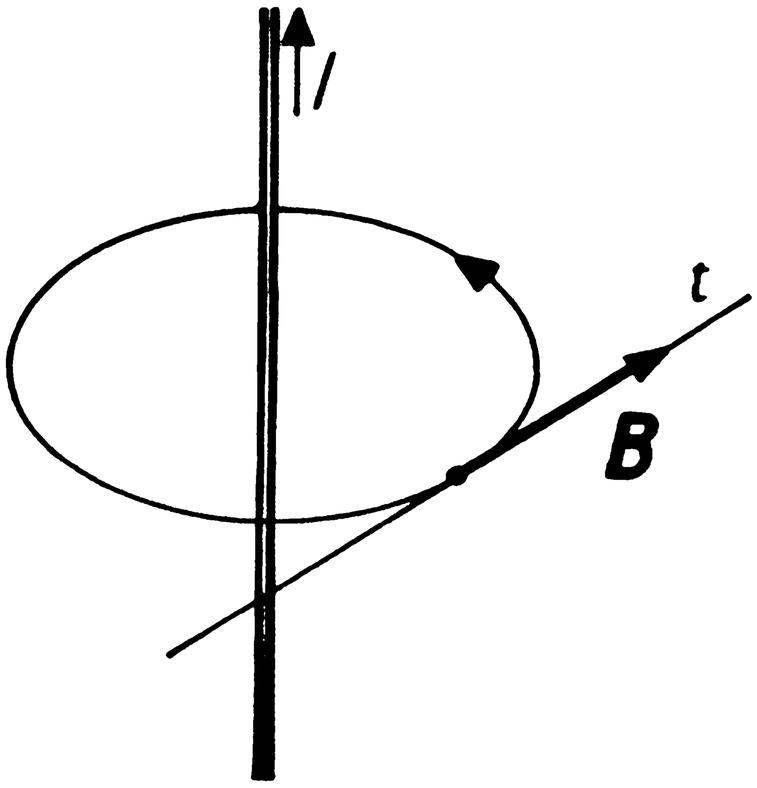
Magnetická indukcia magnetického poľa v blízkosti permanentných magnetov má veľkosť približne 0,01 T až 0,5 T. Medzi pólmi bežného laboratórneho elektromagnetu možno vzbudiť magnetické pole s magnetickou indukciou v rozpätí od 0 T do 2 T. Veľmi silné magnetické pole s magnetickou indukciou veľkosti rádovo 100 T možno vzbudiť v malej dutine (asi 1 cm^3) špeciálne skonštruovanej cievky prechodom veľkého prúdu ($\approx 10^6$ A) za veľmi krátky čas ($\approx 10^{-6}$ s).

Magnetická indukcia kvantitatívne opisuje magnetické pole v každom jeho bode. Vieme, že magnetickému poľu možno v každom bode prisúdiť

---

* Jednotka magnetickej indukcie bola nazvaná na počesť NIKOLA TESLU (1856—1943), chorvátskeho elektrotechnika, ktorý žil v Amerike.

istý smer podľa priebehu magnetických indukčných čiar. Magnetická indukcia je vektorová veličina a opisuje aj túto vlastnosť magnetického poľa. Smer vektora magnetickej indukcie ***B*** v istom bode magnetického poľa je zhodný so smerom súhlasne orientovanej dotyčnice k indukčnej čiare v tomto bode (obr. 1-8).



1-8
Magnetická indukcia má smer dotyčnice k indukčnej čiare

Keď sú indukčné čiary kolmé na nákresňu, označujeme ich orientáciu symbolickými značkami: ⊙ — orientácia pred nákresňu, ⊗ — orientácia za nákresňu. Podobné značky používame aj na znázornenie smeru prúdu, ktorý prechádza vodičom kolmým na nákresňu.

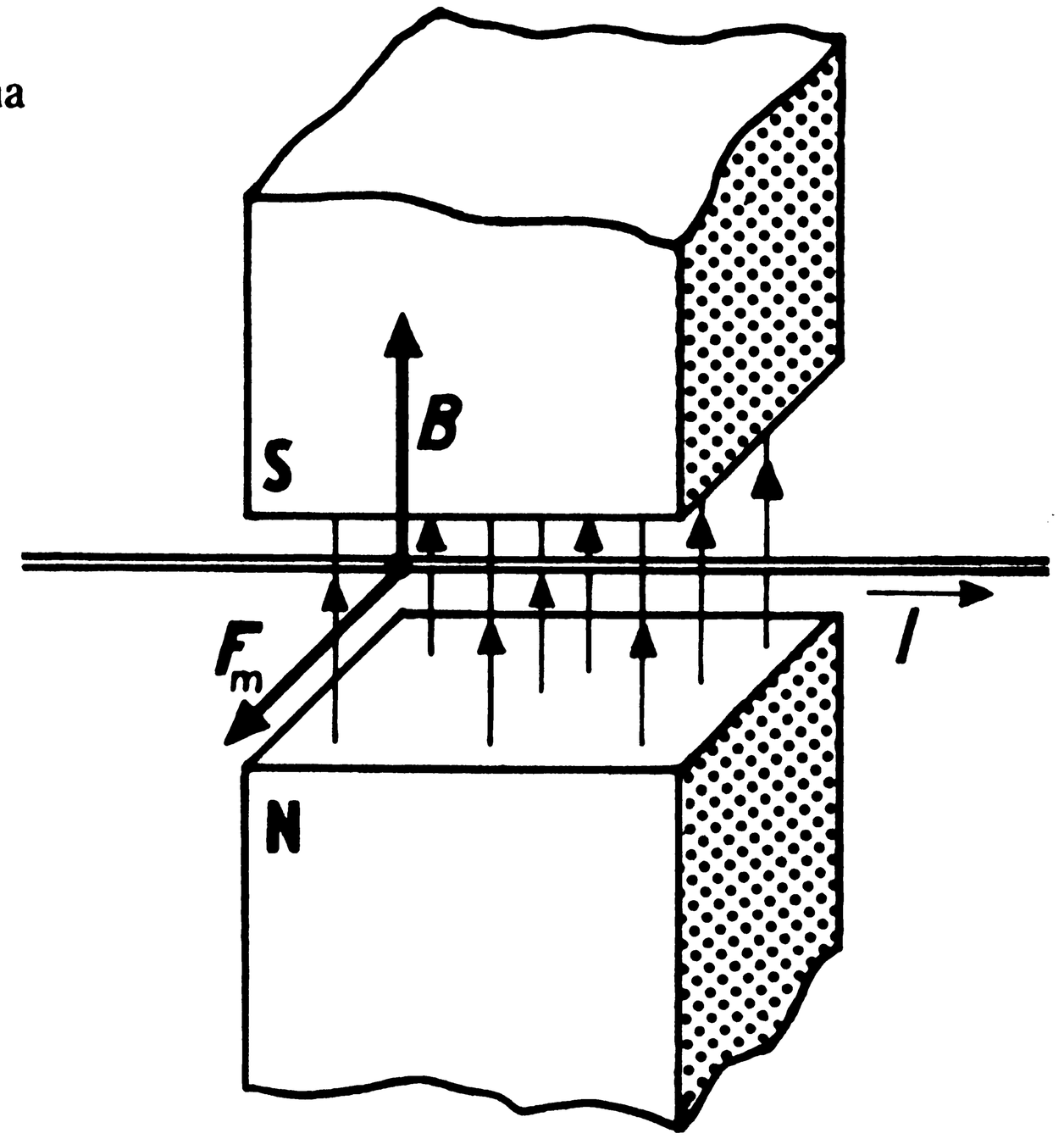
Magnetická indukcia ***B*** homogénneho magnetického poľa je konštantný vektor, t. j. v každom bode tohto poľa má rovnakú veľkosť a smer.

Sila F_m, ktorá pôsobí na priamy vodič s prúdom v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou ***B***, je kolmá ako na vodič, tak na magnetickú indukciu ***B***, teda aj na magnetické indukčné čiary (obr. 1-9). Smer sily pôsobiacej na priamy vodič s prúdom v homogénnom magnetickom poli môžeme názorne určiť pomocou **Flemingovho*** **pravid-**

---

* John Ambrase Fleming (1849—1945), anglický technik, profesor na University College a člen Kráľovskej spoločnosti, žiak J. C. Maxwella. Zaoberal sa najmä problémami rádiotelegrafie a rádiotelefónie. Známa je jeho elektrónka nazvaná Flemingova dióda.

1-9
Sila, ktorou pôsobí magnetické pole na vodič s prúdom



la ľavej ruky: Keď položíme otvorenú ľavú ruku na priamy vodič tak, aby prsty ukazovali smer prúdu a indukčné čiary vstupovali do dlane, natiahnutý palec ukazuje smer sily, ktorou pôsobí magnetické pole na vodič s prúdom.

Pre vodič, ktorý nie je priamy, vzťah (1.1) neplatí. Celkovú silu, ktorá pôsobí v magnetickom poli na tenký vodič ľubovoľného tvaru s prúdom, možno určiť ako vektorový súčet síl pôsobiacich na všetky jeho veľmi krátke úseky, ktoré pokladáme za priame. Na jeden takýto úsek s dĺžkou Δl pôsobí sila $\Delta \boldsymbol{F}$ veľkosti danej vzťahom $\Delta F = BI\ \Delta l \sin \alpha$. Tento vzťah sa volá **Ampérov zákon.**

Úlohy

1. Akou veľkou silou pôsobí homogénne magnetické pole s magnetickou indukciou 2 T na priamy vodič aktívnej dĺžky 8 cm, ktorým prechádza prúd 6 A? Vodič zviera s vektorom magnetickej indukcie uhol 30°. [0,48 N]
2. Určte veľkosť magnetickej indukcie B homogénneho magnetického poľa, ak na vodič kolmý na indukčné čiary pôsobí sila veľkosti 0,2 N. Vodič má aktívnu dĺžku 12,5 cm a prechádza ním stály prúd 4 A. [0,4 T]
3. Na priamy vodič, ktorý zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa

uhol $\alpha_1 = 90°$, pôsobí o 0,134 N väčšia sila, ako keď zvieral s indukčnými čiarami uhol $\alpha_2 = 60°$. Aktívna dĺžka vodiča je 12,5 cm, prúd vo vodiči 10 A. Určte veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa. [0,8 T]

4. V rovine kolmej na magnetické indukčné čiary homogénneho magnetického poľa je závit tvaru pravidelného šesťuholníka, ktorým prechádza prúd I.
   a) Určte veľkosť výslednice síl $F_1, \ldots, F_6$ pôsobiacich na strany závitu.
   b) Ako sa zmenia tieto sily pri zmene smeru prúdu na opačný?
   c) Aký by bol rozdiel v deformácii závitu, ktorá by nastala pri dostatočne silnom magnetickom poli v prípadoch a), b)?

1.4 Vzájomné silové pôsobenie dvoch priamych rovnobežných vodičov s prúdmi

Pripomeňme najskôr niektoré z predchádzajúcich poznatkov:

a) V okolí vodiča s prúdom je magnetické pole.

b) V magnetickom poli pôsobí na vodič s prúdom sila.

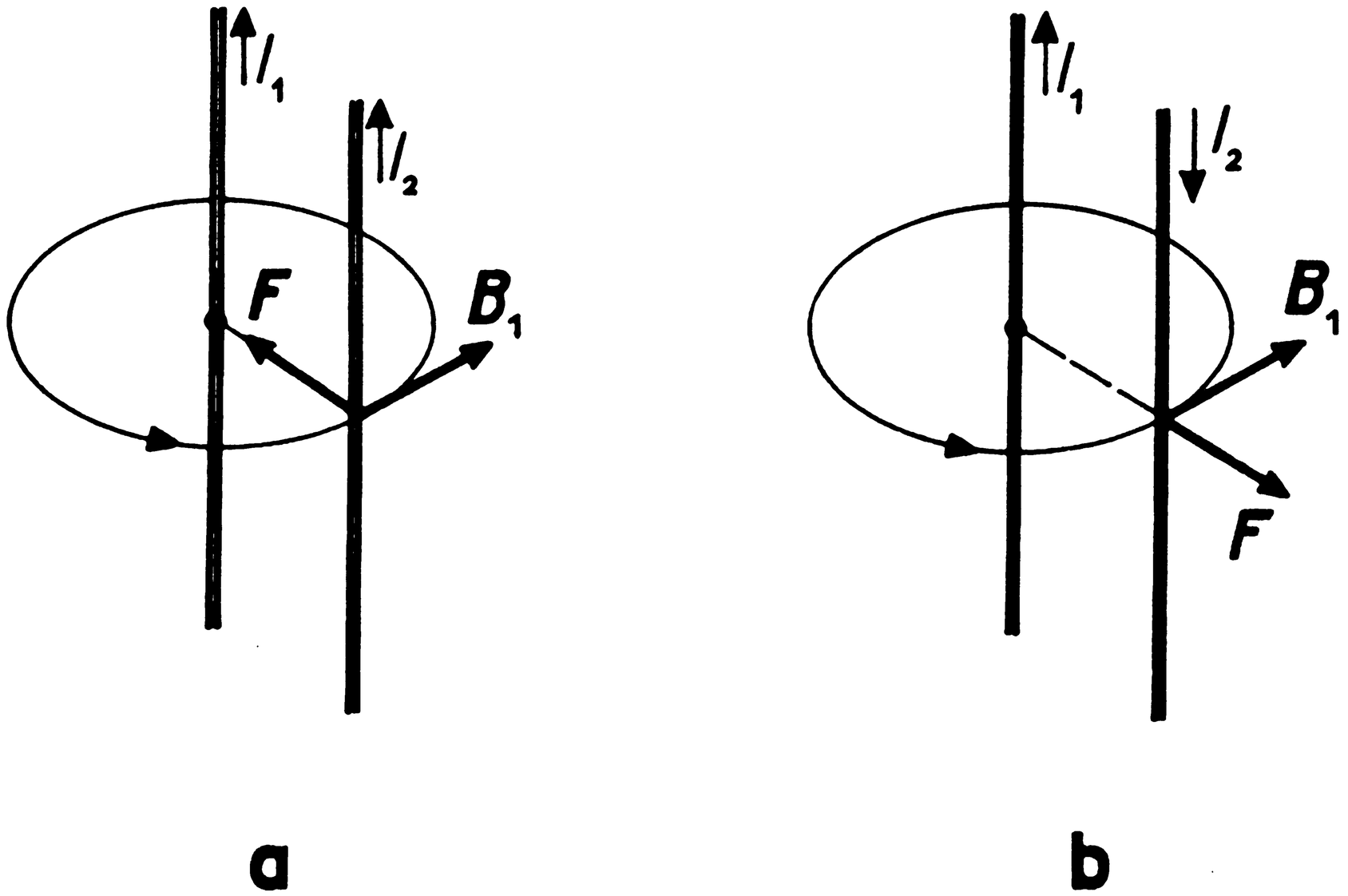
Odtiaľ vyplýva, že ak sú blízko seba dva vodiče s prúdom, pôsobí na každý z nich sila.

Pôsobenie týchto síl môžeme ukázať na jednoduchom pokuse. Dva zvislé ľahko pohyblivé vodiče, ktoré sú v malej vzdialenosti od seba, sériovo spojíme a cez reostat pripojíme na zdroj. Keď obidvoma vodičmi prechádzajú prúdy rovnakými smermi, priťahujú sa, keď prechádzajú nimi prúdy opačnými smermi, odpudzujú sa.

Výsledky pokusu vysvetlíme takto: Magnetické polia oboch vodičov sa skladajú do výsledného magnetického poľa. Keďže na tenký priamy vodič nepôsobí silou jeho vlastné magnetické pole, budeme uvažovať iba o sile pôsobiacej na vodič v magnetickom poli susedného vodiča. Napríklad na druhý vodič s prúdom I_2 pôsobí magnetické pole prvého vodiča s prúdom I_1 silou $\boldsymbol{F}$ (obr. 1-10). Magnetická indukcia $\boldsymbol{B}_1$ tohto poľa je v bodoch druhého vodiča kolmá na rovinu oboch vodičov. Sila $\boldsymbol{F}$ je kolmá na $\boldsymbol{B}_1$ aj na druhý vodič (stať 1.3). Jej smer určíme pravidlom ľavej ruky. Výsledok je znázornený na obr. 1-10a, b. Vidíme, že súhlasí s výsledkami pokusu.

Rovnako oprávnený je opačný predpoklad, že prvý vodič je v magnetickom poli druhého vodiča. Smer sily pôsobiacej na prvý vodič by sme určili analogickým postupom, opäť v súhlase s výsledkami pokusu.

Pokusom možno ukázať, že aj dve valcové súosové cievky sa navzájom



1-10
Silové pôsobenie medzi dvoma rovnobežnými vodičmi s prúdom

priťahujú, ak nimi prechádzajú prúdy súhlasných smerov a odpudzujú sa pri nesúhlasných smeroch prúdov.

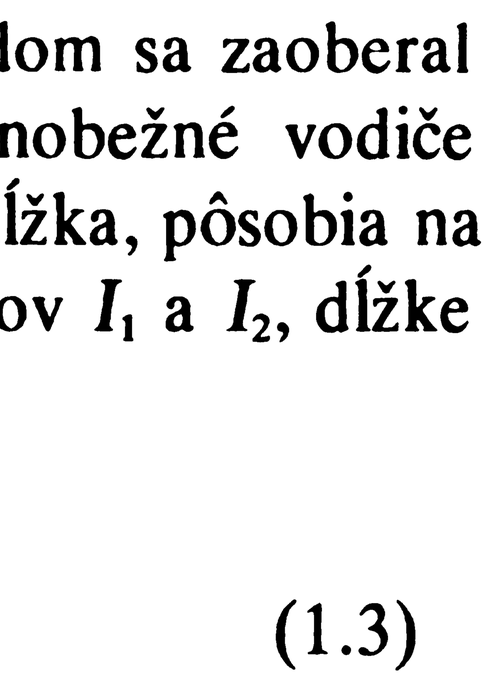
Štúdiom vzájomného pôsobenia medzi vodičmi s prúdom sa zaoberal francúzsky fyzik A. M. Ampère*. Zistil, že dva rovnobežné vodiče s prúdom, ktorých vzdialenosť je oveľa menšia ako ich dĺžka, pôsobia na seba silou, ktorej veľkosť je priamo úmerná súčinu prúdov I_1 a I_2, dĺžke vodičov l a nepriamo úmerná vzdialenosti vodičov d.

Túto závislosť možno vyjadriť vzťahom

$$F = k \frac{I_1 I_2}{d} l \qquad (1.3)$$

---

* ANDRÉ MARIE AMPÈRE (ampér; 1775—1836), francúzsky matematik a fyzik. Je zakladateľom elektrodynamiky. Zaoberal sa aj matematikou, jeho hlavným vedeckým prínosom sú objavy v oblasti elektromagnetizmu. Vymedzil pojem elektrického prúdu a definoval jeho smer, zaviedol označenie severného a južného pólu.



Konštanta úmernosti k závisí od voľby sústavy jednotiek a od prostredia (vyjadruje vplyv prostredia na veľkosť sily). V SI súvisí vzťahom

$$k = \frac{\mu}{2\pi}$$

s inou konštantou μ, ktorá sa volá **permeabilita prostredia. Permeabilita vákua** $\mu_0 = 4\pi \,.\, 10^{-7}\ \mathrm{N} \,.\, \mathrm{A}^{-2}$.

Zavádzame ešte **relatívnu permeabilitu** μ_r vzťahom

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Relatívna permeabilita je pomerná veličina (jednoduché číslo), ktorá udáva, koľkokrát väčšia (menšia) je permeabilita istého látkového prostredia ako permeabilita vákua. Pre vákuum $\mu_r = 1$, pre väčšinu látok je μ_r buď o málo väčšia, buď menšia ako jedna. Relatívna permeabilita niektorých látok (napr. železo, oceľ, nikel) je dosť veľká (10^2 až 10^5). Postupným dosadzovaním za k a za μ do vzťahu (1.3) dostaneme

$$F = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I_1 I_2 l}{d} = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi}\frac{I_1 I_2 l}{d} \qquad (1.4)$$

Na základe vzťahov (1.2) a (1.4) možno pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa veľmi dlhého priameho vodiča s prúdom odvodiť vzťah

$$B = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{d}$$

kde B je veľkosť magnetickej indukcie v bodoch, ktorých vzdialenosť od priameho vodiča s prúdom I je d.

Definícia ampéra

Jednotka prúdu ampér (značka A) je jednou zo základných jednotiek medzinárodnej meracej sústavy (SI). Je definovaná na základe vzťahu (1.4):

Ampér je stály prúd, ktorý pri prechode dvoma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného prierezu, umiestenými vo

vákuu vo vzájomnej vzdialenosti 1 m, vyvolá medzi týmito vodičmi silu s veľkosťou $2 \cdot 10^{-7}$ newtona na 1 m dĺžky vodiča.

Z definície ampéra pre permeabilitu vákua μ_0 vyplýva presná hodnota $4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{A}^{-2}$, ako sa o tom môžeme presvedčiť dosadením do vzťahu (1.4).

Úlohy

1. Vzdialenosť vodičov v kábli, ktorým prechádza prúd 25 A, je 5 mm. Akou veľkou silou je namáhaná izolácia medzi vodičmi na každom desaťmilimetrovom úseku? Relatívna permeabilita izolácie $\mu_r \doteq 1$. $[2{,}5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{N}]$
2. Medzi dvoma rovnobežnými vodičmi silnoprúdového vedenia, ktorých vzájomná vzdialenosť je 0,2 m, pôsobí sila veľkosti 16 N na každý meter dĺžky vodičov. Relatívna permeabilita prostredia $\mu_r \doteq 1$. Určte veľkosť prúdu vo vedení. $[4 \cdot 10^3\ \mathrm{A}]$
3. Dvoma priamymi rovnobežnými vodičmi sériovo spojenými prechádzal prúd. Koľkokrát bolo treba zväčšiť tento prúd, aby pri zväčšení vzdialenosti vodičov na dvojnásobok pôvodnej vzdialenosti nenastala zmena veľkosti síl pôsobiacich na vodiče? $[\sqrt{2}]$
4. Nakreslite schému zapojenia vodičov z predchádzajúcej úlohy tak, aby sily pôsobiace na vodiče boli príťažlivé (odpudivé).

1.5 Magnetické pole cievky

Dôležitým zdrojom magnetického poľa je cievka s prúdom. Podľa požadovaných vlastností magnetického poľa býva tvar cievok rozličný. Na utvorenie takmer homogénneho magnetického poľa sa často používa dlhá valcová cievka nazvaná *solenoid*.

Z teórie vyplýva pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vnútri nekonečne dlhej valcovej cievky vo vákuu, na ktorej je husto navinutý tenký vodič, vzťah

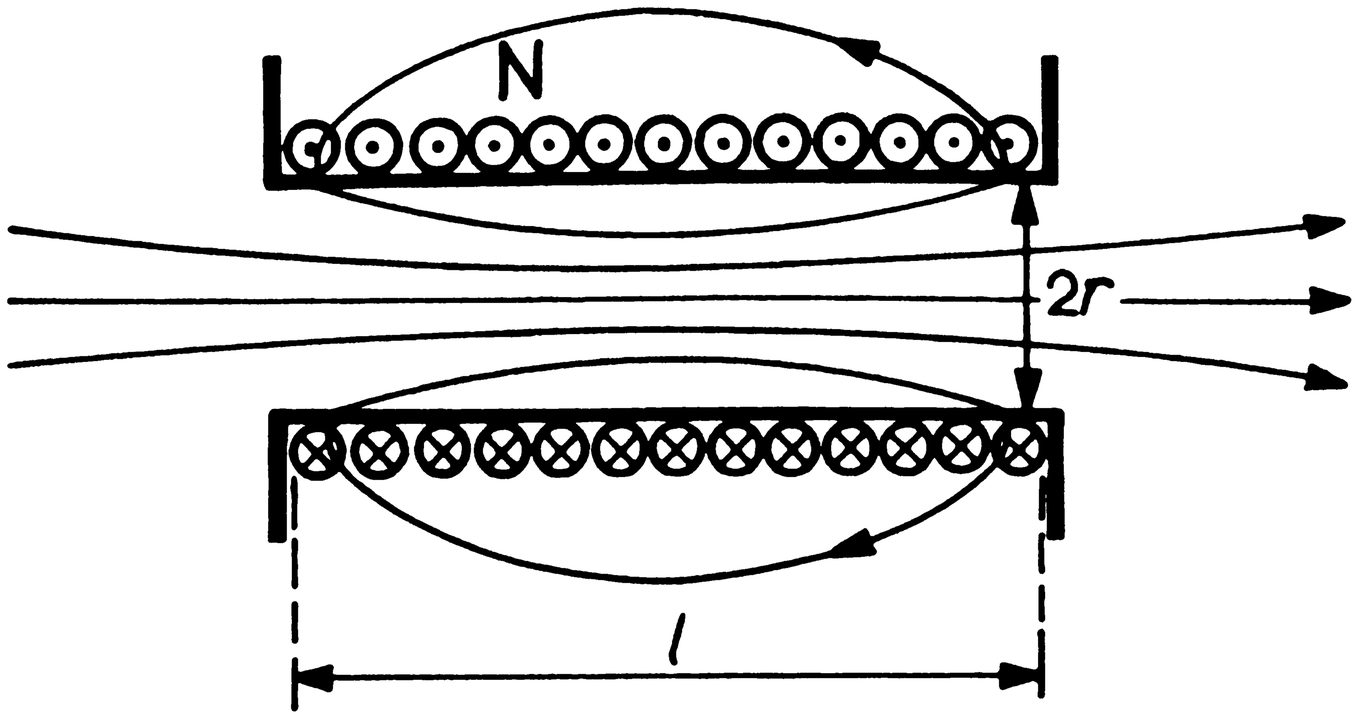
$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l} \qquad (1.5)$$

kde I je prúd v cievke a N počet závitov časti cievky s dĺžkou l. Podiel $\frac{N}{l}$ je tzv. hustota závitov, ktorá vyjadruje počet závitov pripadajúcich na jednotku dĺžky cievky.

Orientáciu magnetických indukčných čiar cievky určíme Ampérovým

pravidlom pravej ruky: Pravú ruku položíme na cievku tak, aby ohnuté prsty ukazovali dohodnutý smer prúdu v závitoch cievky a palec ukazuje orientáciu indukčných čiar v dutine cievky.

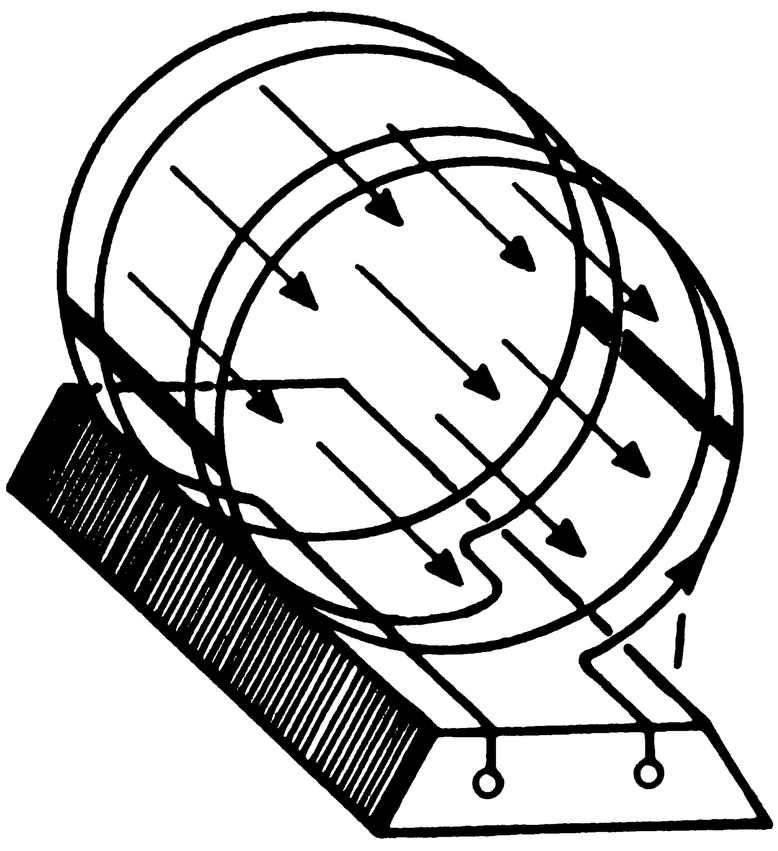
Magnetické pole v strednej časti skutočnej valcovej cievky (obr. 1-11), ktorej priemer je oveľa menší ako jej dĺžka ($2r \ll l$), je takmer homogénne. Jeho magnetická indukcia je o niečo menšia ako zodpovedá vzťahu (1.5) pre danú hustotu závitov a prúd v cievke.



1-11
Valcová cievka

V technickej praxi a pri meraní magnetických vlastností látok vo fyzike sa často používajú rozlične dlhé valcové cievky s väčším počtom vrstiev závitov. Všeobecne je vzťah pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa takejto cievky oveľa zložitejší, preto sa v takýchto prípadoch veľkosť magnetickej indukcie určuje zväčša meraním.

Zdrojom takmer homogénneho, ale pomerne slabého magnetického poľa sú *Helmholtzove cievky* (obr. 1-12). Sú to dve rovnaké úzke kruhové cievky so spoločnou osou, ktorých vzájomná vzdialenosť sa rovná ich

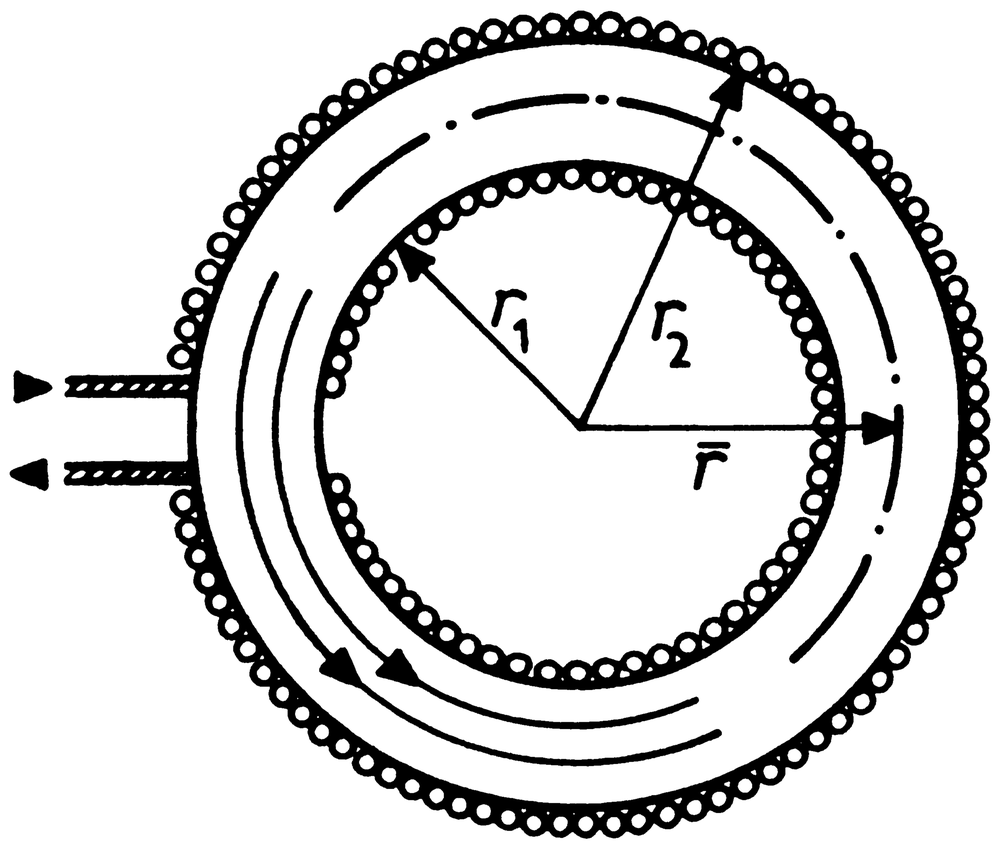


1-12
Helmholtzove cievky

polomeru. Obe cievky sú sériovo spojené tak, aby nimi prúd prechádzal súhlasným smerom. Využívaná oblasť magnetického poľa je medzi cievkami a siaha do vzdialenosti približne 0,5 *r* od osi.

V technickej praxi sa často používa *prstencová cievka* (obr. 1-13), ktorá vznikne navinutím vodiča na jadro tvaru prstenca. Magnetické pole prstencovej cievky, ktorej závity sú tesne vedľa seba, je sústredené takmer iba v dutine cievky (v jadre). Jeho indukčné čiary sú kružnice so stredmi na osi prstenca. Keď má prstenec kruhový prierez, volá sa cievka *toroidná*.

1-13
Toroidná cievka



Úlohy

1. Určte prúd, ktorý prechádza dlhou valcovou cievkou, ak je veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vnútri cievky $3{,}14 \cdot 10^{-3}$ T. Hustota závitov cievky je $2 \cdot 10^3\ \mathrm{m}^{-1}$. [1,25 A]
2. Dlhou valcovou cievkou, na ktorej je husto navinutý drôt s priemerom 0,80 mm, prechádza prúd 1 A. Určte veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa cievky. [$1{,}8 \cdot 10^{-3}$ T]
3. Vzťah (1.5) možno napísať v tvare $B_0 = kI$. Určte hodnotu konštanty úmernosti k cievky, na ktorej je husto navinutý drôt s priemerom 1 mm. [$4\pi \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T} \cdot \mathrm{A}^{-1}$]

1.6 Častice s nábojom v magnetickom poli

Na priamy vodič s prúdom dĺžky l pôsobí v homogénnom magnetickom poli sila (stať 1.3) s veľkosťou

$$F_m = BIl \sin \alpha \qquad (1.6)$$

Túto silu môžeme považovať za výslednicu síl pôsobiacich na voľné elektróny, ktoré sa pohybujú vo vodiči. V našej úvahe nahradíme skutočný vodič zjednodušeným modelom vodiča tak, aby sa nezmenil prúd I, a teda ani sila F_m. Vo vodiči s dĺžkou l nech je N voľných elektrónov s celkovým nábojom $Q = Ne$, ktoré sa pohybujú rovnakou a konštantnou rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ v smere vodiča. Vzdialenosť l prejdú za čas $t = \frac{l}{v}$, t. j. prierezom vodiča prejde za čas t práve náboj Q. To zodpovedá prúdu s veľkosťou $I = \frac{|Q|}{t}$, kde $|Q|$ je veľkosť náboja. Po dosadení za I a l do vzťahu (1.6) dostaneme vzťah

$$F_m = B \frac{|Q|}{t} vt \sin \alpha = |Q| vB \sin \alpha \qquad (1.7)$$

Na jeden voľný elektrón teda pôsobí sila, ktorej veľkosť je

$$F_m = evB \sin \alpha$$

Tento vzťah platí aj pre elektróny, ktoré sa pohybujú v magnetickom poli mimo vodiča, napr. v televíznych obrazovkách. V tvare $F_m = |Q| vB \sin \alpha$ platí aj pre iné častice s nábojom Q (pozitrón, protón, častice alfa, kladné aj záporné ióny a iné).

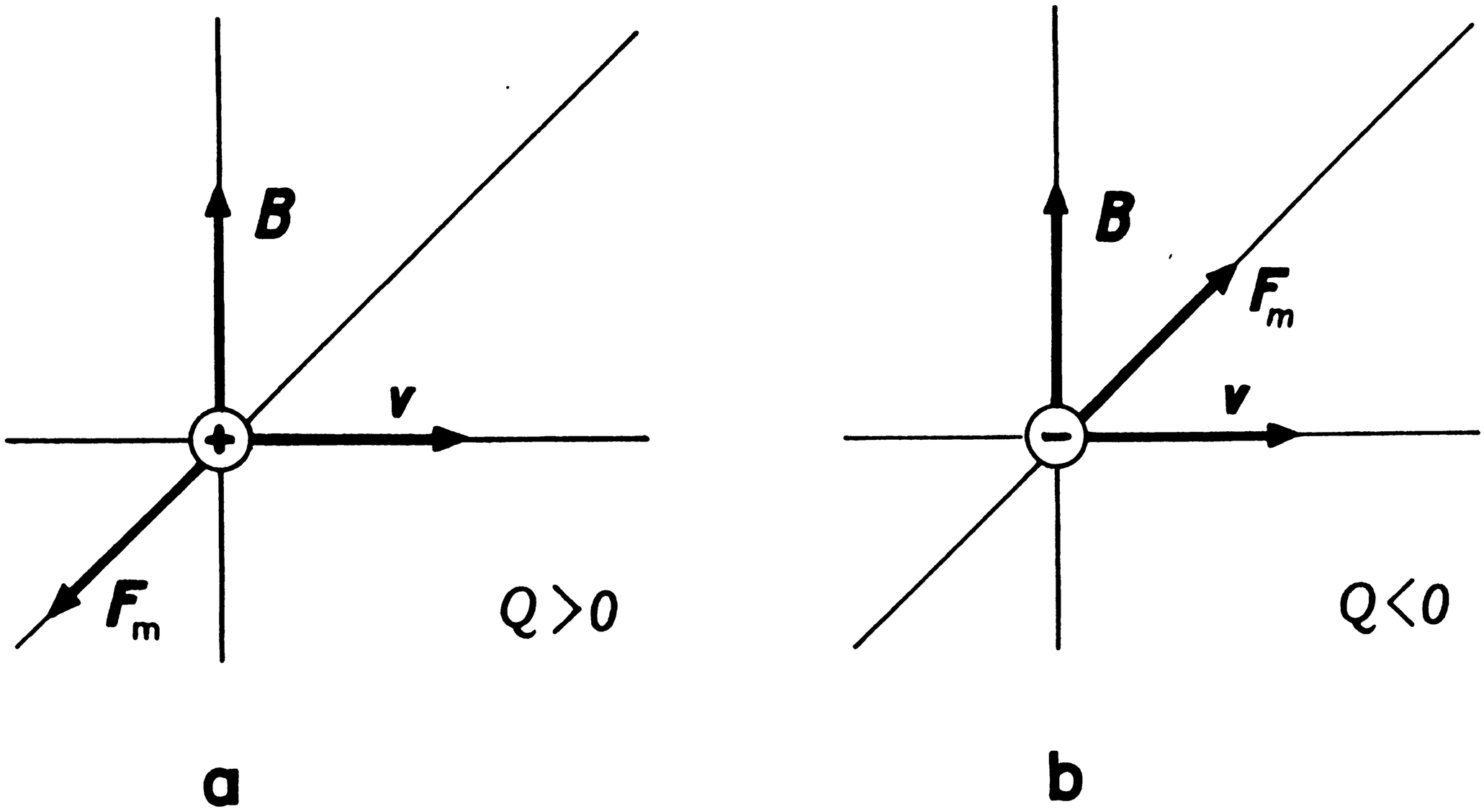
Keď sa častica s nábojom Q pohybuje súčasne v elektrickom a magnetickom poli, pôsobí na ňu sila $\boldsymbol{F}_L$, ktorá je vektorovým súčtom elektrickej sily $\boldsymbol{F}_e$ s veľkosťou $|Q|E$ a magnetickej sily $\boldsymbol{F}_m$ s veľkosťou danej vzťahom (1.7): $\boldsymbol{F}_L = \boldsymbol{F}_e + \boldsymbol{F}_m$. Sila $\boldsymbol{F}_L$ sa volá **Lorentzova sila***.

Za neprítomnosti elektrického poľa je Lorentzova sila totožná s magnetickou silou $\boldsymbol{F}_m$.

---

* HENDRIK ANTOON LORENTZ (lorenc; 1853—1928), holandský fyzik, nositeľ Nobelovej ceny za rok 1902. Je tvorcom elektrónovej teórie o vzájomnom pôsobení elektromagnetického poľa a nabitých častíc. Vypracoval tzv. Lorentzovu transformáciu, ktorá sa používa v špeciálnej teórii relativity.

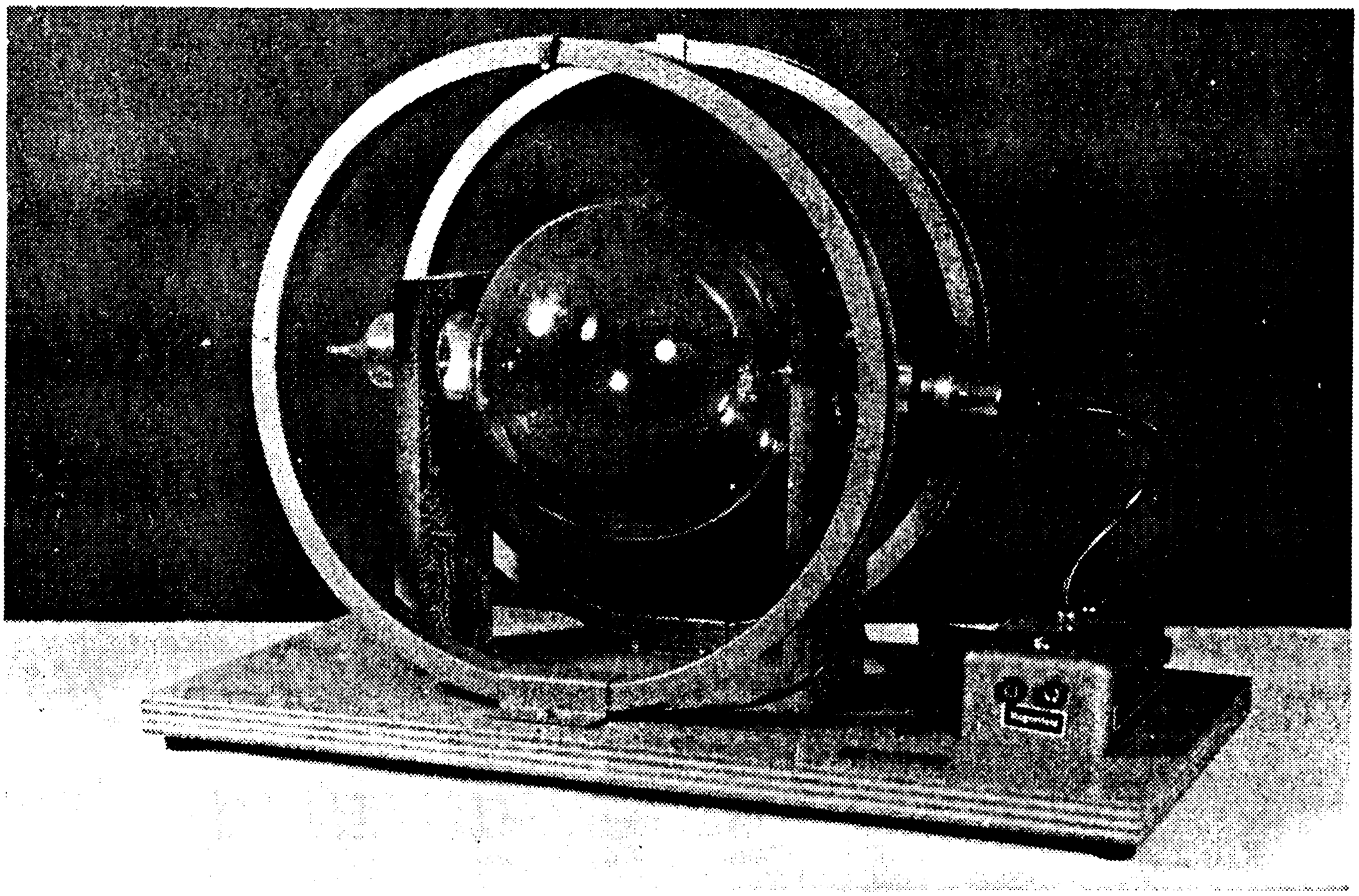
Sila F_m je kolmá na rýchlosť v častice s nábojom a na magnetickú indukciu B (obr. 1-14a, b).



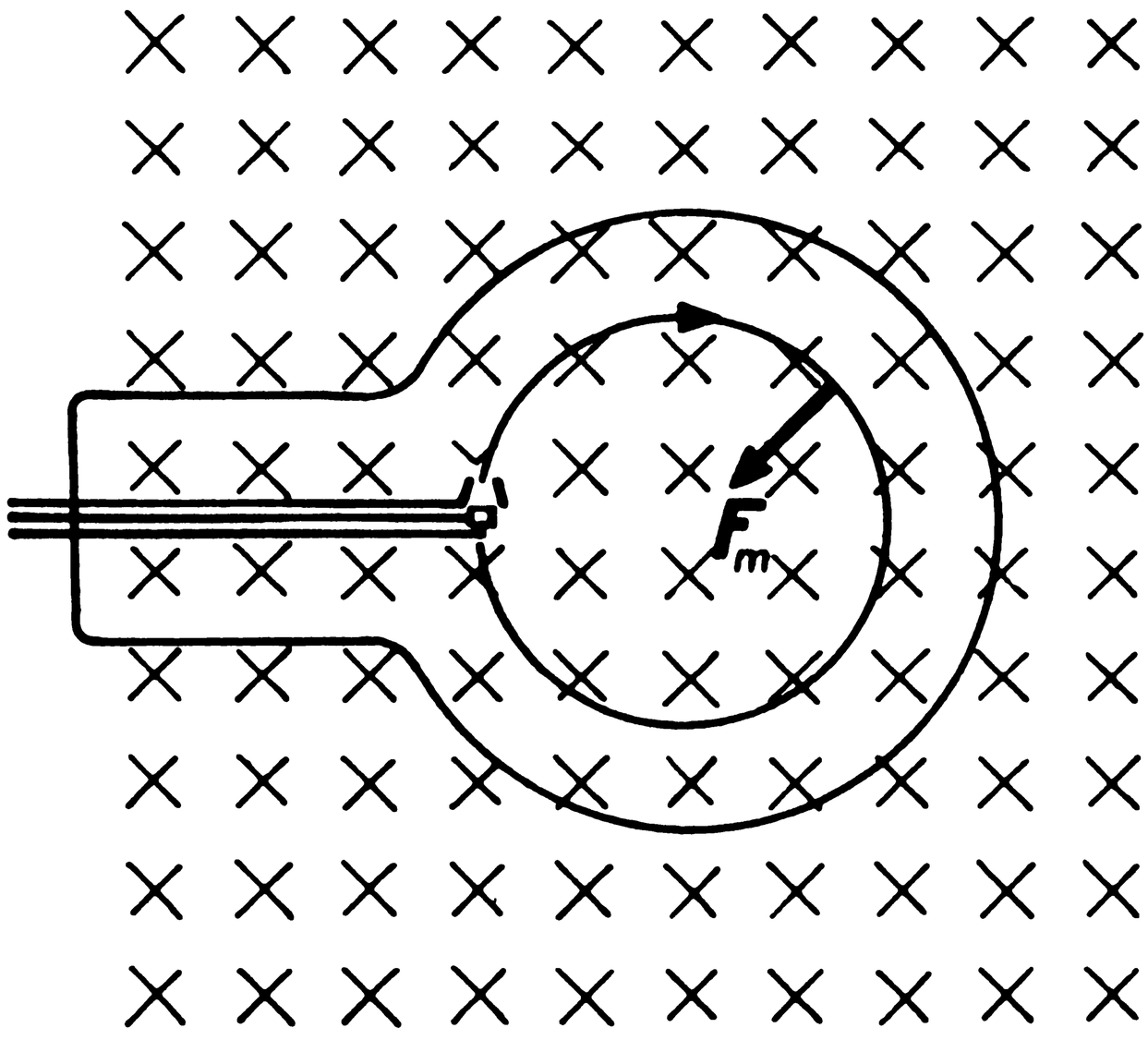
1-14
Smer magnetickej sily pôsobiacej na časticu s nábojom

Smer sily F_m, ktorá pôsobí na časticu s kladným nábojom ($Q>0$), určíme Flemingovým pravidlom ľavej ruky (stať 1.3), v ktorom smer prúdu nahradíme smerom rýchlosti častice. Pri častici so záporným nábojom ($Q<0$) je smer sily F_m opačný. Keďže $F_m \perp v$, nekoná magnetická sila prácu a kinetická energia aj veľkosť rýchlosti častice zostáva pri pohybe konštantná.

Keď častica s nábojom vnikne do homogénneho magnetického poľa kolmo na indukčné čiary ($\alpha = 90°$), pohybuje sa ďalej po kružnici v rovine kolmej na indukčné čiary. Môžeme sa o tom presvedčiť napr. pomocou *Wehneltovej trubice* (obr. 1-15), ktorej schéma je na obr. 1-16. Elektróny emitované žeravou katódou sú elektrickým poľom medzi anódou a katódou urýchlené a vnikajú do homogénneho magnetického poľa vytvoreného Helmholtzovými cievkami, v ktorom sa pohybujú po trajektórii tvaru kružnice. Pritom sa elektróny zrážajú s molekulami vodíka, ktorými je trubica naplnená pod nízkym tlakom $p \approx 1$ Pa a vzbudzuje ich k žiareniu. Tým sa utvára svietiaca stopa, ktorá zviditeľňuje trajektóriu elektrónov tvaru kružnice.



1-15
Wehneltova trubica v magnetickom poli Helmholtzových cievok



1-16
Schéma Wehneltovej trubice

Pri pohybe častice po kružnici je magnetická sila F_m dostredivou silou*. Platí teda

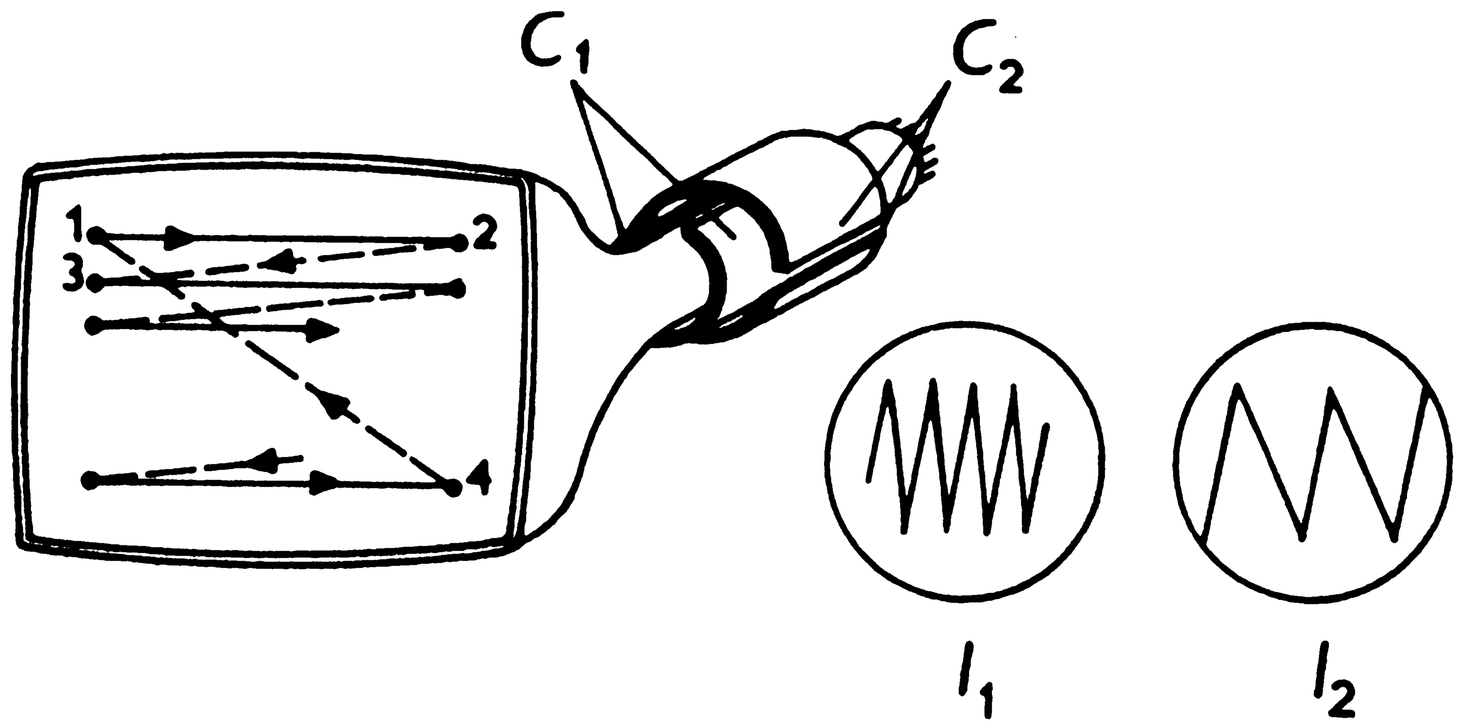
$$|Q|vB \sin 90° = m \frac{v^2}{r}$$

Pre polomer r trajektórie častice z predchádzajúceho vzťahu dostaneme

$$r = \frac{mv}{|Q|B}$$

Schopnosť magnetického poľa ovplyvniť tvar trajektórie pohybujúcej sa častice s nábojom alebo zväzkov týchto častíc sa využíva v mnohých technických zariadeniach.

Jedným z nich je televízna obrazovka, ktorá pracuje na princípe vychyľovania elektrónového zväzku premenným magnetickým poľom. Prúd elektrónov (elektrónový zväzok) emitovaných žeravou katódou a urýchlených elektrickým poľom prechádza magnetickými poliami dvoch cievok nasunutých na krčku obrazovky (obr. 1-17). Magnetické pole



1-17
Televízna obrazovka

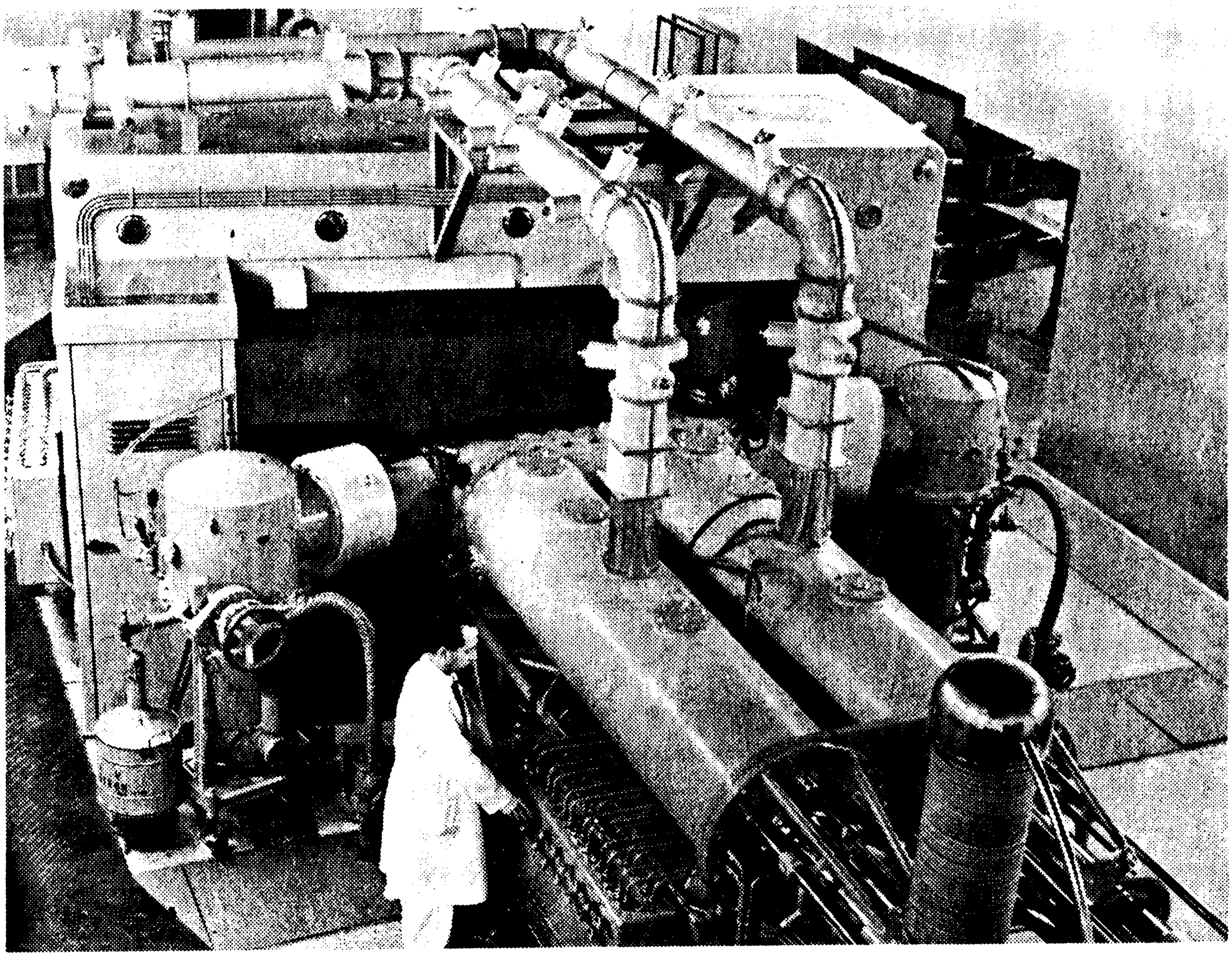
cievky C_1 vychyľuje prúd elektrónov v zvislom smere, magnetické pole cievky C_2 vo vodorovnom smere. Prúdy v cievkach majú taký pílovitý

---

* Zopakujte si poznatky o rovnomernom pohybe po trajektórii tvaru kružnice. Dostredivé zrýchlenie má veľkosť $a = \frac{v^2}{r}$, takže dostredivá sila má veľkosť $F = ma = m \frac{v^2}{r}$, kde v je veľkosť rýchlosti telesa, m je jeho hmotnosť a r je polomer trajektórie.

priebeh a rozličnú frekvenciu, aby žiariaca stopa zväzku utvorila na tienidle obrazovky obdĺžnikovú sústavu 625 vodorovných riadkov. Obraz vzniká zmenami jasu žiariacej stopy spôsobenými zmenami prúdu v elektrónovom zväzku. Zabezpečuje sa to riadiacou elektródou obrazovky podľa priebehu zosilneného napätia obrazového signálu prijatého anténou televízneho prijímača.

Schopnosť magnetického poľa ovplyvniť tvar trajektórie pohybujúcej sa častice s nábojom sa využíva aj v urýchľovačoch častíc, napr. *v cyklotróne* (obr. 1-18). Častice s nábojom

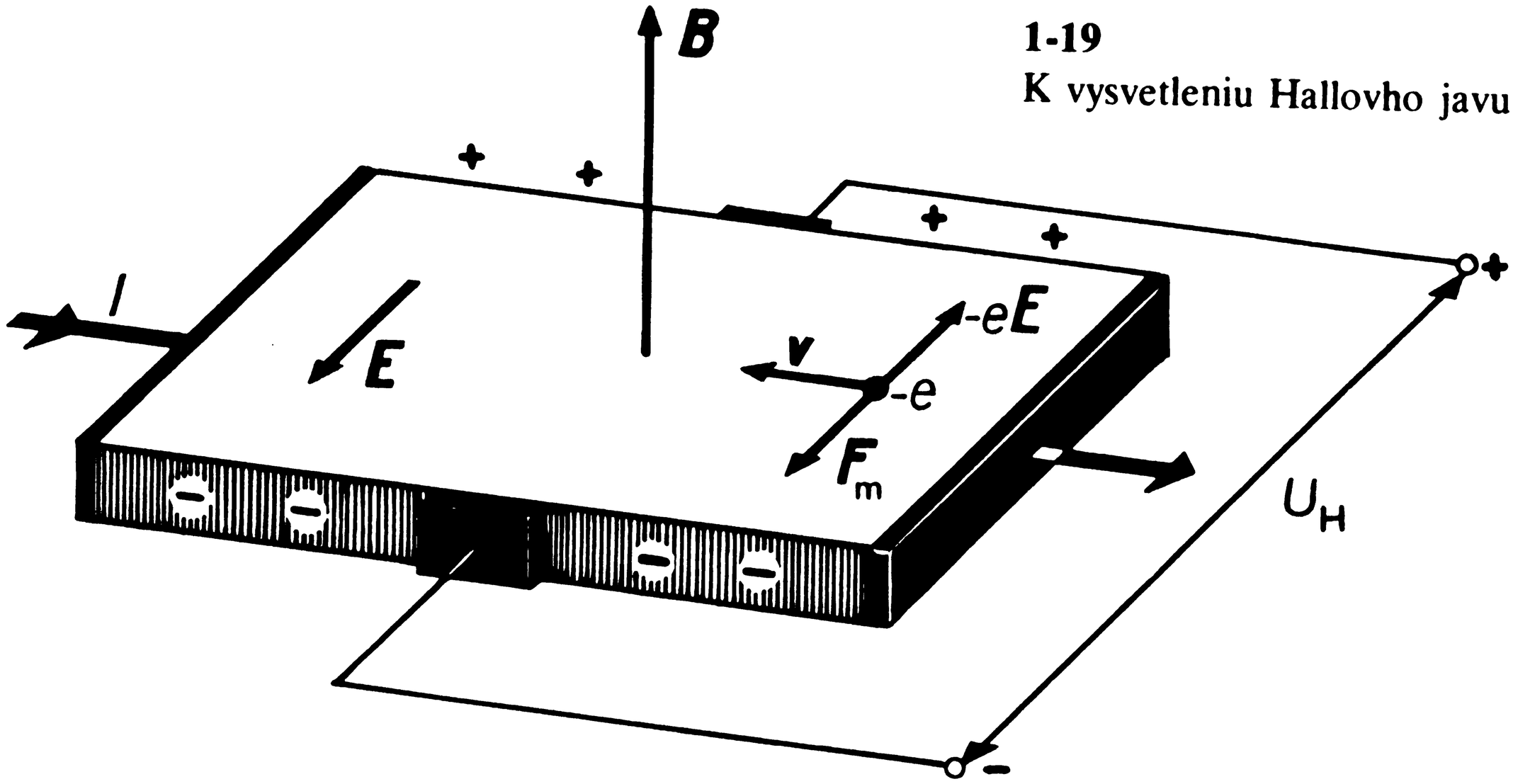


1-18
Cyklotrón

(protóny, ióny) sú injektované do pracovného priestoru cyklotrónu a ďalej urýchľované elektrickým poľom. Aby neopustili pracovný priestor urýchľovača predčasne, sú udržiavané na špirálových trajektóriách magnetickým poľom veľkého elektromagnetu. S urýchľovačmi sa podrobnejšie oboznámite v 4. ročníku.

Hallov jav

Vodivú platňu z kovu alebo polovodiča, ktorou prechádza v smere najdlhšej hrany prúd, umiestime do magnetického poľa tak, aby vektor magnetickej indukcie bol na platňu kolmý (obr. 1-19). Voltmetrom



1-19
K vysvetleniu Hallovho javu

zistíme, že medzi bočnými stenami platne je malé napätie U_H. Túto skutočnosť objavil v roku 1879 *E. H. Hall** a napätie U_H sa volá **Hallovo napätie.** Príčinou jeho vzniku je magnetická sila F_m pôsobiaca na voľné nosiče náboja v platni, ktoré sa premiesťujú k jednej jej bočnej stene. Tým v nej vzniká nadbytok nosičov náboja, kým v druhej bočnej stene je ich nedostatok. Nerovnomerné rozdelenie nábojov má za následok vznik

* Edwin Herbert Hall (hól; 1855—1938), americký fyzik, profesor na Harvardskej univerzite v USA. Zaoberal sa termoelektrickými a galvanometrickými javmi. Skúmal termoelektrické deje v kovoch. V roku 1879 zistil, že silový účinok magnetického poľa na pohybujúci sa elektrický náboj vo vodiči vyvoláva elektrické napätie (tzv. Hallov efekt).

priečneho elektrického poľa s intenzitou $\boldsymbol{E}$. V rovnovážnom stave pôsobí na nosiče náboja (napr. elektróny s nábojom $-e$) sila $\boldsymbol{F}_e = e\boldsymbol{E}$, ktorá je rovnako veľká ako magnetická sila, ale má opačný smer. Tomu zodpovedá Hallovo napätie, ktoré je priamo úmerné veľkosti magnetickej indukcie ($U_H = kB$). Táto závislosť sa využíva v prístrojoch na meranie veľkosti magnetickej indukcie — *teslametroch.*

Úlohy

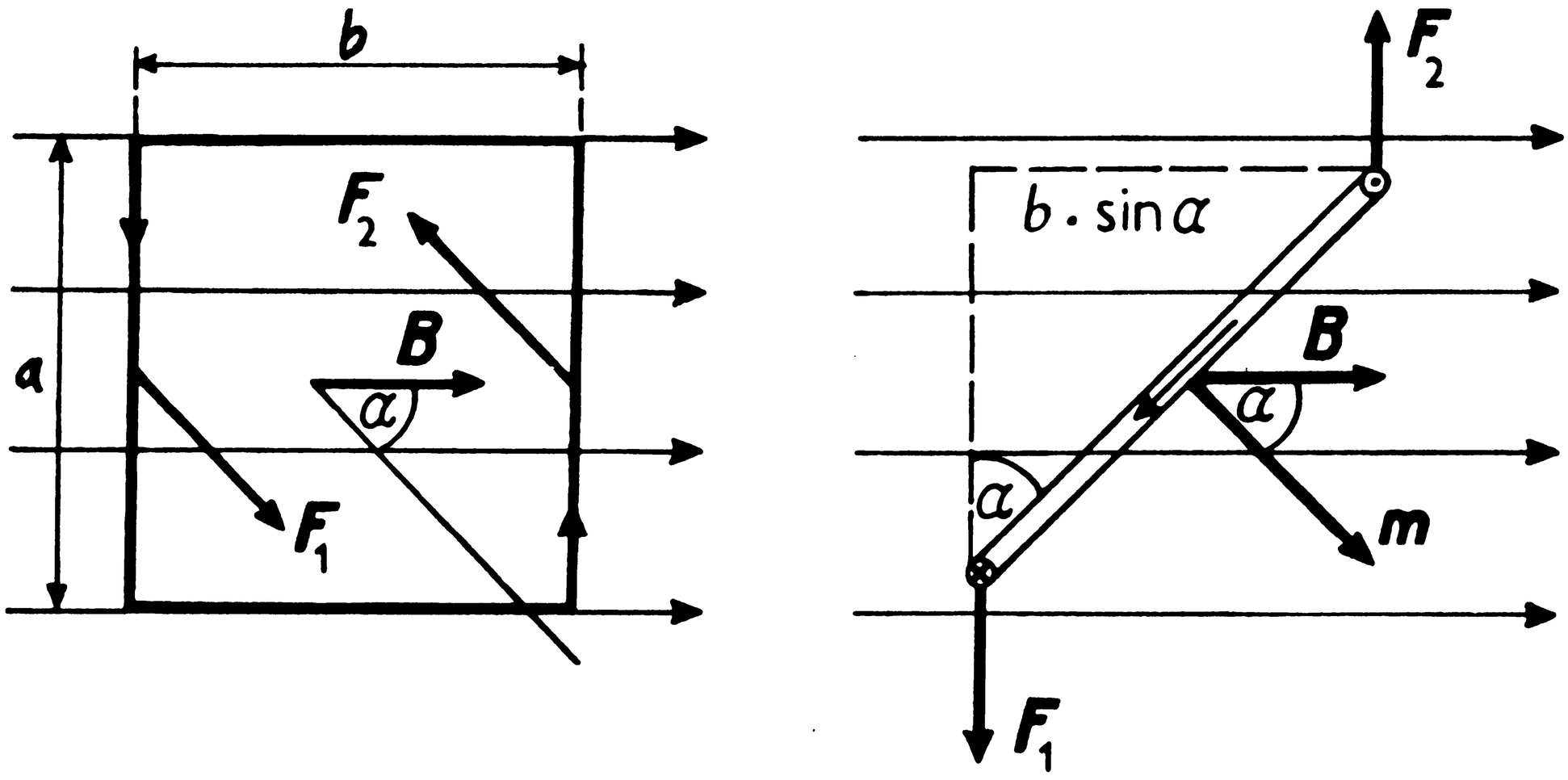
1. Akou rýchlosťou sa pohyboval protón v magnetickom poli, ak jeho trajektóriou bola kružnica s polomerom 0,60 m a magnetická indukcia mala veľkosť 1 T? [$5{,}76 \cdot 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$]
2. S akou frekvenciou obiehal protón z predchádzajúcej úlohy po svojej trajektórii? [15 MHz]
3. Elektrón vletel rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ do elektrického poľa nabitého platňového kondenzátora, ktorý bol umiestený v homogénnom magnetickom poli tak, že platilo $\boldsymbol{E} \perp \boldsymbol{B}$. Ďalej bola $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$ a $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{E}$. Aký vzťah musia spĺňať veličiny $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$, aby sa trajektória elektrónu nezakrivila? $\left[v = \frac{E}{B}\right]$

1.7 Závit s prúdom v magnetickom poli

Ako už vieme, v homogénnom magnetickom poli, ktorého indukčné čiary sú vodorovné, zaujme magnetka vždy takú rovnovážnu polohu, v ktorej má jej os smer vektora magnetickej indukcie. Podobne sa správa aj rovinný závit s prúdom voľne zavesený v homogénnom magnetickom poli tak, že jeho rovina je zvislá. Ustáli sa v rovnovážnej polohe, v ktorej má normála plochy závitu smer vektora magnetickej indukcie.

Otáčanie závitu s prúdom v magnetickom poli spôsobuje dvojica síl. Veľkosť jej momentu závisí od polohy závitu.

Pre jednoduchosť uvažujme o závite s prúdom v tvare obdĺžnika so stranami a, b, ktorý je v homogénnom magnetickom poli v polohe znázornenej na obr. 1-20a. V tejto polohe zviera normála plochy závitu s vektorom magnetickej indukcie uhol $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Na časti závitu, rovnobežné



a b

1-20

Silové pôsobenie homogénneho magnetického poľa na závit s prúdom $\left(\text{a) } \alpha = \frac{\pi}{2}\text{; b) } \alpha < \frac{\pi}{2}\text{, pohľad zhora}\right)$

s vektorom magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$, sily nepôsobia, kým na časti s dĺžkou a pôsobia sily $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, pre veľkosť ktorých platí

$$F_1 = F_2 = BIa$$

Tieto sily sú kolmé na rovinu závitu a ich smery sú navzájom opačné. Na závit teda pôsobí dvojica síl s momentom $\boldsymbol{M}$, pre ktorého veľkosť platí

$$M = bF_1 = bF_2 = bBIa = BIS$$

kde I je prúd v závite a S je obsah plochy závitu.

V uvažovanej polohe závitu $\left(\alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ je moment dvojice síl najväčší, kým v rovnovážnej polohe $(\alpha = 0)$ je nulový. Veľkosť momentu dvojice síl M v polohe určenej uhlom α ($\alpha \in \langle 0, \pi \rangle$; obr. 1-20b) je daná vzťahom

$$M = BIS \sin \alpha$$

Sily, ktoré pôsobia na časti závitu s dĺžkou b, sa navzájom rušia, lebo vektory týchto síl ležia na tej istej priamke v rovine závitu a majú

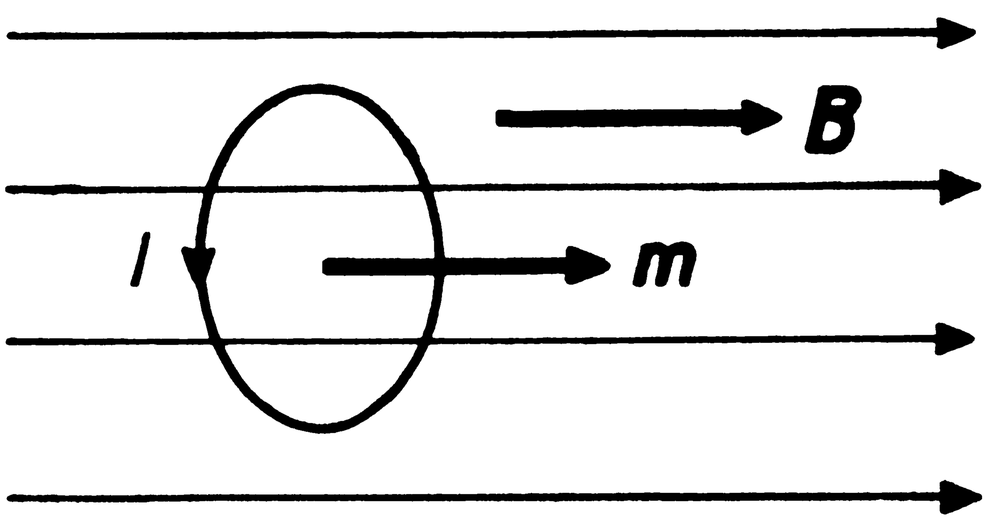
navzájom opačné smery. Ich pôsobenie na závit nemá otáčavý účinok (ich moment je v každej polohe závitu nulový).

Súčin *IS* vyjadruje veľkosť vektorovej veličiny ***m***, ktorú nazývame **Ampérov magnetický moment** závitu s prúdom alebo aj Ampérov magnetický moment rovinnej prúdovej slučky. Jednotkou Ampérovho magnetického momentu je $A \cdot m^2$.

Ampérov magnetický moment ***m*** závitu s prúdom je kolmý na rovinu závitu a jeho smer je zhodný so smerom vektora magnetickej indukcie vlastného magnetického poľa závitu v ľubovoľnom bode jeho plochy. Veľkosť magnetického momentu závitu s prúdom môžeme určiť výpočtom zo vzťahu $m = IS$ alebo meraním.

Magnetický moment je dôležitá magnetická veličina charakterizujúca nielen závit s prúdom, ale všetky reálne fyzikálne objekty, ktoré utvárajú vo svojom okolí magnetické pole (vodiče ľubovoľného tvaru s uzavretým prúdom, permanentné magnety, dočasne zmagnetizované telesá a pod.*).

Spomenuté makroskopické objekty, ak sú voľné, zaujímajú vo vonkajšom magnetickom poli takú stálu rovnovážnu polohu, v ktorej má ich magnetický moment rovnaký smer ako vektor magnetickej indukcie vonkajšieho magnetického poľa v danom mieste. Táto situácia je pre kruhovú prúdovú slučku znázornená na obr. 1-21.



1-21
Stála rovnovážna poloha kruhovej prúdovej slučky v homogénnom magnetickom poli

Správanie elementárnych častíc a atómov s nenulovým magnetickým momentom vo vonkajšom magnetickom poli je zložitejšie.

---

* Magnetický moment je charakteristickou veličinou aj pre atómy a elementárne častice (napr. elektróny a protóny). Správanie týchto objektov mikrosveta vo vonkajšom magnetickom poli je však zložitejšie, lebo tu sa prejavuje kvantový charakter dejov v mikrosvete.

Úlohy

1. Závitom tvaru štvorca so stranou 20 cm prechádza prúd 5 A. Určte veľkosť Ampérovho magnetického momentu závitu. [0,2 A . m²]
2. Normála plochy závitu z predchádzajúcej úlohy zviera s vektorom magnetickej indukcie ***B*** uhol $\alpha = 60°$. Určte veľkosť momentu dvojice síl, ktoré na závit s prúdom pôsobia, ak $B = 0{,}58$ T. [0,10 N . m]
3. Tyčový magnet má priemer 1 cm a jeho Ampérov magnetický moment má veľkosť 0,628 A . m². Aký prúd by musel prechádzať kruhovým závitom s priemerom 1 cm, aby jeho Ampérov magnetický moment mal tiež veľkosť 0,628 A . m²? [8 . 10³ A]

1.8 Látky v magnetickom poli

Keď pozorujeme predmety z rozličných materiálov v blízkosti magnetu, zistíme, že niektoré sa k magnetu pomerne silne priťahujú (oceľ, nikel a iné), kým iné na priblíženie magnetu viditeľne nereagujú (meď, hliník, sklo a iné). Sily, ktoré pôsobia na predmety druhej skupiny, sú veľmi malé a možno ich zistiť iba veľmi citlivými prístrojmi.

Látky, ktoré výrazne reagujú na priblíženie magnetu, nazývame **feromagnetické** (z latinského *ferrum* — železo). Ostatné látky nazývame **neferomagnetické.** O žiadnej látke nemožno povedať, že je nemagnetická.

Veľmi rozdielne magnetické vlastnosti látok sú podmienené nerovnakými magnetickými vlastnosťami atómov, ich rozmiestením v látke a charakterom ich vzájomného pôsobenia (interakciou).

Elektrón obiehajúci okolo jadra atómu utvára prúd, ktorý predstavuje rovinnú prúdovú slučku, ktorá má istý magnetický moment; nazýva sa **orbitalový magnetický moment elektrónu.** Okrem toho má elektrón ešte vlastný **spinový** (z angl. *spin* — otáčať sa) **magnetický moment.** Výsledný magnetický moment atómu je daný vektorovým súčtom orbitalových a spinových magnetických momentov jeho elektrónov. Jadro atómu prispieva k celkovému magnetickému momentu atómu veľmi málo.

Atómy, ktorých výsledný magnetický moment je nulový, volajú sa **diamagnetické,** atómy s nenulovým magnetickým momentom sú **paramagnetické.**

Diamagnetické látky sa skladajú z diamagnetických atómov. Nepatrne

zoslabujú magnetické pole, ich relatívna permeabilita je o niečo menšia ako jedna (tab. 1). Diamagnetické sú inertné plyny, zlato, meď, ortuť a i.

Tabuľka 1 Hodnoty relatívnych permeabilít niektorých látok

Látka	μ_r	Látka	$\mu_{r\,max}$
meď	0,999 990	nikel	300
bizmut	0,999 848	oceľ (Fe, Si)	8 000
hliník	1,000 023	čisté železo	15 000
platina	1,000 264	supermalloy	1 000 000

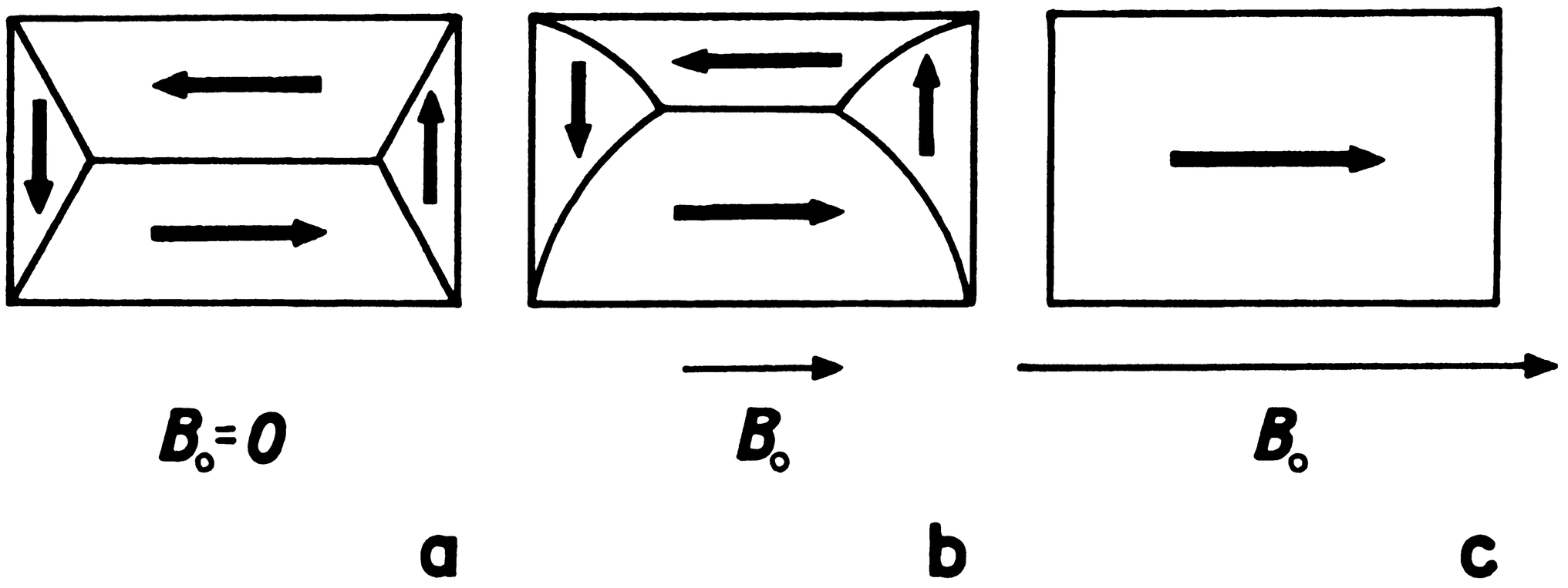
Paramagnetické látky sa skladajú z paramagnetických atómov. Nepatrne zosilňujú magnetické pole, ich relatívna permeabilita je o niečo väčšia ako jedna. Pre rušivý vplyv tepelného pohybu atómov nemožno dosiahnuť paralelné usporiadanie ich magnetických momentov, t. j. magnetického nasýtenia, ani pôsobením silného vonkajšieho magnetického poľa. Paramagnetické látky sú platina, hliník, mangán, kyslík a iné.

Feromagnetické látky sa skladajú z paramagnetických atómov podobne ako paramagnetické látky. Napriek tomu sa magnetické nasýtenie dosiahne už v magnetickom poli bežného elektromagnetu. Relatívna permeabilita feromagnetických látok je oveľa väčšia ako jedna (10^2 až 10^5).

Vo feromagnetických látkach pôsobí medzi najbližšími susednými atómami osobitný druh síl (*výmenné sily*), ktoré spôsobujú paralelné usporiadanie magnetických momentov týchto atómov. Smer, v ktorom sa magnetické momenty atómov usporiadajú, nie je rovnaký pre celú vzorku feromagnetickej látky. Atómy, ktorých magnetické momenty sú usporiadané rovnakým smerom, tvoria **magnetickú doménu.** Magnetické domény sú teda magneticky nasýtené oblasti feromagnetickej látky. Ich objem je 10^{-3} mm³ až 10 mm³. Keďže nasýtenie domény nastáva samovoľne — spontánne (t. j. bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa), nazýva sa tento jav **spontánna magnetizácia.**

Keď sa zväčšuje veľkosť magnetickej indukcie vonkajšieho magnetického poľa, do ktorého sme vložili feromagnetickú látku, menia sa objemy domén (obr. 1-22a, b) a ich magnetické momenty sa postupne stáčajú do smeru vektora magnetickej indukcie magnetického poľa v látke. Tieto magnetizačné deje nazývame **magnetizovanie.** Pri istej veľkosti magnetic-

kej indukcie magnetického poľa sa magnetické momenty všetkých atómov látky usporiadajú paralelne, t. j. vymizne doménová štruktúra a látka je magneticky nasýtená (obr. 1-22c).



1-22
Zmena doménovej štruktúry malej platničky vo vonkajšom magnetickom poli

Ukázalo sa, že feromagnetizmus vzniká iba v pevných látkach. Plyny a kvapaliny nie sú feromagnetické. Ďalej sa ukázalo, že každá feromagnetická látka pri prekročení istej teploty prestáva byť feromagnetická. Táto teplota sa volá **Curieho teplota*** (napr. pre Fe je 770 °C, pre nikel 360 °C). Pri vyšších teplotách, ako je Curieho, stáva sa feromagnetická látka paramagnetickou.

Poznáme pomerne veľa látok, ktoré sú pri bežnej teplote feromagnetické. Sú to jednak prvky Fe, Ni, Co, Cd, jednak zliatiny týchto prvkov, aj zliatiny, ktoré uvedené prvky neobsahujú.

Do skupiny feromagnetických látok patria **ferimagnetické látky** alebo **ferity.** Sú to zlúčeniny oxidu železa Fe_2O_3 s oxidmi niektorých iných kovov. Napríklad $MnO \cdot Fe_2O_3$ je ferit manganatý, $BaO \cdot 6\ Fe_2O_3$ je ferit

---

* PIERRE CURIE (küri; 1859—1906), francúzsky fyzik a chemik. Skúmal magnetické vlastnosti látok, neskôr sa spoločne s manželkou M. CURIEOVOU-SKLODOWSKOU zaoberal rádioaktivitou. Za objavy v tejto oblasti dostali manželia Curieovci a H. A. BECQUERELL v roku 1903 Nobelovu cenu.

bárnatý. Usporiadanie magnetických momentov atómov v doménach feritov je zložitejšie ako pri feromagnetických látkach. Relatívna permeabilita feritov je 10^2 až 10^3. Majú oveľa väčší merný elektrický odpor ako kovové feromagnetiká. Ferity sa používajú najmä ako jadrá cievok alebo ako trvalé magnety.

Úlohy

1. Do akých skupín sme rozdelili látky podľa ich magnetických vlastností?
2. Čím sú podmienené rozdielne magnetické vlastnosti látok?
3. V čom sa podstatne odlišujú feromagnetické látky od paramagnetických a diamagnetických látok?

1.9 Magnetická hysterézia

Pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa v strede veľmi dlhej cievky vo vákuu platí vzťah (stať 1.5)

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l} \tag{1.8}$$

Keď do cievky vložíme dlhé jadro (vzorku) z látky s relatívnou permeabilitou μ_r, bude magnetická indukcia magnetického poľa v látke daná vzťahom

$$B = \mu_r B_0 \tag{1.9}$$

Zo vzťahu (1.8) vyplýva, že veľkosť magnetickej indukcie B_0 nie je určená iba prúdom I, ale závisí aj od hustoty závitov cievky, t. j. od pomeru $\frac{N}{l}$. Iba prúd I teda neurčuje veľkosť B_0, a tým ani veľkosť magnetickej indukcie B. Určuje ju však výraz $\frac{NI}{l}$, ktorý vyjadruje veľkosť novej veličiny. Označíme ju $\boldsymbol{H}$ a nazveme **intenzita magnetického poľa** dlhej cievky. Pre jej veľkosť teda platí

$$H = \frac{NI}{l}$$

Jednotkou intenzity magnetického poľa je $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-1}$.

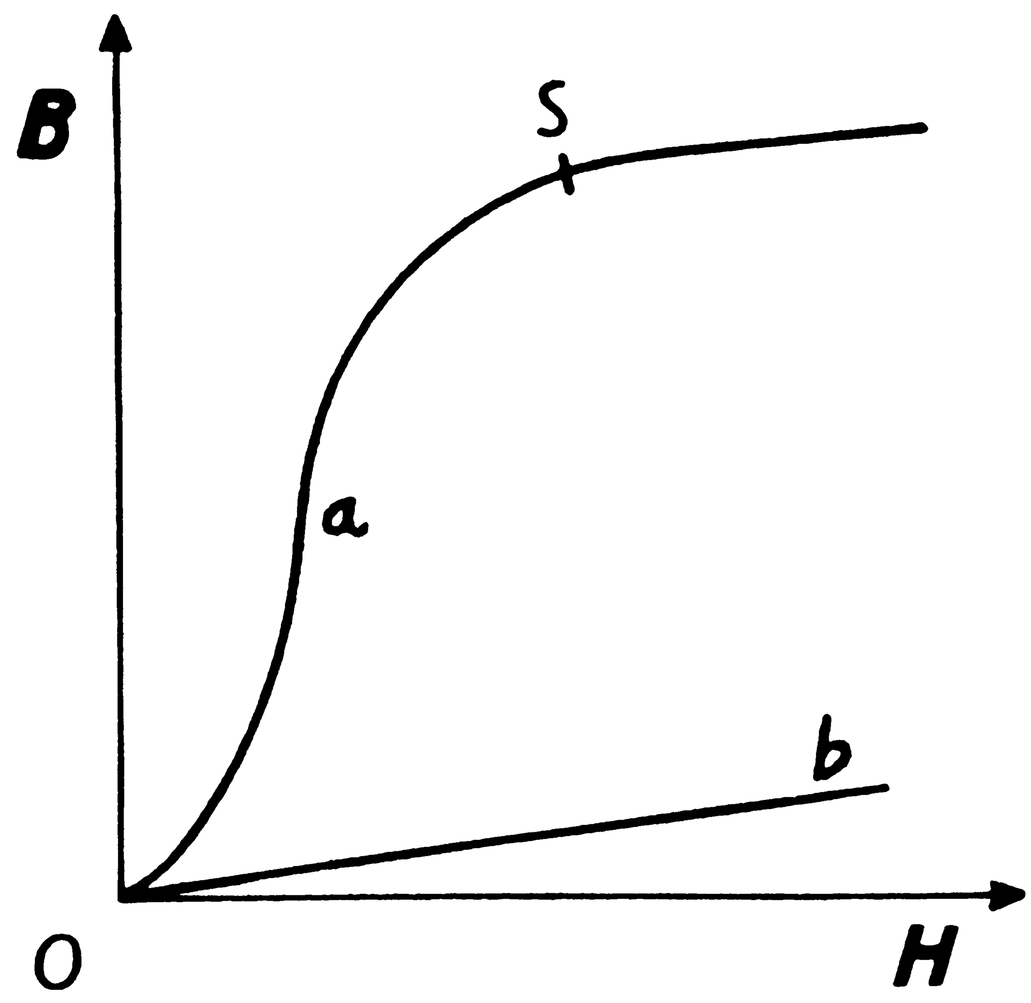
V uvažovanom prípade (dlhé jadro) je $\boldsymbol{H}$ tiež intenzitou magnetického poľa v látke. Vzťah (1.9) môžeme teraz napísať v tvare

$$\boldsymbol{B} = \mu_r \mu_0 \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H} \qquad (1.10)$$

V tomto vzťahu je $\boldsymbol{H}$ intenzita magnetického poľa v látke. Intenzita magnetického poľa je vektorová veličina, ktorá má v každom bode magnetického poľa rovnaký smer ako vektor magnetickej indukcie. (Neplatí to iba pre magneticky anizotropné látky.)

Relatívna permeabilita μ_r feromagnetických látok nie je konštantná, ale závisí od veľkosti intenzity magnetického poľa v látke ($\mu_r = f(H)$). Preto závislosť vyjadrená vzťahom $B = \mu_0 \mu_r H$ je nelineárna a jej grafom je krivka.

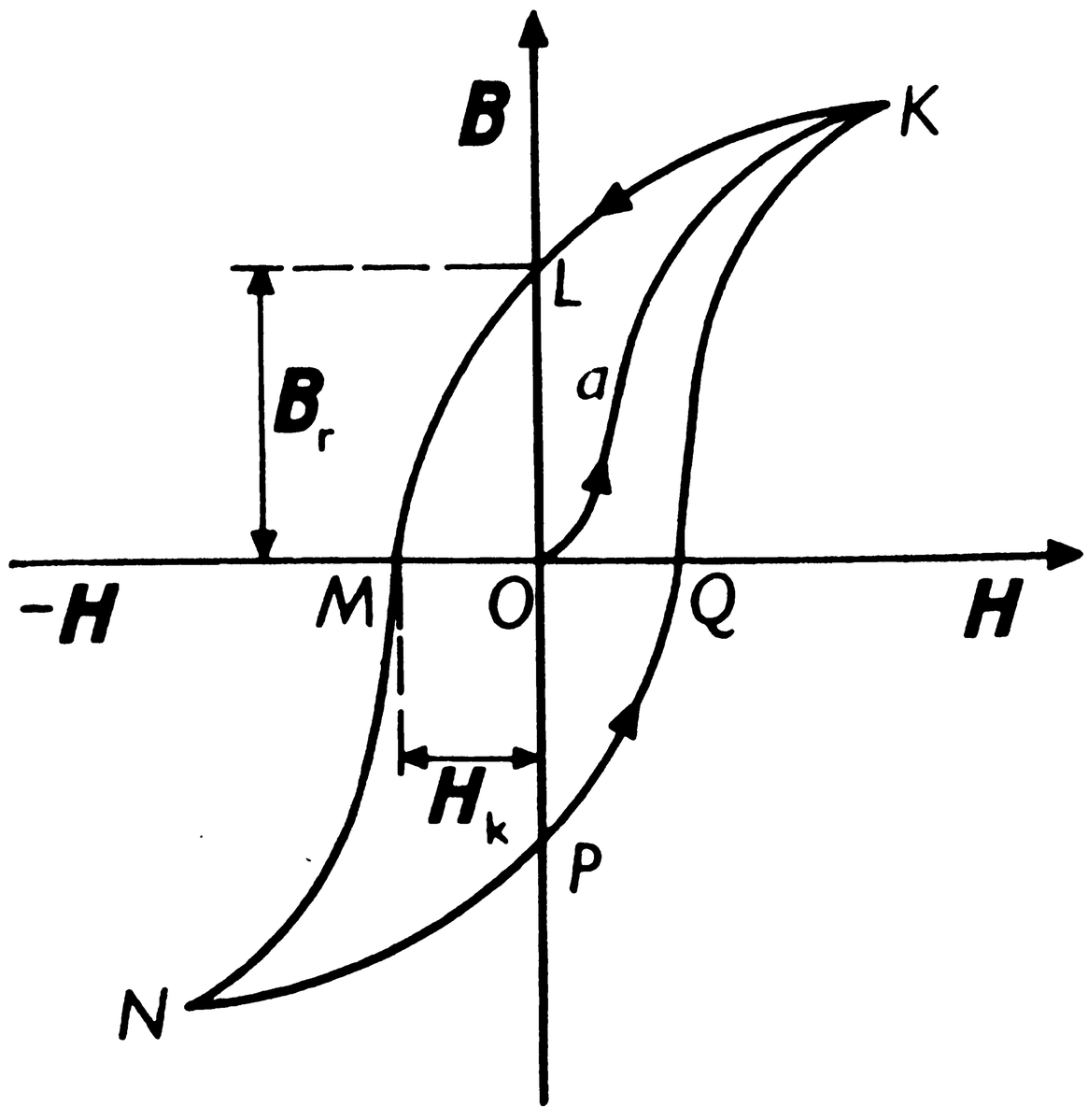
Keď budeme v zvolenej cievke z nulovej hodnoty zväčšovať prúd, bude sa magnetická indukcia v jadre zväčšovať v závislosti od zväčšujúcej sa intenzity magnetického poľa. Grafom tejto závislosti je krivka, ktorá sa volá **krivka prvotnej magnetizácie** (obr. 1-23 krivka *a*). Bodu *S* na tejto krivke zodpovedá magnetické nasýtenie látky, t. j. magnetické momenty všetkých domén sú paralelne usporiadané (v smere vektora $\boldsymbol{H}$). Ďalšie zväčšovanie magnetickej indukcie (za bodom *S*) je spôsobené zväčšovaním indukcie magnetického poľa cievky (obr. 1-23, krivka *b*).



1-23
Krivka prvotnej magnetizácie feromagnetika (a)

Pri zmenšovaní veľkosti intenzity magnetického poľa zmenšuje sa veľkosť magnetickej indukcie podľa inej krivky (obr. 1-24, $K \rightarrow L$), čo je

prejavom **nevratnosti magnetizačných procesov vo feromagnetických látkach.**



1-24
Hysterézna slučka feromagnetickej látky

Po dosiahnutí nulovej hodnoty intenzity magnetického poľa neklesne veľkosť magnetickej indukcie na nulovú hodnotu, ale na hodnotu B_r. Látka je zmagnetizovaná aj bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa. Magnetickú indukciu B_r nazývame **remanentná magnetická indukcia** (z latinského *remaneo* — zostávam). Zmeníme smer vektora intenzity magnetického poľa na opačný (obrátením smeru prúdu v cievke). Zväčšovaním prúdu sa zväčuje aj intenzita magnetického poľa, kým magnetická indukcia klesá (časť krivky *LM*).

Pri hodnote intenzity magnetického poľa H_k, ktorá sa nazýva **koercitívna intenzita magnetického poľa,** zmenší sa magnetická indukcia v látke na nulovú hodnotu (bod *M*). Pri ďalšom zväčšovaní intenzity magnetického poľa sa vzorka zmagnetizuje opačne až do nasýtenia (bod *N*). Potom začneme intenzitu poľa zmenšovať a po dosiahnutí jej nulovej hodnoty zmeníme opäť smer prúdu v cievke, až dôjdeme do bodu *K* (časť krivky *NPQK*). Tým je jeden magnetizačný cyklus uzavretý.

Jav, ktorý sme opísali, nazýva sa **magnetická hysterézia*** a krivka *KLNPK* sa volá **hysterézna slučka.**

Hysterézna slučka je dôležitou charakteristikou feromagnetickej látky. Môžeme z nej určiť napr. hodnoty veličín B_r, H_k a iné. Z hysteréznej slučky možno usudzovať aj o veľkosti hysteréznych strát, ktoré sú príčinou nežiadúceho zahrievania feromagnetických materiálov pri ich striedavom magnetizovaní (napr. prispievajú k zahrievaniu oceľových jadier transformátorov). Hysterézne straty sú priamo úmerné obsahu plochy ohraničenej hysteréznou slučkou.

Materiály so širokou hysteréznou slučkou sa volajú *magneticky tvrdé*, materiály s úzkou hysteréznou slučkou a strmou krivkou prvotnej magnetizácie *magneticky mäkké*. Magneticky mäkký materiál je napríklad zliatina niklu, železa, molybdénu a mangánu s názvom permalloy. Používa sa ako materiál na jadrá cievok a v záznamových hlavách magnetofónov.

Úlohy

1. Aké hodnoty veličín B a H zodpovedajú odmagnetizovanej vzorke feromagnetickej látky? $[B = 0\ \mathrm{T},\ H = 0\ \mathrm{A\ .\ m^{-1}}]$
2. Čo je príčinou magnetickej hysterézie?
3. Na základe čoho možno usudzovať o veľkosti hysteréznych strát?
4. Ktorou veličinou charakterizujeme látky, aby sme vyjadrili, či sú magneticky mäkké alebo magneticky tvrdé?
5. Prečo sa permanentné magnety vyrábajú z magneticky tvrdých materiálov?

1.10 Magnetické materiály v technickej praxi

V technickej praxi sa využívajú aplikácie magnetických materiálov. Uplatňujú sa jednak magneticky tvrdé materiály na výrobu rozličných permanentných magnetov, jednak magneticky mäkké materiály, ktoré sa použí-

---

* Ako hysterézia sa všeobecne označuje skutočnosť, že niektoré fyzikálne zmeny nie sú vratné. Prejavuje sa to tak, že závisle premenná fyzikálna veličina nadobúda rozličné hodnoty pri zväčšovaní a zmenšovaní nezávisle premennej veličiny.

vajú zväčša na zosilnenie magnetických polí cievok (jadra) a permanentných magnetov (pólové nástavce).

Využitie magnetických materiálov

Elektromagnetické relé (obr. 1-25a, b) je elektromagnet, ktorého časti sú: cievka 1, jadro z magneticky mäkkej ocele 2, rameno 3 a pohyblivá kotva 4 rovnako z mäkkej ocele. Po zapnutí prúdu do cievky sa kotva pritiahne k jadru a súčasne zapne pružné kontakty 5, ktoré sú súčasťou spínacieho obvodu. Relé sa používa v rozličných automatických regulačných a riadiacich zariadeniach, v telefónnych centrálach a pod. Napríklad regulačné relé v automobile automaticky reguluje nabíjacie napätie a prúd do akumulátora.

Merací prístroj s otočnou cievkou (obr. 1-26). Princíp prístroja sa zakladá na pôsobení dvojice síl na cievku s prúdom v magnetickom poli. Zdrojom magnetického poľa je magnet 1. Medzi pólovými nástavcami 2 z magneticky mäkkej ocele je umiestený valec 3 rovnako z mäkkej ocele. V medzere medzi nástavcami a valcom je otočná cievka 4, s ktorou je pevne spojená rúčka prístroja 5. Keď cievkou prechádza prúd, pôsobí na ňu magnetické pole v medzere dvojicou síl. Veľkosť momentu tejto dvojice je priamo úmerná veľkosti prúdu v cievke. Do polohy v pokoji sa cievku usilujú vrátiť špirálové pružiny 6, ktoré na ňu pôsobia opačne ako dvojica síl, ktorej moment má veľkosť priamo úmernú uhlovej výchylke cievky s rúčkou. Ustálená výchylka rúčky meradla zodpovedá rovnosti veľkostí oboch momentov a je priamo úmerná prúdu v cievke. Preto je stupnica meradla rovnomerná.

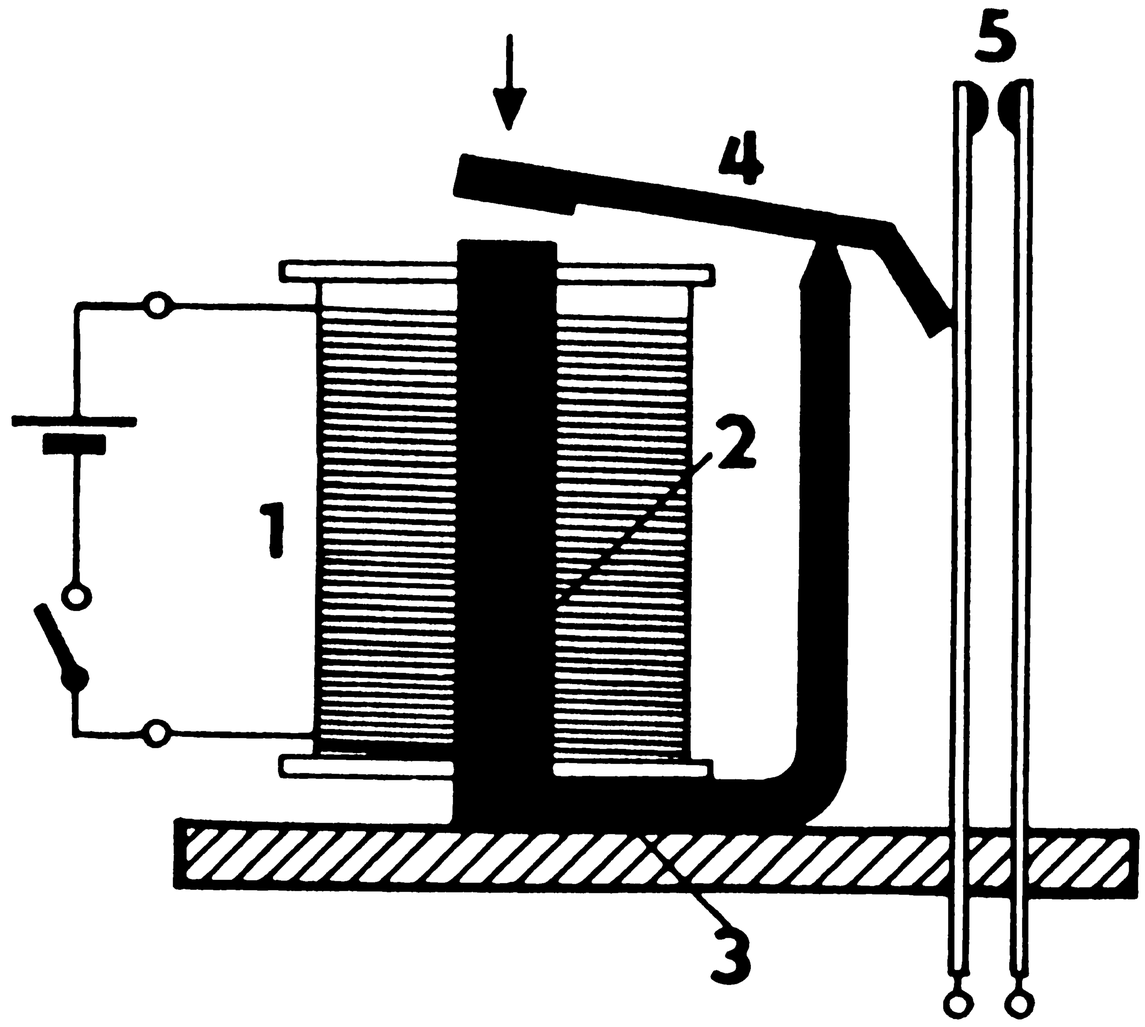
Meracie prístroje s otočnou cievkou nazývame aj *magnetoelektrické* alebo *deprézske*. (Ich princíp navrhli M. Depréz a J. A. d'Arsonval.) Merajú sa nimi iba jednosmerné napätia a prúdy. Aby sa nimi mohli merať striedavé prúdy a napätia, musia byť doplnené usmerňovačom.

Magnetické materiály sa využívajú veľmi mnohostranne. V ostatnom čase boli vyvinuté rozličné druhy feritov a iných materiálov vhodných na využitie v technike záznamu zvuku, vo výpočtovej technike (obr. 1-27) a v iných moderných technických odboroch.

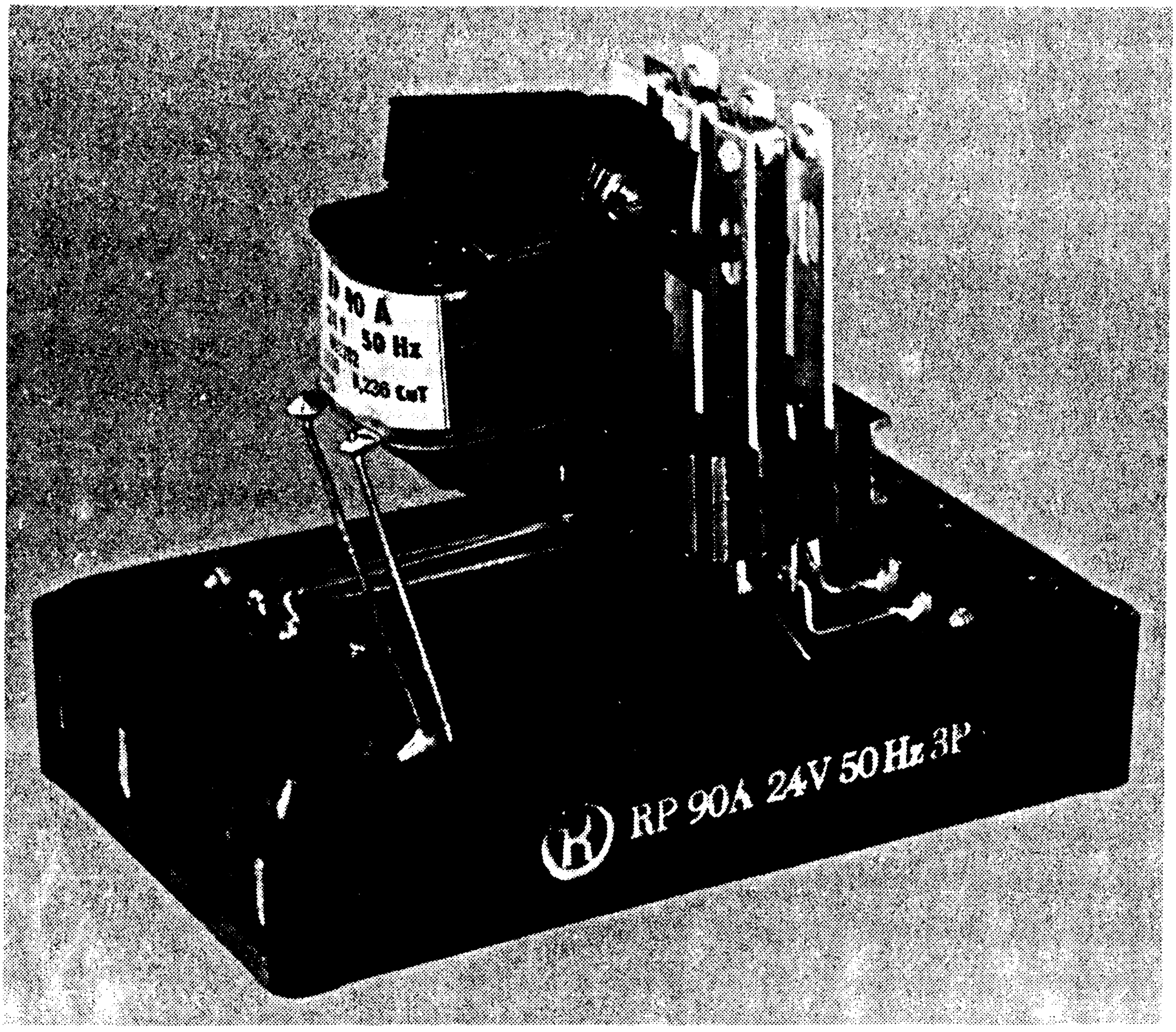
Na magnetický záznam zvuku sa najčastejšie používa tenká vrstva

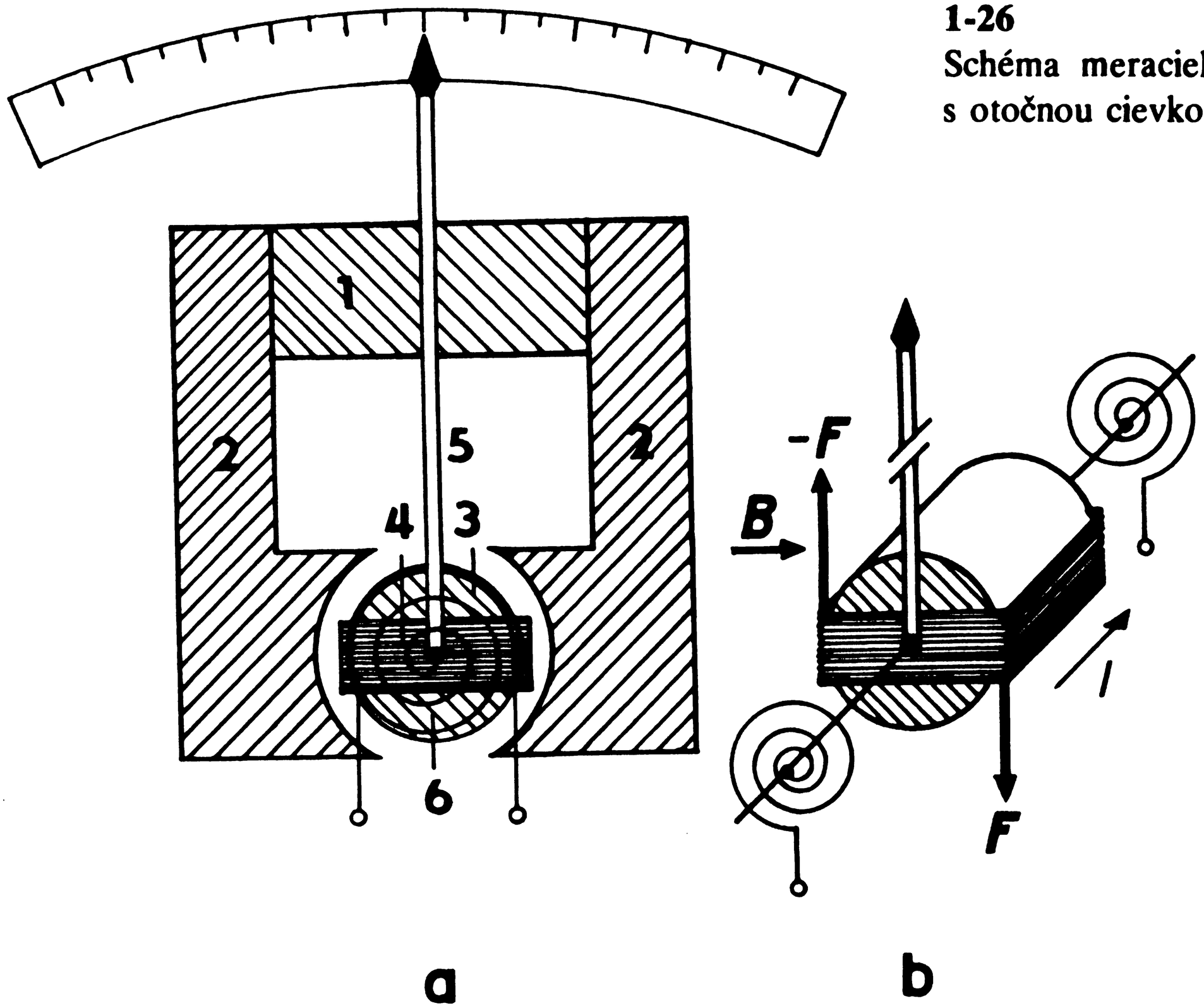
1-25a, b
Elektromagnetické relé

a



b





1-26
Schéma meracieho prístroja s otočnou cievkou

magnetického materiálu (napr. Fe_2O_3, CrO_2 a i.) nanesená na nemagnetickú pásku. Pre číslicové počítače sa vyrábajú magnetické pamäte (napr. bubnové, kotúčové).

Úlohy

1. **Aké výhody a naopak nevýhody má permanentný magnet v porovnaní s elektromagnetom?**
2. **Vysvetlite, prečo meracím prístrojom s otočnou cievkou nemožno merať striedavé napätie a prúd.**
3. **Ktoré vlastnosti magnetických materiálov umožňujú magnetický záznam zvuku?**

1-27
Pamäť počítača

Zhrnutie — Stacionárne magnetické pole

V okolí permanentných magnetov a vodičov s prúdom je magnetické pole. Rozloženie magnetického poľa v priestore znázorňujeme pomocou magnetických indukčných čiar. Magnetická indukčná čiara je priestorovo orientovaná krivka, ktorej dotyčnica v danom bode má smer osi veľmi malej magnetky umiestenej v tomto bode. Smer od južného k severnému pólu magnetky určuje jej orientáciu.

Na vodič s prúdom pôsobí v homogénnom magnetickom poli sila, ktorej veľkosť je daná vzťahom $F_m = BIl \sin \alpha$. Smer tejto sily určíme Flemingovým pravidlom ľavej ruky.

Kvantitatívne opisujeme magnetické pole vektorovou veličinou magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$. Definičný vzťah pre veľkosť magnetickej indukcie homogénneho magnetického poľa je ($\alpha \in \langle 0, \pi \rangle$)

$$B = \frac{F_m}{Il \sin \alpha}$$

Jednotkou magnetickej indukcie je tesla, značka T.

Dva priame rovnobežné vodiče s prúdmi súhlasných smerov sa priťahujú, ak sú prúdy nesúhlasných smerov, odpudzujú sa. Veľkosť sily pôsobiacej na úsek s dĺžkou l ktoréhokoľvek z oboch vodičov je daná vzťahom

$$F_m = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} l$$

Na základe tohto vzťahu je definovaná jednotka prúdu v SI ampér, značka A.

Najčastejšie používanými cievkami sú valcová cievka, prstencová (toroidná) cievka a Helmholtzove cievky. Pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vnútri dlhej valcovej cievky vo vákuu platí

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

Na časticu s nábojom pohybujúcu sa v magnetickom poli pôsobí

magnetická sila s veľkosťou F_m danej vzťahom ($\alpha \in \langle 0, \pi \rangle$)

$$F_m = |Q| v B \sin \alpha$$

Sila $\boldsymbol{F}_m$ je v každom okamihu kolmá na magnetickú indukciu $\boldsymbol{B}$ a na rýchlosť častice $\boldsymbol{v}$.

Ampérov magnetický moment $\boldsymbol{m}$ je vektorová veličina charakterizujúca všetky makroskopické aj mikroskopické objekty, ktoré v svojom okolí tvoria magnetické pole. Vonkajšie magnetické pole pôsobí na tieto objekty silami, ktorých moment má veľkosť (pre $\alpha \in \langle 0, \pi \rangle$)

$$M = mB \sin \alpha$$

Podľa správania sa v magnetickom poli rozdeľujeme látky na feromagnetické a neferomagnetické. Do neferomagnetických látok zaraďujeme diamagnetické a paramagnetické látky.

Príčinou vzniku feromagnetizmu sú výmenné sily, ktoré pôsobia medzi najbližšími susednými atómami s nenulovým magnetickým momentom a spôsobujú paralelné usporiadanie týchto momentov v malých oblastiach, ktoré sa nazývajú magnetické domény (spontánna magnetizácia).

Hysterézia vo feromagnetických látkach je spôsobená nevratnosťou zmien doménovej štruktúry látky pri jej magnetizovaní. Závislosť magnetickej indukcie od intenzity magnetického poľa pri cyklickom magnetizovaní je graficky znázornená hysteréznou slučkou. Magneticky tvrdé materiály majú širokú hysteréznu slučku. Používajú sa na výrobu permanentných magnetov. Magneticky mäkké materiály majú úzku hysteréznu slučku a strmú krivku prvotnej magnetizácie. Vyrábajú sa z nich jadrá rozličných cievok na zosilnenie ich magnetických polí.

Magnetické materiály vhodných vlastností sa využívajú v technike záznamu zvuku, vo výpočtovej technike a v iných oblastiach modernej techniky.

2. NESTACIONÁRNE MAGNETICKÉ POLE

Dosiaľ sme sa zaoberali magnetickými javmi stacionárneho magnetického poľa. Pre vznik a trvanie týchto javov bola podstatná veľkosť a smer magnetickej indukcie magnetického poľa $\boldsymbol{B}$, nie však jej časová zmena. Ak sme uvažovali o zmenách magnetickej indukcie, tak zvyčajne iba preto, aby sme dostali nové hodnoty veľkosti magnetickej indukcie potrebnej na vysvetlenie daného deja.

V tejto kapitole sa budeme zaoberať magnetickými, resp. elektromagnetickými javmi, pre ktorých vznik a trvanie je podstatná časová zmena magnetického poľa. Opis aj vysvetlenie týchto javov veľmi závisí od voľby vzťažnej sústavy. Napríklad magnetické pole magnetu, ktoré je v istej vzťažnej sústave (O, x, y, z) časovo nepremenné [magnet v (O, x, y, z) je v pokoji], je v inej vzťažnej sústave (O', x', y', z'), ktorá sa voči vzťažnej sústave (O, x, y, z) pohybuje, časovo premenné. Pri vysvetľovaní istého javu volíme vzťažnú sústavu zväčša tak, aby sa jav vysvetlil čo najjednoduchšie.

Magnetické pole, ktorého zdrojom v danej vzťažnej sústave je

a) nepohybujúci sa vodič s časovo premenným prúdom,

b) pohybujúci sa vodič s prúdom (konštatným alebo časovo premenným),

c) pohybujúci sa permanentný magnet alebo elektromagnet, nazývame **nestacionárne magnetické pole**.

2.1 Magnetický indukčný tok

V homogénnom magnetickom poli uvažujeme o rovinnej ploche (napr. o ploche kruhového závitu) s obsahom S, ktorá je kolmá na indukčné čiary, a tým aj na vektor magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$. Skalárna veličina

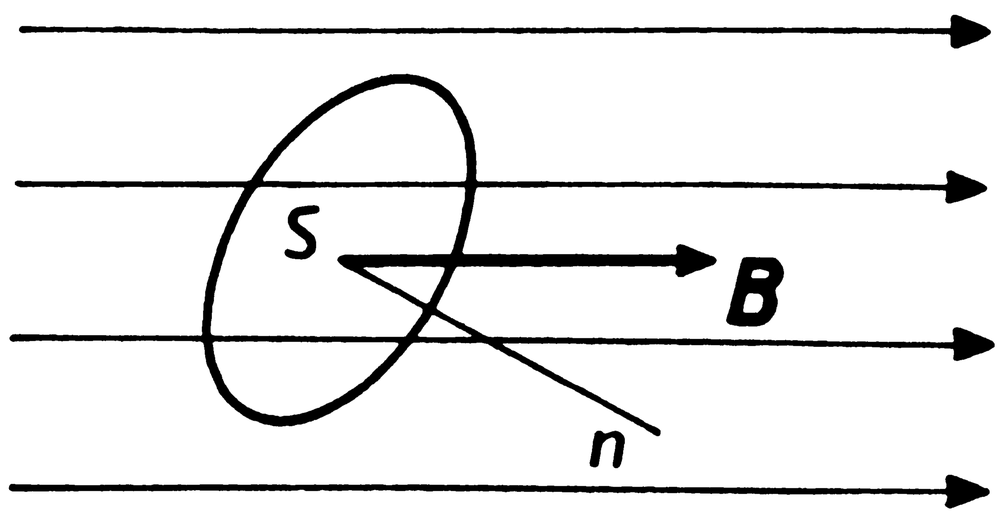
$\phi = BS$ sa volá **magnetický indukčný tok.** Jednotkou magnetického indukčného toku je **weber,*** značka Wb. Platí $[\Phi] = [B]\,[S] = \mathrm{T}\,.\,\mathrm{m}^2 = \mathrm{Wb}$.

Keď uvažovaná plocha nie je kolmá na vektor magnetickej indukcie, je magnetický indukčný tok daný vzťahom

$$\phi = BS \cos \alpha \qquad (2.1)$$

kde α je uhol, ktorý zviera normála plochy s vektorom magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ (obr. 2-1). Zo vzťahu (2.1) vyplýva, že veľkosť magnetického

2-1
K vysvetleniu magnetického indukčného toku



indukčného toku dosahuje maximum, ak je plocha kolmá na magnetickú indukciu $\boldsymbol{B}$ (pre $\alpha = 0$ je $\phi = BS$). Pri natočení plochy o uhol $\alpha < \frac{\pi}{2}$ sa magnetický indukčný tok zmenší. Keď sú indukčné čiary rovnobežné s plochou, t. j. nijaká indukčná čiara nepretína plochu, je magnetický indukčný tok nulový $\left(\text{pre } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ je } \phi = 0\ \mathrm{Wb}\right)$. Pre $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ je ϕ záporné.

Zmena magnetického indukčného toku môže nastať aj zmenou magnetickej indukcie alebo zmenou obsahu plochy S. Ak sa s časom mení aspoň jedna z veličín B, S a α, mení sa s časom aj magnetický indukčný tok ϕ. Hovoríme, že nastala časová zmena magnetického indukčného toku. Mierou tejto zmeny je pomer $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$, kde $\Delta\phi$ je zmena indukčného toku, ktorá nastala za dobu Δt.

Keď je v homogénnom magnetickom poli rovinný závit, ktorého plocha

---

* Jednotka je nazvaná podľa nemeckého fyzika WILHELMA WEBERA (vébra; 1804—1891).

má obsah S, potom magnetický indukčný tok je pre tento závit daný vzťahom (2.1). Pre valcovú cievku s N závitmi a prierezom S, ktorej os zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol α, je magnetický indukčný tok daný vzťahom

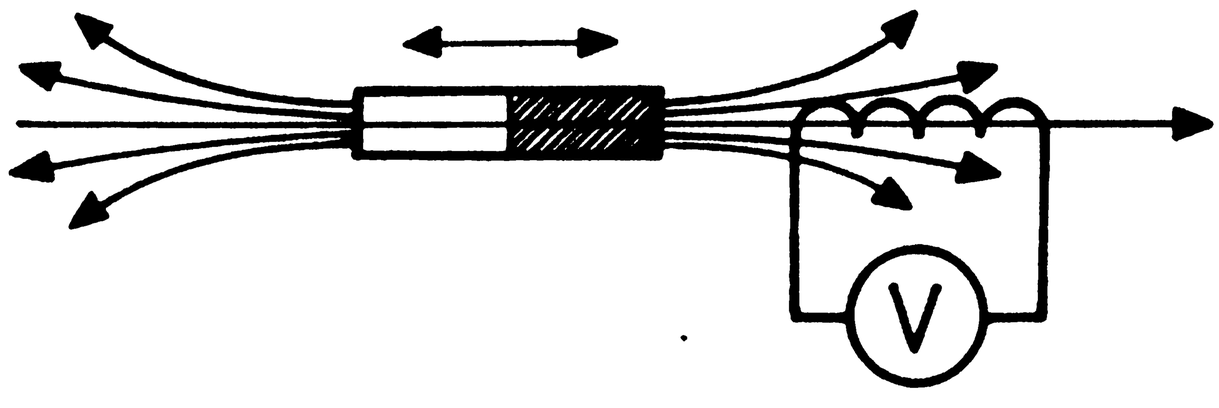
$$\phi = NBS \cos \alpha$$

Úlohy

1. Závit v homogénnom magnetickom poli sa otočil o malý uhol $\Delta\alpha$ okolo osi, ktorá je kolmá na indukčné čiary a leží v rovine závitu. Ktorej polohe závitu vzhľadom na indukčné čiary zodpovedá najväčšia zmena magnetického indukčného toku $\Delta\phi$?
2. Upravte vzťah (2.1) tak, aby vyjadroval závislosť magnetického indukčného toku od času ($\phi = f(t)$) pri rovnomernom otáčaní závitu v homogénnom magnetickom poli okolo osi, ktorá leží v rovine závitu a je kolmá na indukčné čiary.
3. Os kruhového závitu zvierala s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol 45°. Po zmene polohy závitu zvierala jeho os s indukčnými čiarami uhol 60°. Koľkokrát bolo treba zväčšiť magnetickú indukciu, aby sa indukčný tok nezmenil? [$\sqrt{2}$-krát]

2.2 Elektromagnetická indukcia

Zostavte jednoduchý obvod z cievky a voltmetra s nulou uprosted. Keď približujeme tyčový magnet k cievke (obr. 2-2), ukáže voltmeter výchylku. Pri vzďaľovaní magnetu je výchylka opačná. Rýchlejším pohybom magnetu zodpovedajú väčšie výchylky voltmetra. Keď magnetom nepohybujeme, klesne výchylka na nulu.



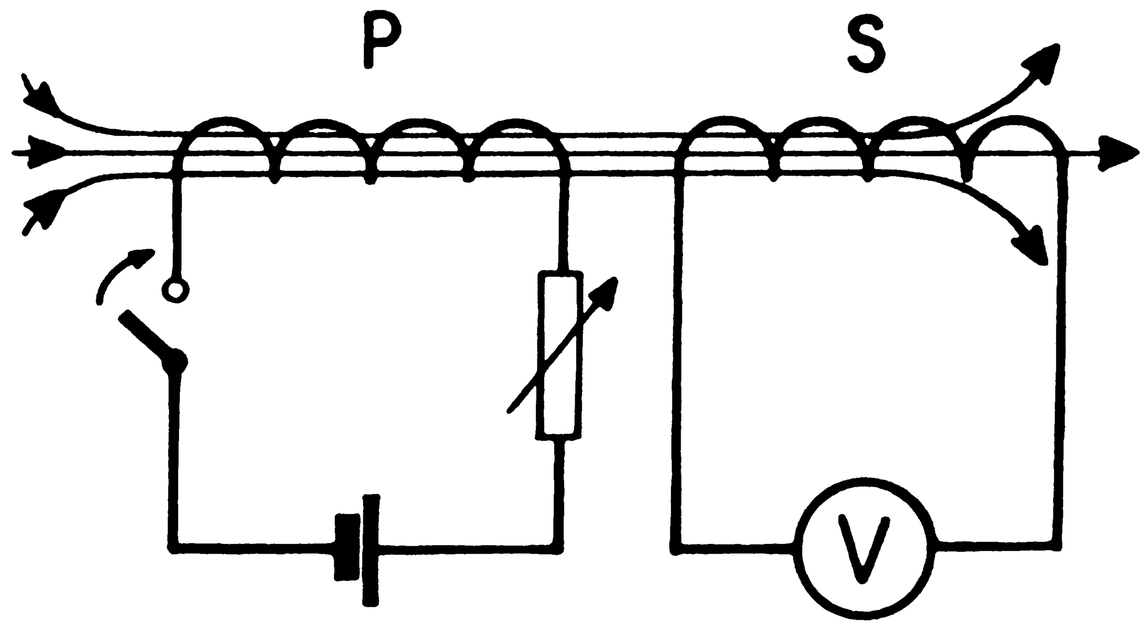
2-2
Vznik indukovaného elektromotorického napätia v cievke pohybom magnetu

Rovnaké výsledky dostaneme, keď necháme magnet v pokoji a budeme pohybovať cievkou.

Z týchto pokusov vyplýva, že **pri vzájomnom pohybe magnetu a cievky vzniká v cievke elektromotorické napätie.** Hovoríme, že sa v cievke

indukuje elektromotorické napätie. Prúd, ktorý pritom v obvode vzniká, nazýva sa **indukovaný prúd.**

Nahradíme magnet cievkou, ktorú pripojíme cez reostat k akumulátorovej batérii (obr. 2-3). Vznikne tak dvojica obvodov: **primárny obvod** s primárnou cievkou P a **sekundárny obvod** so sekundárnou cievkou S.

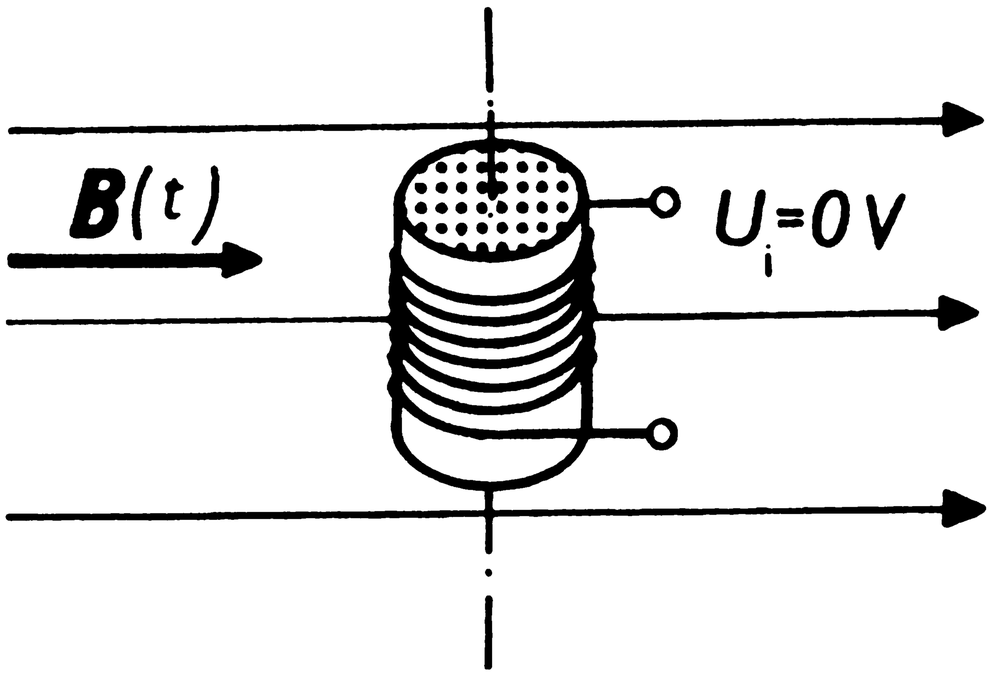


2-3
Primárny a sekundárny obvod

Z pokusov ďalej vyplýva, že **v sekundárnej cievke sa indukuje elektromotorické napätie pri akejkoľvek zmene prúdu v primárnej cievke.** Pri zmenšení alebo vypnutí prúdu sa v sekundárnej cievke indukuje opačné elektromotorické napätie a indukovaný prúd má opačný smer ako pri zapnutí alebo zväčšení prúdu.

Keď primárnou cievkou prechádza prúd, indukuje sa v sekundárnej cievke elektromotorické napätie aj pri vzájomnom približovaní alebo vzďaľovaní oboch cievok. Voltmeter ukazuje pri vzďaľovaní cievok opačnú výchylku ako pri ich približovaní; tieto indukované elektromotorické napätia sú opačné podobne ako pri pokusoch s tyčovým magnetom a cievkou (obr. 2-2).

Vo vzťažnej sústave pevne spojenej s cievkou, na ktorej sme pri všetkých týchto pokusoch merali voltmetrom indukované elektromotorické napätie, bola cievka v časovo premennom magnetickom poli. Pokusom sa však môžeme presvedčiť, že v cievke, ktorá je v časovo premennom homogénnom magnetickom poli umiestená tak, že jej os je kolmá na vektor magnetickej indukcie, sa žiadne napätie neindukuje (obr.2-4). V tomto prípade je počas časovej zmeny magnetickej indukcie indukčný tok cievkou stále nulový, t. j. nenastáva jeho časová zmena. Pre vznik indukovaného elektromotorického napätia nie je teda rozhodujúca časová zmena magnetickej indukcie, ale časová zmena magnetického indukčného toku.



2-4
Cievka v polohe s nulovým indukčným tokom

Platí to aj pre priamy vodič, ktorý sa pohybuje v stálom homogénnom magnetickom poli. Elektromotorické napätie sa vo vodiči indukuje, ak sa pohybuje tak, že pretína magnetické indukčné čiary. V tomto prípade je časová zmena magnetického indukčného toku daná časovou zmenou obsahu s plochou S opísanou vodičom.

Z pokusov je zrejmé, že indukované elektromotorické napätie (indukovaný prúd) vzniká pri časovej zmene magnetického indukčného toku, a to v týchto prípadoch:

1. Vo vodiči, ktorý sa pohybuje v časovo nepremennom magnetickom poli.
2. V nepohybujúcom sa vodiči, ktorý je v časovo premennom magnetickom poli.
3. Vo vodiči, ktorý sa pohybuje v časovo premennom magnetickom poli.

Indukované elektromotorické napätie a indukovaný prúd vo vodiči vznikajú pôsobením sily na voľné nosiče náboja vo vodiči. V prvom prípade je to magnetická sila, ktorá pôsobí na voľné elektróny pohybujúce sa s vodičom v stálom magnetickom poli. V druhom prípade pôsobí na voľné elektróny v nepohybujúcom sa vodiči silou elektrické pole, ktoré vzniká vždy pri časovej zmene magnetického poľa. Toto elektrické pole sa nazýva indukované elektrické pole. Odlišuje sa od elektrostatického poľa tým, že jeho siločiary sa nezačínajú ani nekončia na elektrických nábojoch, ale sú to uzavreté krivky. Tento druh silového poľa sa volá aj vírové pole. V treťom prípade pôsobia na voľné elektróny v pohybujúcom sa vodiči súčasne oba druhy síl z predchádzajúcich dvoch prípadov.

Vznik indukovaného elektromotorického napätia a indukovaného prú-

du sa volá jav elektromagnetickej indukcie alebo stručne **elektromagnetická indukcia.**

Elektromagnetickú indukciu objavil v roku 1831 *M. Faraday**. Tento objav, ktorý patrí vo fyzike k najvýznamnejším, podstatne prispel k rozsiahlemu rozvoju elektrotechniky.

Úlohy

1 Aká je základná podmienka vzniku indukovaného elektromagnetického napätia vo vodiči?
2. V ktorých prípadoch vzniká vo vodiči indukované elektromotorické napätie?
3. Vysvetlite príčinu vzniku indukovaného elektromotorického napätia vo vodiči v jednotlivých prípadoch elektromagnetickej indukcie.

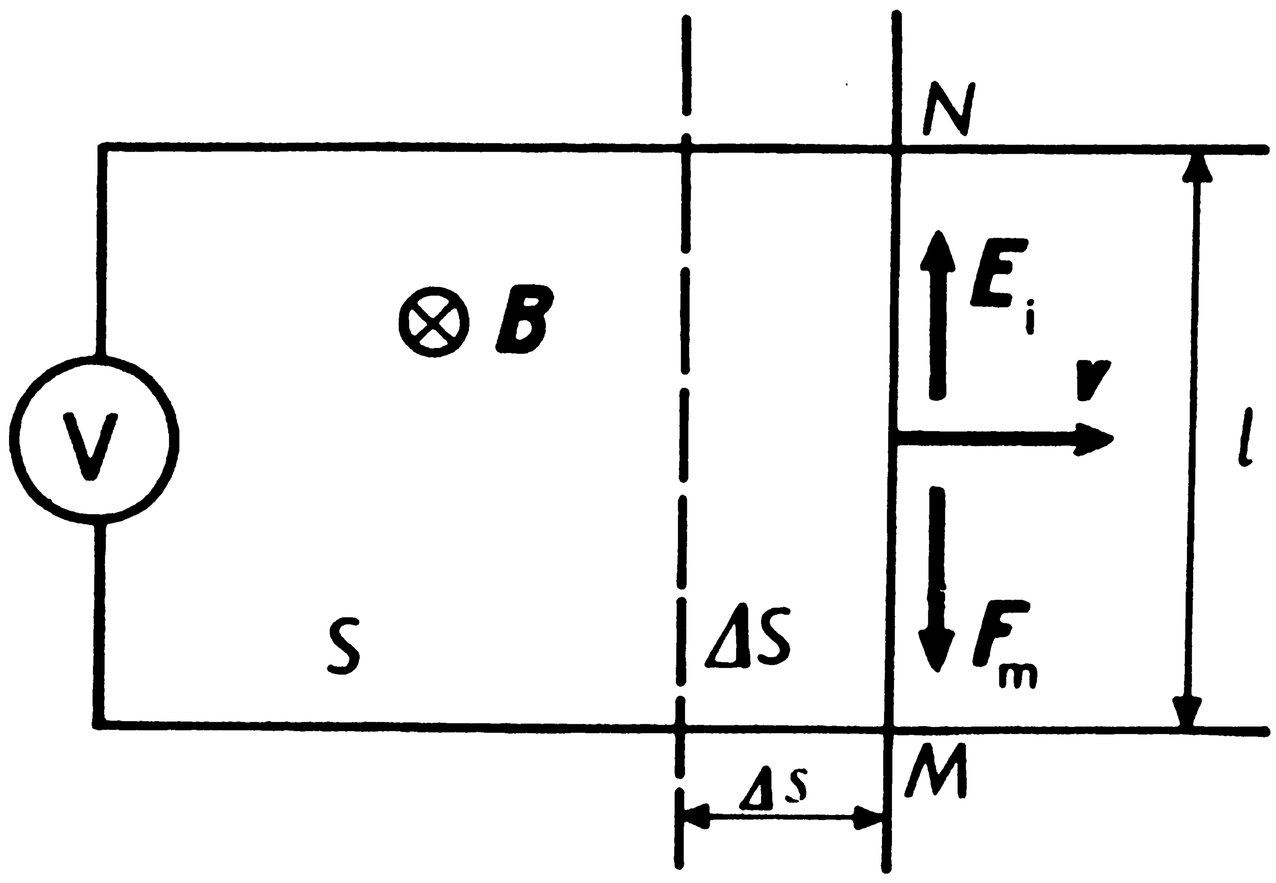
2.3 Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie

Uvažujme o homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$, ktorého indukčné čiary sú kolmé na nákresňu a orientované za nákresňu (obr. 2-5). V rovine nákresne sú znázornené dva priame rovnobežné a nepohyblivé vodiče pripojené k voltmetru. Ich vzájomná vzdialenosť je l. Po týchto vodičoch sa v priečnej polohe pohybuje rýchlosťou $\boldsymbol{v}$ ďalší priamy vodič.

Pri opisovanom pokuse ukazuje voltmeter nenulovú výchylku, t. j. medzi bodmi M, N pohybujúceho sa vodiča je nenulové napätie, ktoré sa v ňom indukuje pri jeho pohybe v magnetickom poli. Zistíme, od čoho závisí veľkosť tohto indukovaného elektromotorického napätia.

---

* MICHAL FARADAY (feredy; 1791—1867), vynikajúci anglický fyzik a experimentátor. Preslávil sa objavmi zákonov elektrolýzy, diamagnetizmu, pôsobenia magnetického poľa na polarizované svetlo a iné. Patrí k najvýznamnejším fyzikom 19. storočia.



2-5
K odvodeniu zákona elektromagnetickej indukcie

Na každý voľný elektrón v uvažovanom pohybujúcom sa vodiči pôsobí magnetická sila $\boldsymbol{F}_m$, ktorá je kolmá na $\boldsymbol{v}$ a na $\boldsymbol{B}$ (obr. 1-14b) a smeruje od bodu N k bodu M (obr. 2-5). Jej veľkosť je

$$F_m = |-e| vB \sin 90° = evB$$

Ekvivalentné silové účinky na voľné elektróny by malo homogénne elektrické pole s intenzitou $\boldsymbol{E}_i = \frac{\boldsymbol{F}_m}{-e}$, pre veľkosť ktorej by platilo

$$E_i = \frac{F_m}{|-e|} = vB \qquad (2.2)$$

V tomto elektrickom poli by napätie medzi bodmi M, N, ktorých vzdialenosť je l, malo veľkosť $E_i l$, ktorá sa rovná práve veľkosti elektromotorického napätia $|U_i|$ indukovaného na uvažovanom úseku vodiča s dĺžkou l:

$$|U_i| = E_i l = vBl \qquad (2.3)$$

Zo vzťahu (2.3) vyplýva, že veľkosť elektromotorického napätia indukovaného v priamom vodiči s dĺžkou l, ktorý je kolmý na indukčné čiary a pohybuje sa kolmo na ne aj na svoju pozdĺžnu os, lineárne závisí od veľkosti jeho rýchlosti v, od veľkosti magnetickej indukcie B a od jeho dĺžky l.

Vzťah (2.3) vyjadríme v tvare

$$|U_i| = Bl \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (2.4)$$

kde Δs je dráha, ktorú vodič prejde za dobu Δt. Súčin $\Delta s\, l$ sa rovná obsahu plochy ΔS opísanej vodičom za dobu Δt a súčin $B\,\Delta S$ vyjadruje veľkosť zmeny magnetického indukčného toku $|\Delta\phi|$ za túto dobu. Dosadením do (2.4) dostaneme pre veľkosť indukovaného elektromotorického napätia vzťah $|U_i| = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t}$. Zmena indukovaného toku $\Delta\phi$ je kladná alebo záporná, podľa toho, či sa indukčný tok ϕ uvažovanou plochou S pri pohybe vodiča zväčšuje, alebo zmenšuje. Zvyčajne sa indukované elektromotorické napätie U_i berie ako kladné, ak je $\Delta\phi$ záporné a naopak. Platí preň vzťah

$$\boxed{U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}} \qquad (2.5)$$

ktorý vyjadruje strednú hodnotu indukovaného elektromotorického napätia za veľmi krátku dobu Δt.

Keď výraz $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ má pre neobmedzene sa zmenšujúcu dobu Δt istú medznú hodnotu $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$, potom je okamžitá hodnota indukovaného elektromotorického napätia U_i daná vzťahom*

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \qquad (2.6)$$

Vzťahy (2.5), príp. (2.6) vyjadrujú **Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie: Indukované elektromotorické napätie sa rovná zápornej časovej zmene magnetického indukčného toku.**

Jeho platnosť nie je obmedzená iba na opísaný prípad pohybu priameho vodiča v magnetickom poli. Platí všeobecne vo všetkých prípadoch elektromagnetickej indukcie.

V cievke sa indukuje elektromotorické napätie 1 V pri rovnomernej zmene magnetického indukčného toku 1 Wb za 1 s.

---

* Výraz $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ sa volá derivácia magnetického indukčného toku podľa času.

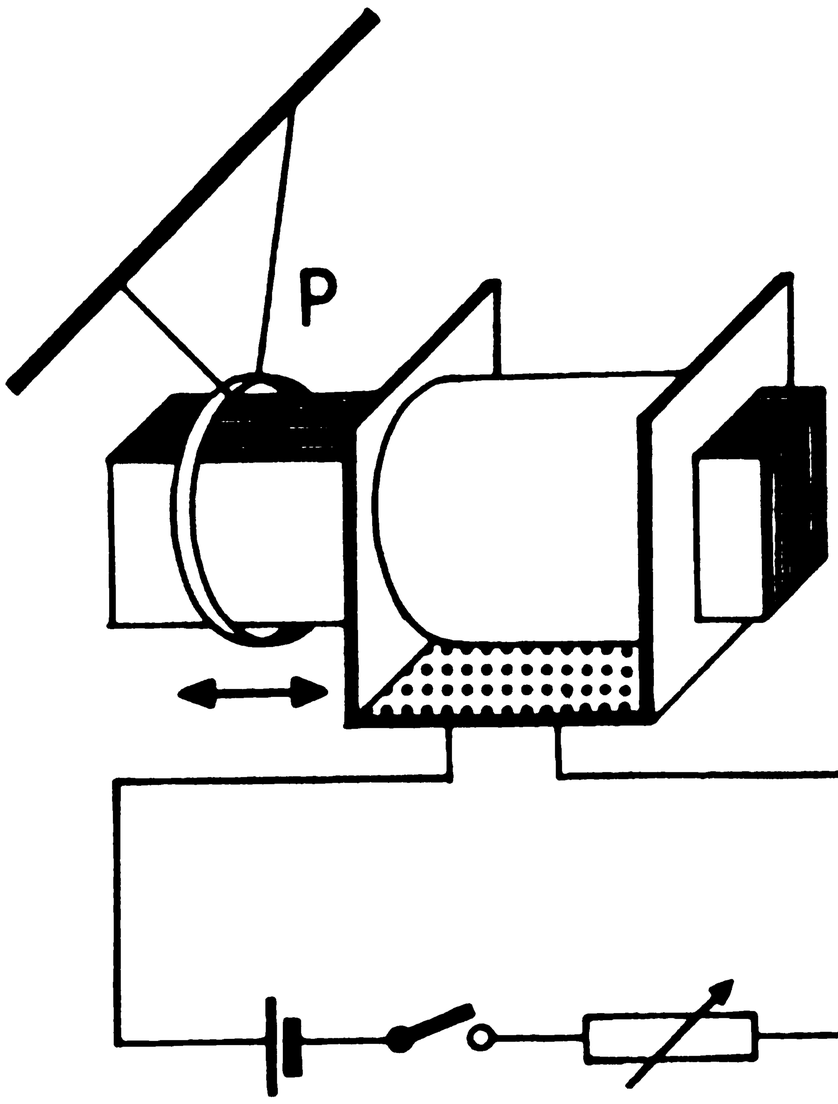
Úlohy

1. Určte veľkosť elektromotorického napätia indukovaného v krídlach lietadla, ktoré letí vodorovne rýchlosťou 720 km . h^{-1}. Vzdialenosť koncových bodov krídel je 18 m, veľkosť zvislej zložky magnetickej indukcie magnetického poľa Zeme v danom mieste je $5 . 10^{-5}$ T. [0,18 V]
2. Priamy vodič s dĺžkou 0,1 m zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa stále uhol veľkosti 45°. Určte veľkosť indukovaného elektromotorického napätia vo vodiči, ak sa pohybuje stálou rýchlosťou veľkosti 5 m . s^{-1} v smere kolmom na vodič aj na indukčné čiary. Magnetická indukcia má veľkosť 1 T. [0,35 V]
3. Os valcovej cievky s jednou vrstvou zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol veľkosti 60°. Určte veľkosť indukovaného elektromotorického napätia na cievke, ak sa veľkosť magnetickej indukcie zmenšuje rovnomerne o 0,1 T za 1 s. Cievka má 100 závitov a prierez 20 cm^2. [0,01 V]

2.4 Lenzov zákon

Z vysvetľovania elektromagnetickej indukcie vieme, že pri zväčšovaní magnetického indukčného toku plochou uzatvoreného vodiča má indukovaný prúd vo vodiči opačný smer ako pri zmenšovaní indukčného toku. Zistíme, od čoho závisí smer indukovaného prúdu.

Zostavíme pokus podľa obr. 2-6. Cievku pripojíme k akumulátorovej batérii cez reostat a vypínač. Do cievky vložíme dlhé jadro z mäkkej ocele

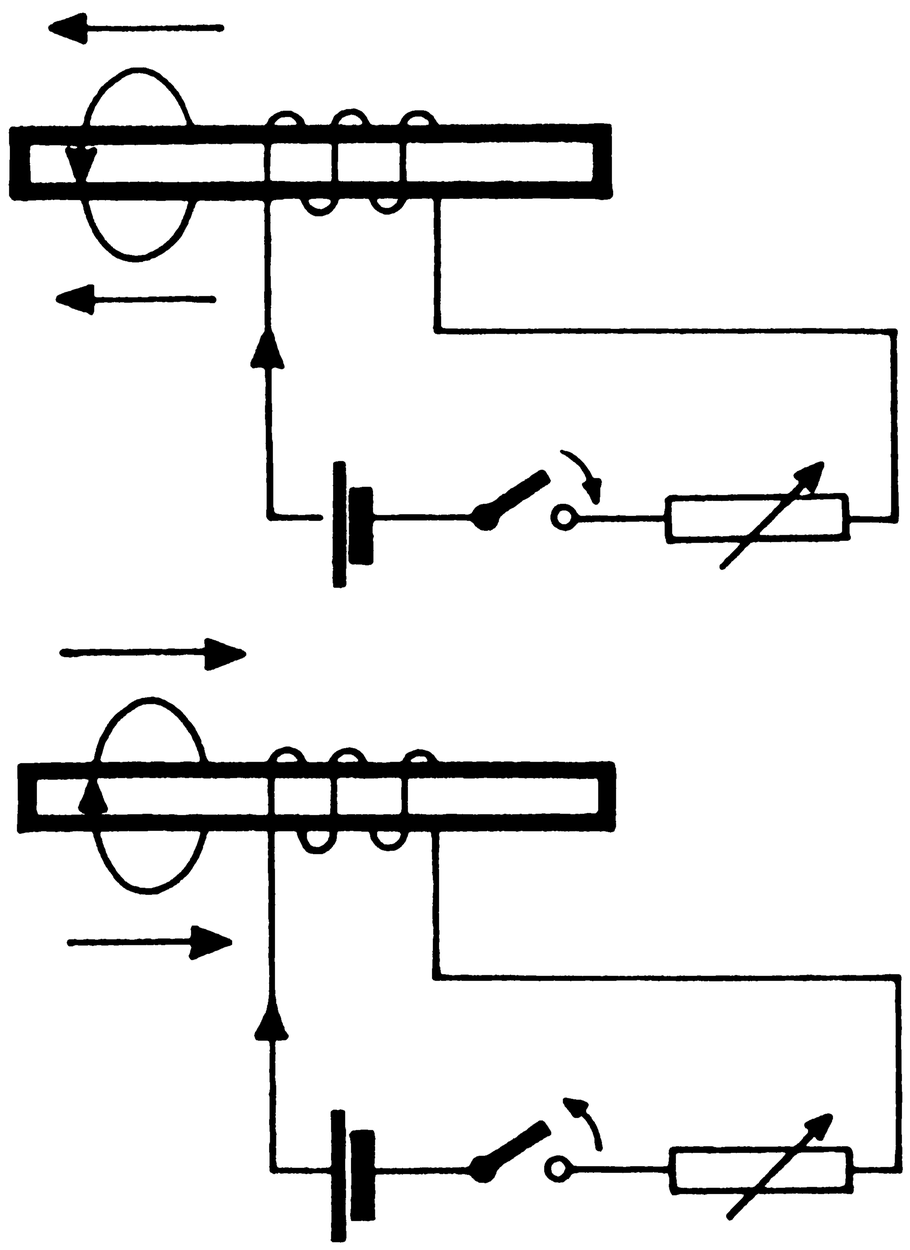


2-6
Na určenie smeru indukovaného prúdu

na zväčšenie magnetického indukčného toku plochou hliníkového prstenca P. Prstenec je voľne zavesený na dvoch vláknach tak, aby sa jadra nedotýkal. Keď cievkou prechádza konštantný prúd, je magnetický indukčný tok plochou prstenca konštantný. Keď sa prúd v cievke mení, mení sa jej magnetické pole, aj indukčný tok plochou prstenca a v prstenci sa indukuje prúd.

Pri pokuse pozorujeme, že pri zväčšovaní prúdu v cievke sa prstenec od cievky odpudzuje, kým pri zmenšovaní prúdu sa k cievke priťahuje. Podobne je to aj pri zapnutí a vypnutí prúdu.

Zo state 1.4 vieme, že vodiče s prúdmi súhlasných smerov sa priťahujú, vodiče s prúdmi nesúhlasných smerov sa odpudzujú. Z toho vyplýva, že pri zväčšovaní (zapnutí) prúdu v cievke sa v odpudzovanom prstenci indukuje prúd, ktorý má nesúhlasný smer a naopak pri zmenšovaní (vypnutí) prúdu v cievke sa v priťahovanom prstenci indukuje prúd, ktorý má súhlasný smer s prúdom v cievke (obr. 2-7).



2-7
K vysvetleniu Lenzovho zákona

Indukovaný prúd v prstenci má vždy taký smer, že svojím magnetickým poľom zmenšuje vnútri prstenca zmenu magnetického poľa cievky a tým aj zmenu indukčného toku plochou prstenca. Hovoríme, že indukovaný prúd pôsobí svojím magnetickým poľom proti zmene magnetického poľa, ktorá ho vyvolala.

Takto dostávame všeobecne platný záver, ktorý prvý raz formuloval v roku 1834 Lenz* a ktorý sa volá **Lenzov zákon: Indukovaný prúd pôsobí svojimi účinkami proti zmene, ktorá ho vyvolala.**

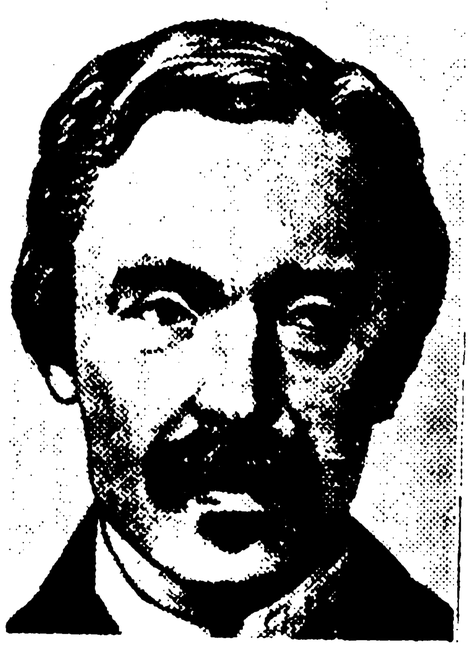
Lenzov zákon platí nielen pre indukované prúdy vo vodičoch tvaru drôtu, ale aj pre prúdy indukované v plných (masívnych) vodičoch v tvare plechov, platní, hranolov a pod. Tieto prúdy vznikajú vo vodičoch, ktoré sú v premennom magnetickom poli, alebo vo vodičoch, ktoré sú v relatívnom pohybe vzhľadom na zdroj magnetického poľa. Nazývajú sa **Foucaultove** (fukótove) **prúdy** alebo **vírivé prúdy****.

Vírivé prúdy indukované vo vodiči pri pohybe v magnetickom poli pôsobia svojimi silovými účinkami proti tomuto pohybu, t. j. brzdia pohyb vodiča v magnetickom poli. Brzdiaci účinok vírivých prúdov sa využíva na tlmenie pohybu rúčok (ukazovateľov) meracích prístrojov. Napríklad hliníkový kotúč elektromeru je brzdený tým, že zasahuje do úzkej medzery permanentného magnetu.

Úlohy

1. Tyčový magnet v zvislej polohe voľne padá a prelietne medeným prstencom. Ako bude ovplyvnený pohyb magnetu nad a pod prstencom?

* EMILIJ CHRISTIANOVIČ LENZ (lenc; 1804—1865), ruský fyzik nemeckého pôvodu.



** LÉON JEAN BERNARD FOUCAULT (fukó; 1819—1868), francúzsky fyzik.

2. Aký bude priebeh prúdu v prstenci z predchádzajúcej úlohy počas pádu magnetu?
3. Tyčový magnet v zvislej polohe bol spustený do dlhej zvislej medenej rúry. Charakterizujte pohyb magnetu.

2.5 Vlastná indukcia

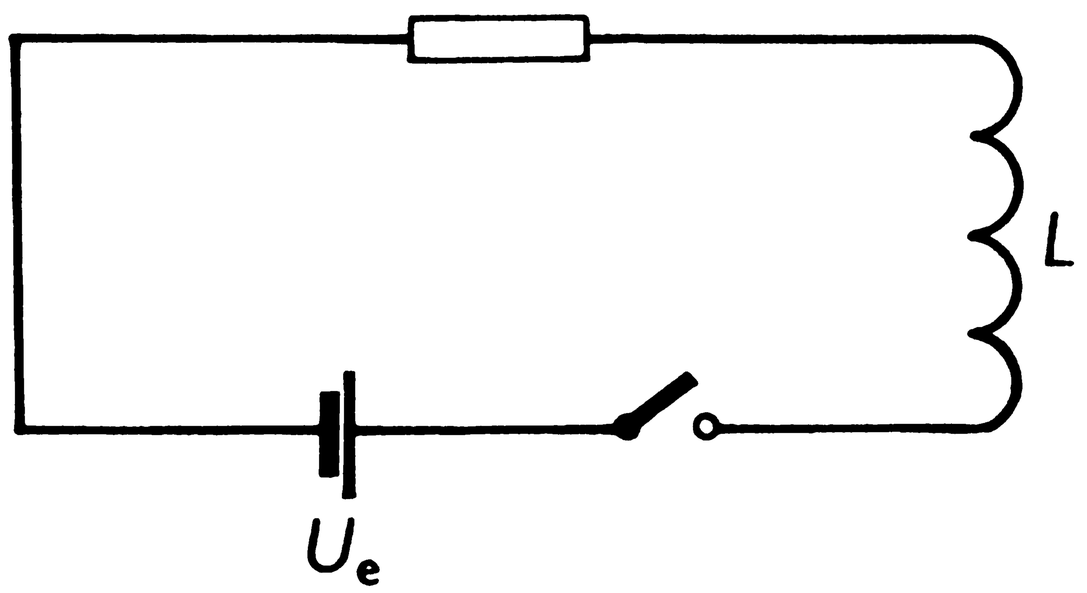
Pokusom podľa schémy na obr. 2-3 sme demonštrovali vznik indukovaného elektromotorického napätia v sekundárnej cievke pri zmene prúdu v primárnej cievke. Tento jav elektromagnetickej indukcie nazývame **vzájomná indukcia.** Využíva sa najmä v transformátoroch, ktorými sa budeme zaoberať neskôr.

Teraz budeme venovať pozornosť ďalšiemu javu elektromagnetickej indukcie. Keď cievkou prechádza časovo premenný prúd, mení sa s časom magnetické pole cievky aj magnetický indukčný tok, ktorý cievka v sebe tvorí a v cievke sa indukuje elektromotorické napätie. Tento jav sa volá **vlastná indukcia.**

Magnetický indukčný tok cievkou, ktorá je v prostredí s konštantnou relatívnou premeabilitou ($\mu_r = \text{konšt.}$), je priamo úmerný prúdu v cievke $\phi = LI$. Keď sa prúd v cievke za dobu Δt zmení o ΔI, zmení sa indukčný tok cievkou o $\Delta\phi = L\,\Delta I$. Súčiniteľ L má pre danú cievku konštantnú veľkosť, ktorá závisí od relatívnej permeability prostredia, počtu závitov a geometrie cievky. Nazýva sa **indukčnosť cievky.**

Pre elektromotorické napätia indukované v cievke potom platí

$$U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -L\,\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (2.7)$$



2-8
K vysvetleniu vlastnej indukcie

Jednotku indukčnosti definujeme zo vzťahu $L = -U_i \frac{\Delta t}{\Delta I}$. Cievka má jednotkovú indukčnosť, ak sa v nej pri rovnomernej zmene prúdu o 1 A za 1 s indukuje elektromotorické napätie 1 V. Jednotka indukčnosti sa volá **henry***, značka H. Platí: $\mathrm{H} = \mathrm{V} \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}$.

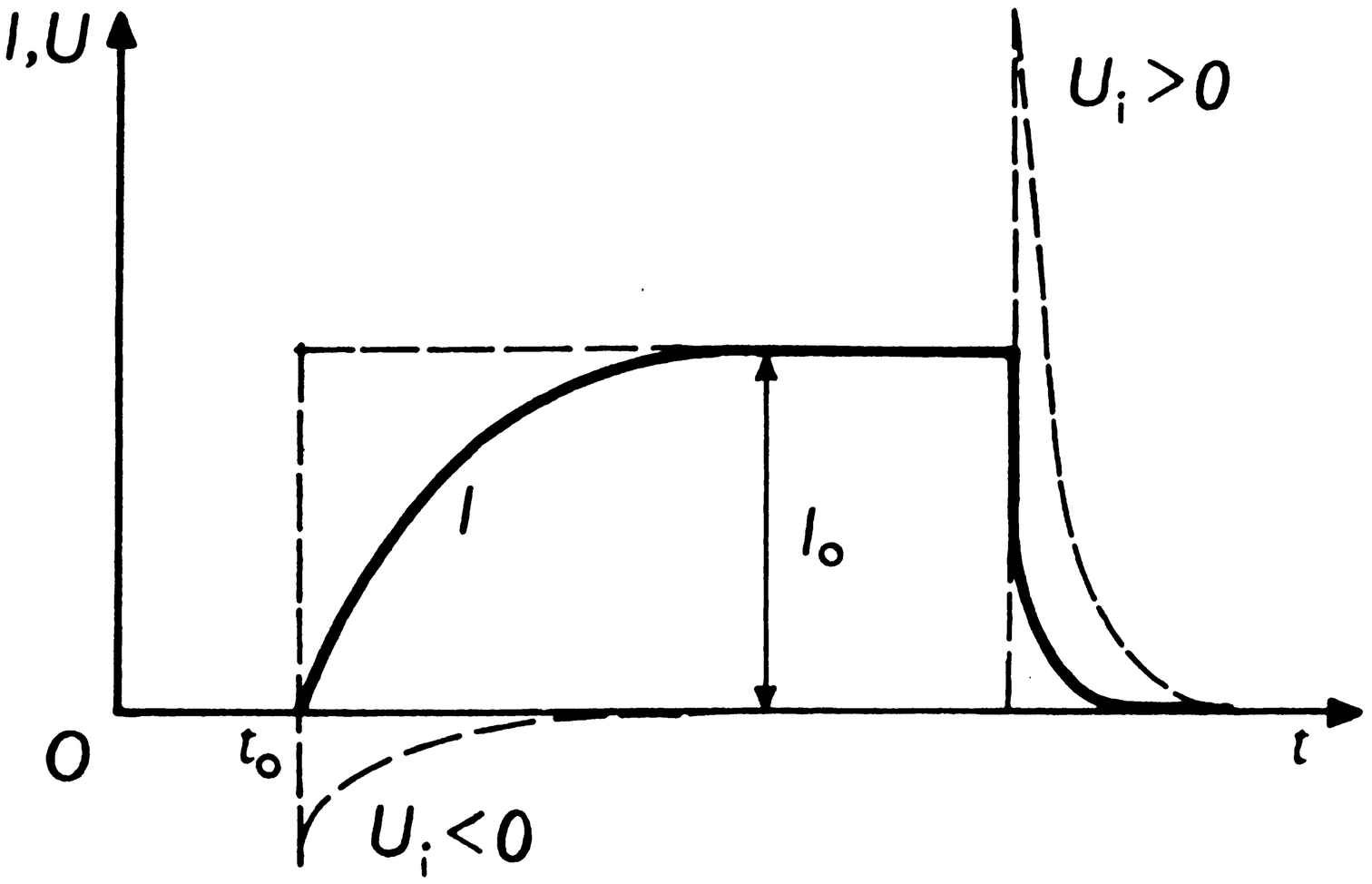
Indukčnosť L je okrem odporu R a kapacity C ďalším základným parametrom vodičov. Najčastejšie sa vyskytuje indukčnosť vodičov v tvare cievok. Cievka s feromagnetickým jadrom má oveľa väčšiu indukčnosť ako rovnaká cievka bez jadra, ale jej indukčnosť nie je konštantná. Závisí od prúdu, ktorý ňou prechádza ($L = \mathrm{f}(I)$).

Cievky bez jadra majú indukčnosť približne od 1 mikrohenry (μH) do 10 milihenry (mH), cievky s feromagnetickým jadrom od desiatok μH do desiatok H. Napríklad cievky s feritovými jadrami na odrušenie vysávačov s tyristorovou reguláciou otáčok (tzv. odrušovacie tlmivky) majú indukčnosť 2,5 mH až 10 mH. Tlmivka k žiarivke má indukčnosť približne 1 H.

Pozorujme teraz, ako sa mení prúd v obvode cievky (obr. 2-8) a indukované elektromotorické napätie v cievke pri zapnutí a vypnutí prúdu (obr. 2-9). Po zapnutí vypínača sa prúd v obvode zväčšuje ($\Delta I > 0$ A) a v cievke sa indukuje záporné elektromotorické napätie $U_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$. Prúd v obvode je daný podielom celkového elektromotorického napätia a celkového odporu obvodu

$$I = \frac{U_e + U_i}{R} = \frac{U_e - L \frac{\Delta I}{\Delta t}}{R} \qquad (2.8)$$

* Jednotka indukčnosti je pomenovaná na počesť amerického fyzika JOSEPHA HENRI HENRYHO (1797—1875).

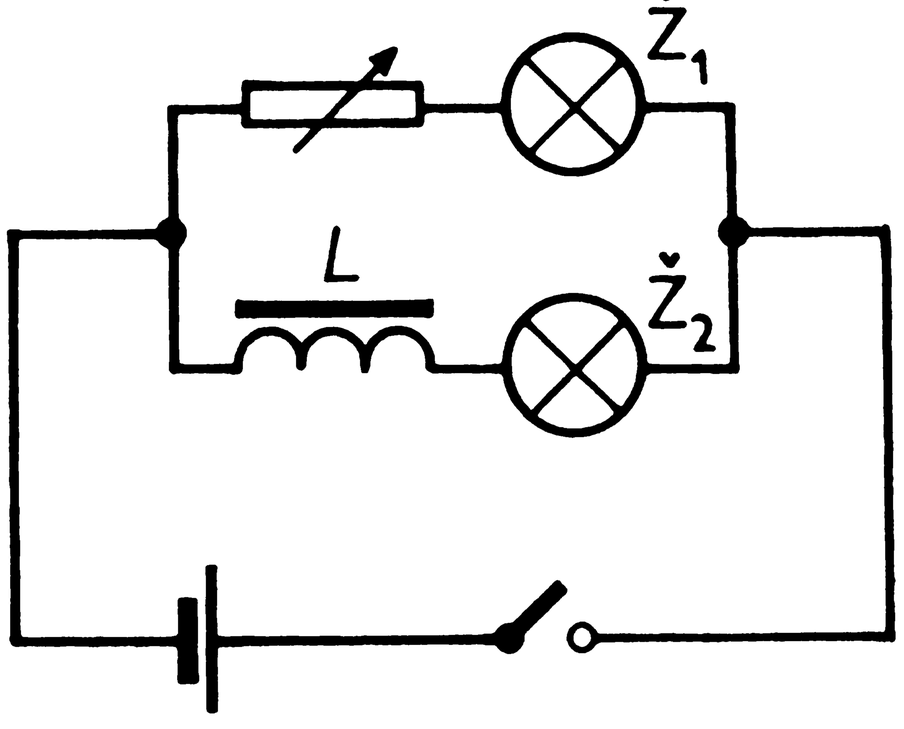


2-9
Vplyv vlastnej indukcie na časový priebeh prúdu a napätia v cievke pri zapnutí a vypnutí prúdu

V okamihu zapnutia spínača ($t = t_0$) je $I = 0$ A a zo vzťahu (2.8) vyplýva, že $U_i = -U_e$. To znamená, že pri zapnutí spínača má indukované elektromotorické napätie v cievke rovnakú veľkosť ako elektromotorické napätie zdroja, ale v súhlase s Lenzovým zákonom je záporné.

V čase $t > t_0$ sa prúd zväčšuje stále pomalšie a súčasne sa zmenšuje veľkosť záporného indukovaného elektromotorického napätia U_i. Po istom čase prúd dosiahne takmer ustálenú veľkosť $I_0 = \frac{U_e}{R}$ a indukované elektromotorické napätie sa zmenší na nulovú hodnotu. Tento čas závisí od veľkosti R a L. V bežných prípadoch býva 10^{-3} s až 10 s.

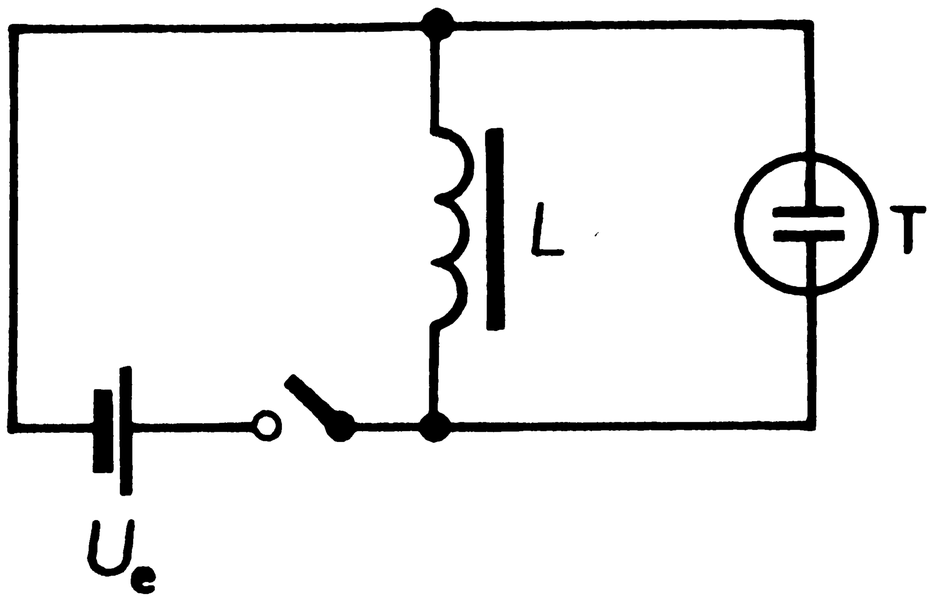
Oneskorené dosiahnutie konštantnej hodnoty prúdu I_0 možno ukázať pokusom podľa obr. 2-10. Po zapnutí spínača sa žiarovka vo vetve s cievkou rozsvieti neskôr ako žiarovka vo vetve s reostatom. Dobre viditeľné je to iba pri cievke s veľkou indukčnosťou (5 H až 10 H).



2-10
Vplyv vlastnej indukcie na časový priebeh prúdu v cievke pri zapnutí prúdu

Po vypnutí spínača v obvode znázornenom na obr. 2-8 začne prúd prudko klesať ($\Delta I < 0$ A) a v cievke sa indukuje kladné elektromotorické napätie, ktoré môže pri vhodne zvolených hodnotách R a L mnohonásobne prevýšiť elektromotorické napätie zdroja ($U_i \gg U_e$).

Môžeme sa o tom presvedčiť pokusom s tlejivkou podľa schémy na obr. 2-11. Pri vypnutí prúdu tlejivka zažiari, aj keď jej zápalné napätie* (60 V až 90 V) je mnohonásobne väčšie ako elektromotorické napätie zdroja (6 V).



2-11
Demoštrácia napätia indukovaného v cievke vlastnou indukciou pri vypnutí prúdu

Úlohy

1. Prúd v cievke sa rovnomerne zmenšil o 1,8 A za čas 0,2 s. Aká bola indukčnosť cievky, ak sa pritom na nej indukovalo elektromotorické napätie 45 mV? [5 mH]
2. Za dobu $\Delta t = 0{,}6$ s bolo na cievke s indukčnosťou 0,12 H stále indukované elektromotorické napätie 0,3 V. Určte veľkosť zmeny prúdu, ktorá nastala v cievke za danú dobu. [1,5 A]
3. Aká bola rýchlosť časovej zmeny prúdu v cievke s indukčnosťou 2,3 H, keď na nej bolo za istú veľmi krátku dobu konštantné indukované elektromotorické napätie 250 V? [109 A . s^{-1}]

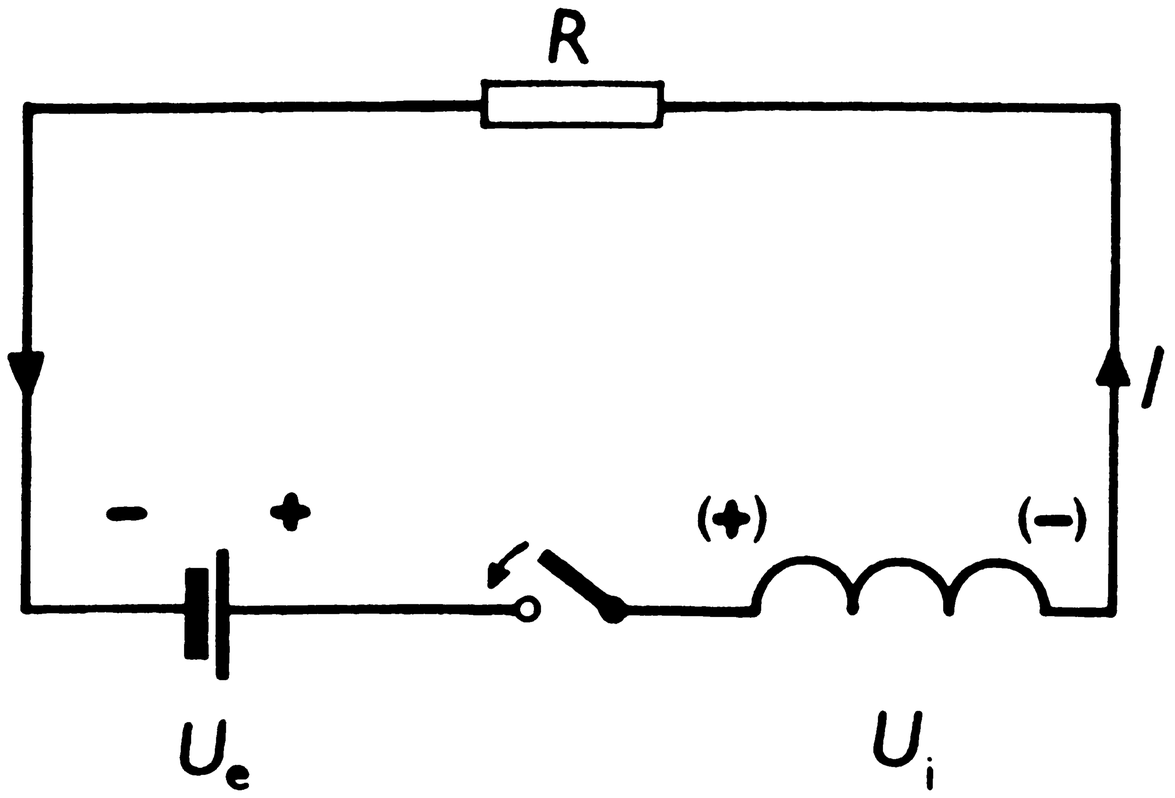
2.6 Energia magnetického poľa cievky

Magnetické pole podobne ako elektrické je jednou z foriem hmoty a má aj energiu. Zistíme, ako závisí energia magnetického poľa cievky od jej vlastností a od prúdu, ktorý cievkou prechádza.

---

* Zápalné napätie je také, pri ktorom v tlejivke vznikne tlejivý výboj.

V jednoduchom obvode (obr. 2-12) je zapojená cievka (bez jadra) s indukčnosťou L. Po zapnutí spínača sa prúd v cievke zväčšuje z nulovej hodnoty a po istom čase dosiahne hodnotu zodpovedajúcu ustálenému stavu (obr. 2-9). Súčasne sa tvorí magnetické pole cievky. Magnetický indukčný tok cievkou sa s prúdom zväčšuje podľa vzťahu $\phi = LI$. Pritom sa v cievke indukuje elektromotorické napätie $U_i = -L\,\frac{\Delta I}{\Delta t}$.



2-12
K vysvetleniu energie magnetického poľa cievky s prúdom

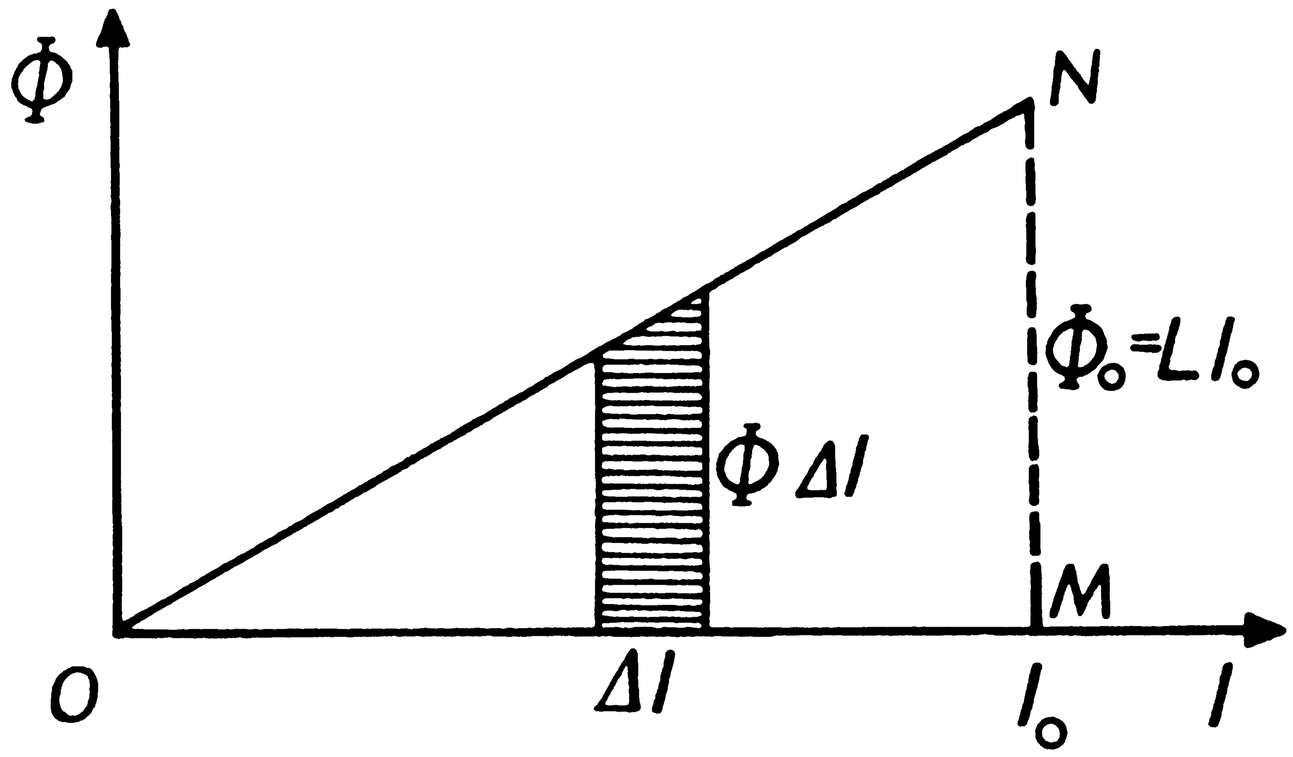
Za veľmi krátku dobu Δt sa prúd v cievke zväčšil o ΔI a energia magnetického poľa cievky sa zväčšila o ΔE_m. Túto energiu získalo magnetické pole cievky premenou veľkej časti elektrickej energie zdroja. Elektrické sily pôsobiace na voľné elektróny vo vodiči cievky vykonali pri tejto premene prácu, ktorej veľkosť sa rovná práve ΔE_m. Veľkosť tejto práce je daná súčinom veľkosti elektromotorického napätia $|U_i|$ indukovaného v cievke, prúdu I v cievke a doby Δt. Platí

$$\Delta E_m = |U_i|\, I\, \Delta t$$

alebo po dosadení a úprave

$$\Delta E_m = L\,\frac{\Delta I}{\Delta t}\, I\, \Delta t = LI\, \Delta I = \phi\, \Delta I$$

Aby sme dostali vzťah pre energiu E_m magnetického poľa cievky, ktorou prechádza stály prúd I_0, budeme vychádzať z grafu funkcie $\phi = LI$. Na obr. 2-13 zodpovedá elektrickej práci $\phi\, \Delta I$, a tým aj zmene energie ΔE_m, vyčiarkovaná plôška. Energii magnetického poľa cievky s prúdom I_0 zodpovedá obsah trojuholníka OMN, pre ktorý platí $\frac{1}{2}\,\phi_0 I_0 = \frac{1}{2}\,LI_0^2$.



2-13
Grafické určenie energie magnetického poľa cievky s prúdom

Energia magnetického poľa cievky je priamo úmerná druhej mocnice prúdu v cievke. Pretože budeme ďalej označovať prúd v cievke značkou I, platí pre energiu magnetického poľa cievky s prúdom I vzťah

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2 \qquad (2.9)$$

Pre cievku s feromagnetickým jadrom tento vzťah neplatí, pretože indukčnosť L cievky s týmto jadrom nie je konštantná (závisí od prúdu v cievke) a vzťah $\phi = LI$ nie je lineárny. Približne lineárna je táto závislosť pre cievky, ktorých feromagnetické jadro je otvorené alebo prerušené vzduchovou medzerou. Platí pre ňu zložitejší vzťah.

Po vypnutí vypínača nezanikne prúd v obvode okamžite, ale vo veľmi krátkom čase. Za tento čas zanikne aj magnetické pole cievky. Jeho energia sa pritom premení na iné formy energie, zväčša na vnútornú energiu obvodu (Joulovo teplo).

Úlohy

1. Cievkou s indukčnosťou 2 mH prechádza prúd 0,5 A. Určte energiu magnetického poľa tejto cievky. [$2{,}5 \cdot 10^{-4}$ J]
2. Na aké napätie treba nabiť kondenzátor s kapacitou 10 μF, aby sa jeho elektrická energia rovnala energii magnetického poľa cievky s indukčnosťou 1 mH, ktorou prechádza prúd 2 A? [20 V]
3. Cievka bola nahradená inou cievkou, ktorej indukčnosť je o 10 % menšia. Koľkokrát treba zväčšiť prúd v cievke, aby sa jej magnetická energia nezmenila? O koľko % sa zmenil prúd v cievke? [1,054-krát; 5,4 %]

Zhrnutie — Nestacionárne magnetické pole

Nestacionárne je v danej vzťažnej sústave každé magnetické pole, ktorého magnetická indukcia sa mení s časom.

Magnetický indukčný tok ϕ plochou závitu je najväčší, ak jeho plocha je kolmá na magnetické indukčné čiary ($\phi = BS$). Mierou časovej zmeny indukčného toku je pomer $\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$.

Elektromagnetická indukcia je jav, pri ktorom vzniká vo vodiči (cievke) indukované elektromotorické napätie, prípadne indukovaný prúd. Príčinou vzniku indukovaného elektromotorického napätia (indukovaného prúdu) je pôsobenie magnetickej sily na voľné nosiče náboja vo vodiči, ktorý sa pohybuje v magnetickom poli alebo silové pôsobenie indukovaného elektrického poľa na tieto nosiče vo vodiči, ktorý je v časovo premennom magnetickom poli.

Pre indukované elektromotorické napätie platí Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie $U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$, podľa ktorého sa indukované elektromotorické napätie rovná zápornej časovej zmene magnetického indukčného toku. Tento zákon má univerzálnu platnosť — platí pre všetky prípady elektromagnetickej indukcie.

Indukovaný prúd pôsobí svojimi účinkami proti zmene, ktorá ho vyvolala (Lenzov zákon). Vírivé prúdy, ktoré vznikajú v masívnom vodiči pri jeho pohybe v magnetickom poli, brzdia (v súhlase s Lenzovým zákonom) svojimi silovými účinkami pohyb tohto vodiča.

Indukované elektromotorické napätie v cievke vzniká pri časovej zmene magnetického indukčného toku nielen vo vonkajšom magnetickom poli, ale aj v jej vlastnom magnetickom poli (jav vlastnej indukcie).

Pre elektromotorické napätie indukované v cievke pri vlastnej indukcii platí vzťah $U_i = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Na jeho základe bola definovaná jednotka indukčnosti henry (H). Rovnako oprávnene možno na jej definíciu použiť vzťah $\phi = LI$, ktorým sme definovali indukčnosť L.

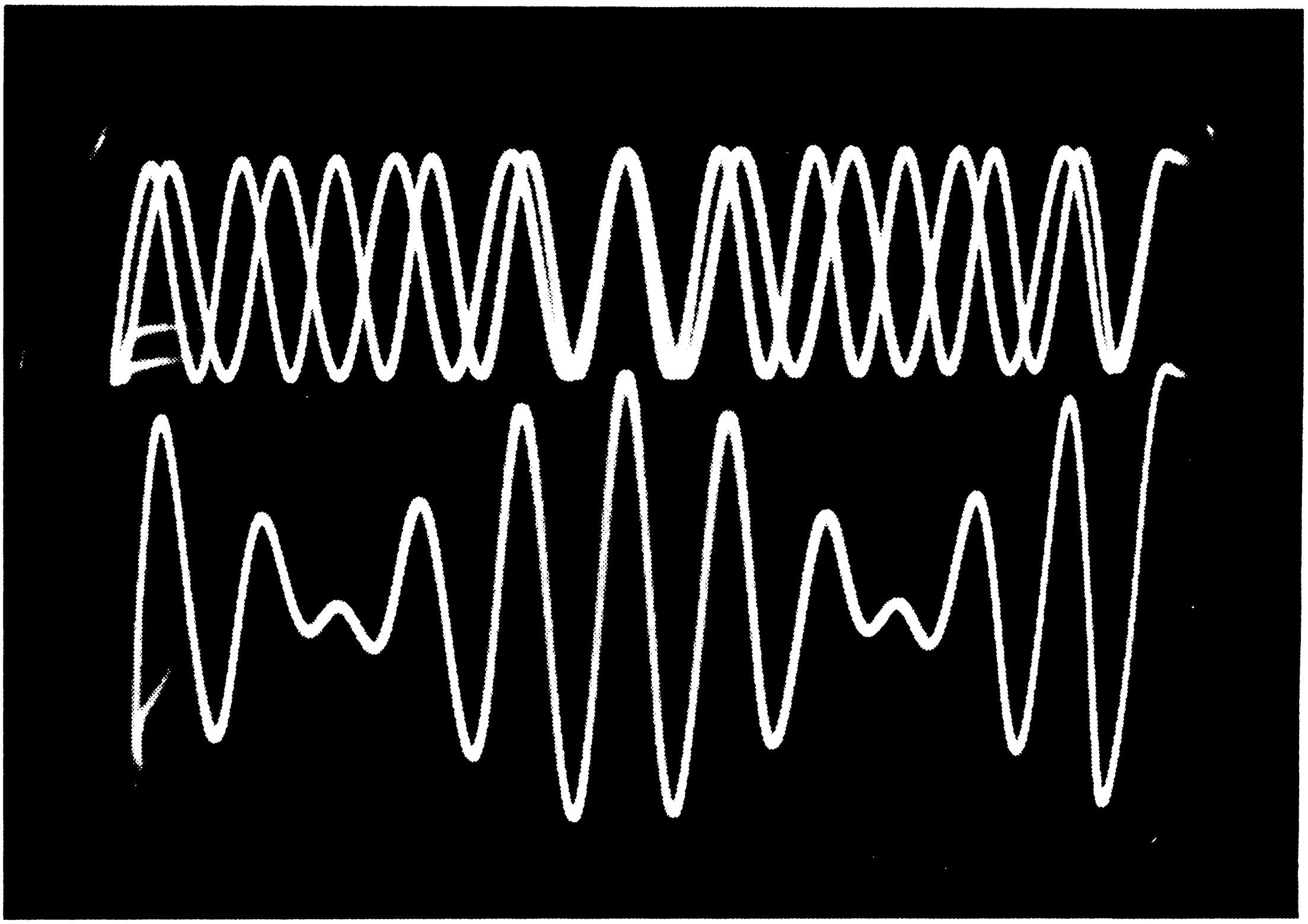
Po zapnutí prúdu v obvode s cievkou sa prúd zväčšuje pomalšie ako v obvode bez cievky. Pri zapnutí sa v cievke indukuje rovnako veľké

napätie ako elektromotorické napätie zdroja, ale záporné. Pri vypnutí prúdu sa indukuje v cievke kladné napätie a vzhľadom na veľkú hodnotu podielu $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ oveľa väčšie ako elektromotorické napätie zdroja.

Magnetické pole ako špecifická forma hmoty má energiu. Energia magnetického poľa cievky je priamo úmerná indukčnosti cievky a druhej mocnine prúdu, ktorý cievkou prechádza: $E_m = \frac{1}{2} LI^2$.

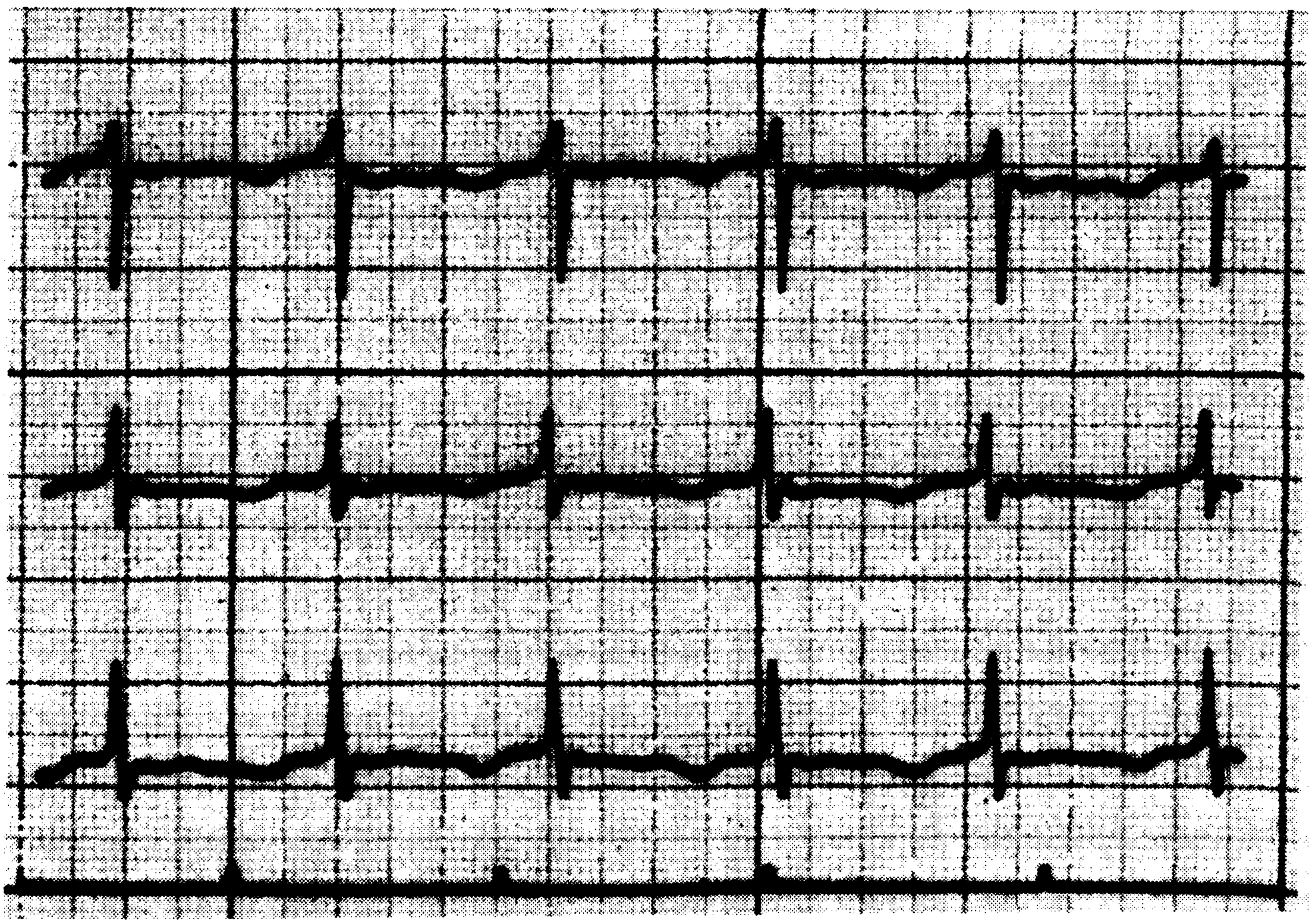
Veličina	Definičný vzťah	Jednotka
Magnetická indukcia ***B***	$B = \frac{F_m}{Il \sin \alpha}$	T (tesla)
Intenzita magnetického poľa ***H***	$H = \frac{NI}{l}$	$A \cdot m^{-1}$
Magnetický moment ***m*** (Ampérov)	$m = IS$	$A \cdot m^2$
Magnetický indukčný tok ϕ	$\phi = BS \cos \alpha$	Wb (weber)
Indukčnosť L	$L = \frac{\phi}{I}$	H (henry)
	$L = -U_i \frac{\Delta t}{\Delta I}$	H (henry)

KMITANIE A VLNENIE



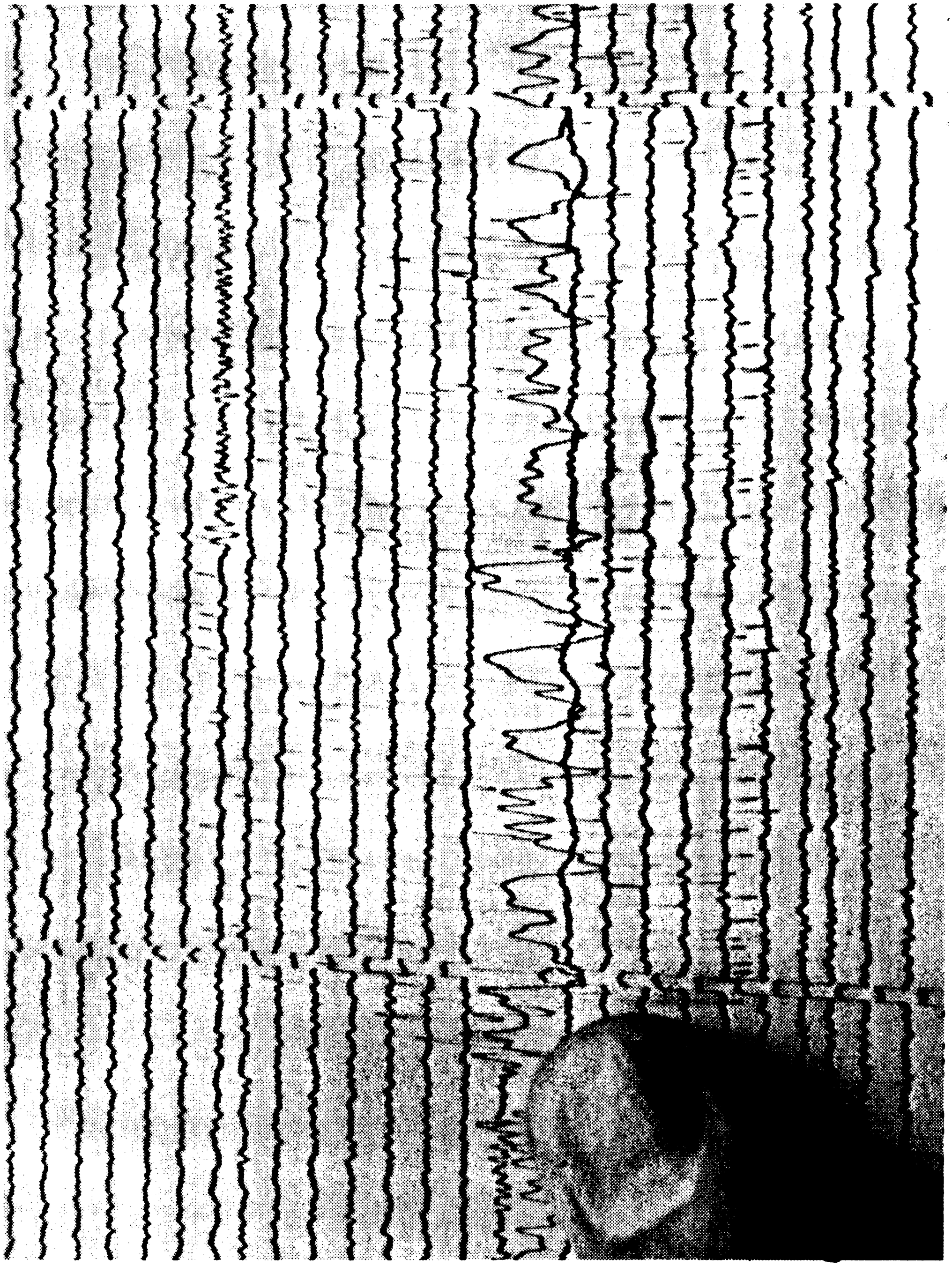
Pozrite sa na obr. 3-1 a 3-2. Sú na nich zachytené časové priebehy dvoch celkom odlišných dejov — činnosť srdca človeka a otrasy pôdy pri zemetrasení. No predsa je tu istá súvislosť. V oboch prípadoch bol priebeh dejov opísaný veličinami, ktoré sa s časom menia, nemajú stálu hodnotu.

Takéto deje nazývame **nestacionárne deje;** vyskytujú sa všade okolo nás. Prebiehajú v našom tele aj vo vesmíre, vnímame ich ako zvuk a svetlo, meriame nimi čas a využívame ich v nespočetných prístrojoch a zariadeniach.



3-1
Kardiogram činnosti srdca

V prírode aj v technickej praxi sa najčastejšie stretávame s nestacionárnymi dejmi mechanickými a elektromagnetickými. Hoci sa tieto deje odlišujú fyzikálnou podstatou, riadia sa istými spoločnými zákonitosťami. Hovoríme, že medzi oboma druhmi nestacionárnych dejov existuje podobnosť alebo **analógia.** Túto analógiu mechanických a elektromagnetických dejov budeme v ďalšom vysvetľovaní často využívať.



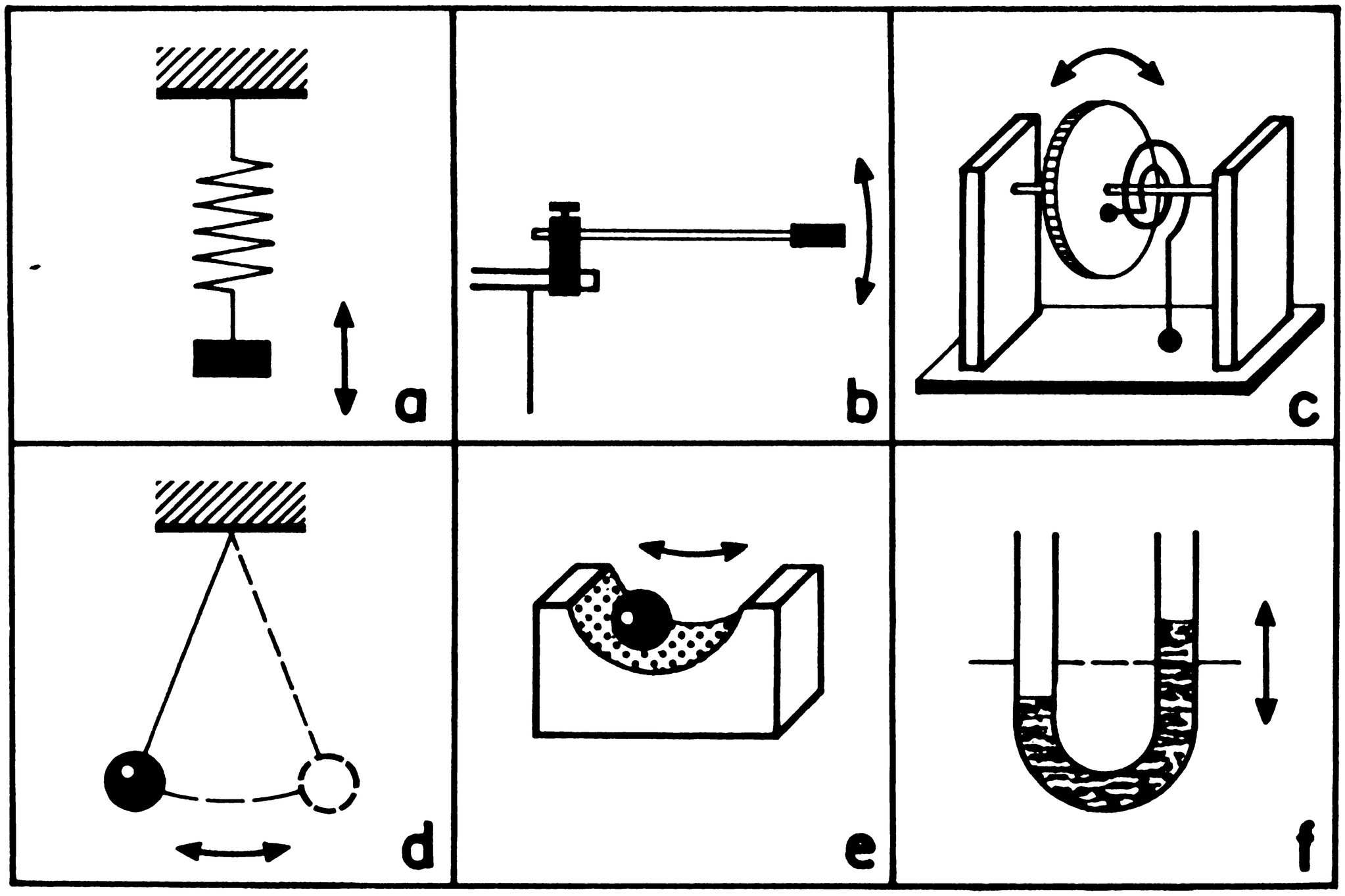
3-2
Seizmogram zemetrasenia

3. VLASTNÉ KMITANIE OSCILÁTORA

3.1 Kmitavý pohyb

Príklady v úvode predstavujú veľmi zložité nestacionárne deje, čomu zodpovedá aj ich zložitý časový priebeh. Oveľa jednoduchší priebeh majú deje, ktoré prebiehajú v rozličných mechanických zariadeniach, ktorých príklady sú na obr. 3-3. Rozborom týchto príkladov dôjdeme k záveru, že celé zariadenie koná opakovane rovnaký pohyb a periodicky sa vracia do istého stavu. Prebieha **periodický nestacionárny dej** alebo **kmitanie**.

Každé zariadenie, ktoré môže voľne (bez vonkajšieho pôsobenia) kmitať, nazývame **oscilátor.** Na obr. 3-3 sú príklady mechanických oscilátorov rozličného druhu. Ich kmitanie spôsobuje buď sila pružnosti, ktorá



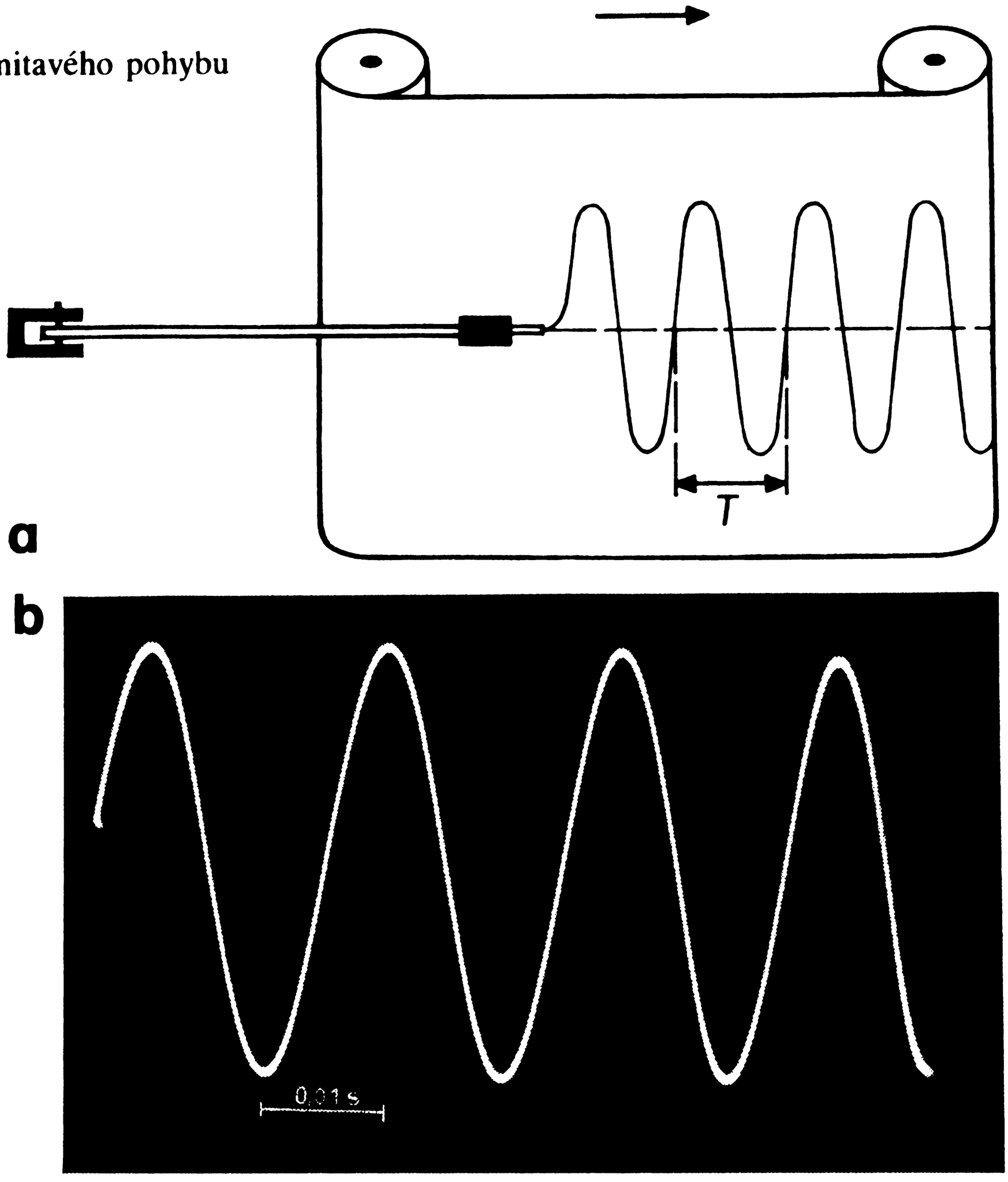
3-3
Príklady mechanických oscilátorov

vzniká pri deformácii pružiny (obr. 3-3a, b, c), alebo tiažová sila (obr. 3-3d, e, f).

Mechanické oscilátory konajú **kmitavý pohyb.** Z obr. 3-3 je zrejmé, že trajektória kmitavého pohybu môže byť priamočiara aj krivočiara. V ďalšom sa však budeme zaoberať iba jednoduchým kmitavým pohybom po priamke. Tejto požiadavke najlepšie vyhovuje kmitanie telesa zaveseného na pružine. Tento oscilátor nazývame *pružinový oscilátor* (obr. 3-3a).

Najjednoduchším mechanickým oscilátorom, ktorého kmitanie spôsobuje tiažová sila, je *kyvadlo* (obr. 3-3d). V minulosti malo veľký význam ako zariadenie na meranie času (kyvadlové hodiny). Kyvadlo ľahko vyhotovíme z guľôčky zavesenej na pevnej niti. S pohybom tohto kyvadla

3-4
Časový záznam kmitavého pohybu



sa oboznámime v cvičení 6. Všeobecne môžeme za kyvadlo považovať každé teleso otáčavé okolo vodorovnej osi umiestenej mimo ťažiska.

Kmitanie oscilátora najlepšie posúdime podľa jeho **časového diagramu,** na ktorom sú znázornené okamžité polohy kmitajúceho telesa ako funkcie času (obr. 3-4a, b). Časový diagram ľahko utvoríme napr. pomocou hrotu na konci kmitajúcej ladičky, ktorým rovnomerne pohybujeme po začadenej sklenej platni. Pozorujeme, že vždy po istom čase sa oscilátor dostane do rovnakej polohy. Túto **periodicky sa opakujúcu časť kmitavého pohybu nazývame kmit.**

Z časového diagramu určíme charakteristické veličiny kmitavého pohybu. Je to:

1. **Perióda** alebo **doba kmitu** T, za ktorú prebehne jeden kmit a oscilátor sa dostane do zvoleného začiatočného stavu. Meria sa v sekundách.

2. **Frekvencia** alebo **kmitočet** f. Rovná sa počtu kmitov, ktoré prebehnú za sekundu. Je teda prevrátenou hodnotou periódy:

$$f = \frac{1}{T}$$

Jednotkou frekvencie je **hertz***, značka Hz:

$$[f] = \frac{1}{[T]} = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz}$$

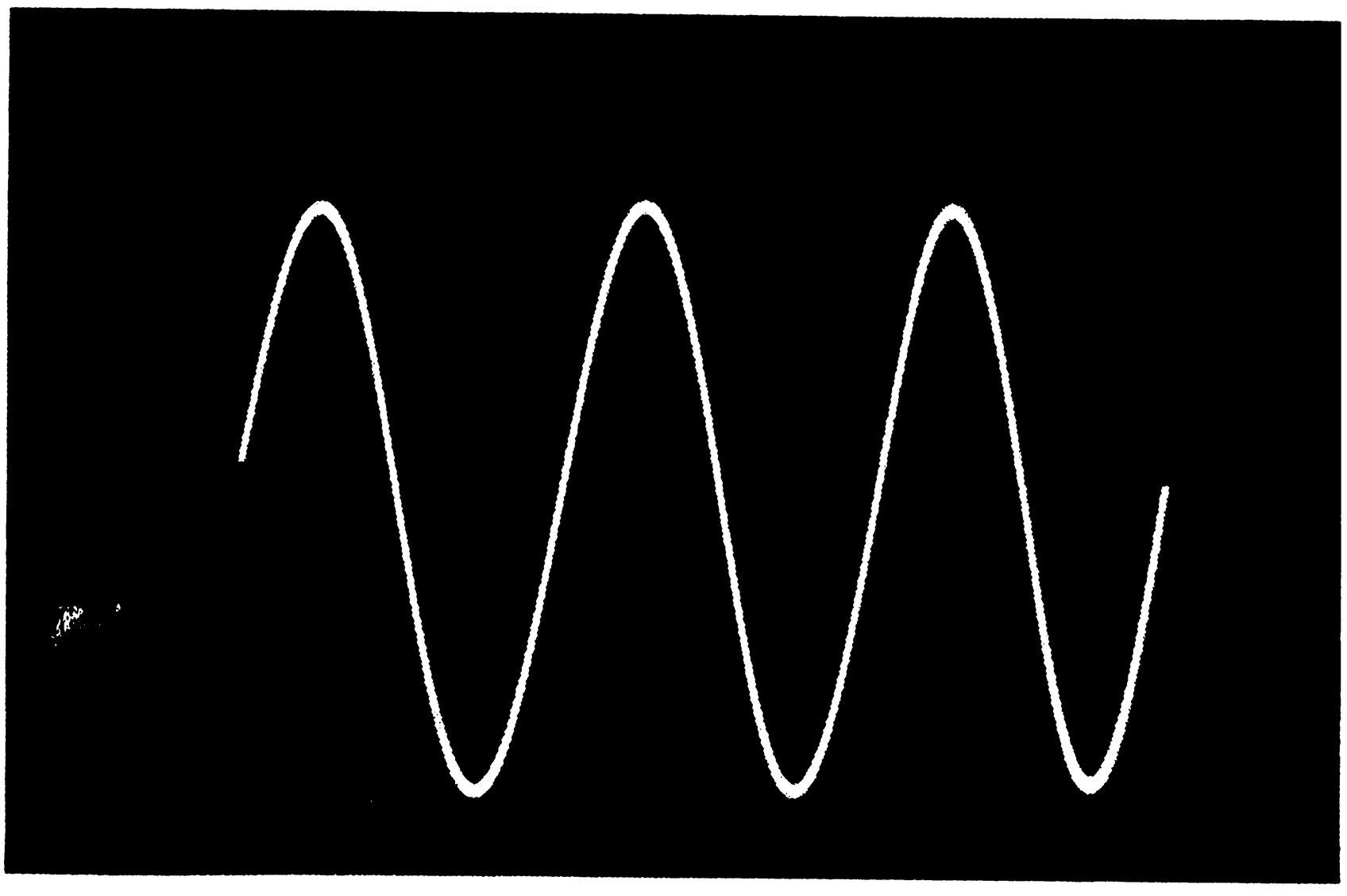
V praxi sa používajú aj väčšie jednotky:

kilohertz, $\mathrm{kHz} = 10^3\ \mathrm{Hz}$
megahertz, $\mathrm{MHz} = 10^6\ \mathrm{Hz}$

* Pomenovaná na počesť nemeckého fyzika HEINRICHA HERTZA (1857—1894).

Z obr. 3-4 je zrejmé, že časovým diagramom oscilátora je sínusoida. Takýto priebeh predstavuje najjednoduchší kmitavý pohyb vôbec a nazýva sa **jednoduchý kmitavý pohyb** alebo **harmonický pohyb**. V porovnaní s týmto pohybom môžeme pohyb, ktorého časový diagram je na obr. 3-1, nazvať kmitavý periodický pohyb. Nie je to však pohyb harmonický. Kmitanie na obr. 3-2 predstavuje pohyb neperiodický.

Harmonicky kmitá napr. aj napätie elektrickej rozvodnej siete. Jeho časový diagram (obr. 3-5) získame pomocou osciloskopu, čo je dôležitý prístroj najmä na pozorovanie periodických dejov. V obrazovej elektrónke osciloskopu sa pohybuje elektrónový lúč rovnomerne zľava doprava a súčasne je uvádzaný pripojeným napätím do kmitavého pohybu v zvislom smere. Zložením oboch pohybov vzniká na tienidle časový diagram periodického deja (oscilogram).



3-5
Oscilogram napätia elektrickej rozvodnej siete

Väčšina periodických dejov v prírode alebo v technickej praxi má zložitý priebeh. Keď napr. pripojíme k osciloskopu mikrofón, dostaneme oscilogramy hlások ľudskej reči. Presvedčíme sa, že hlásky majú zväčša neperiodický priebeh. Iba samohlásky predstavujú periodické kmitanie, ktoré však nie je harmonické (obr. 3-6).

3-6
Oscilogram samohlásky „a“

Úlohy

1. Vysvetlite rozdiel medzi periodickým pohybom a harmonickým pohybom.
2. Vyznačte periódu dejov, ktorých časové diagramy sú na obr. 3-1 a 3-6.
3. Určte periódu a frekvenciu deja, ktorého časový diagram je na obr. 3-5.
4. Ľudské srdce vykoná 75 tepov za minútu. Určte periódu a frekvenciu činnosti srdca. [0,8 s; 1,25 Hz]

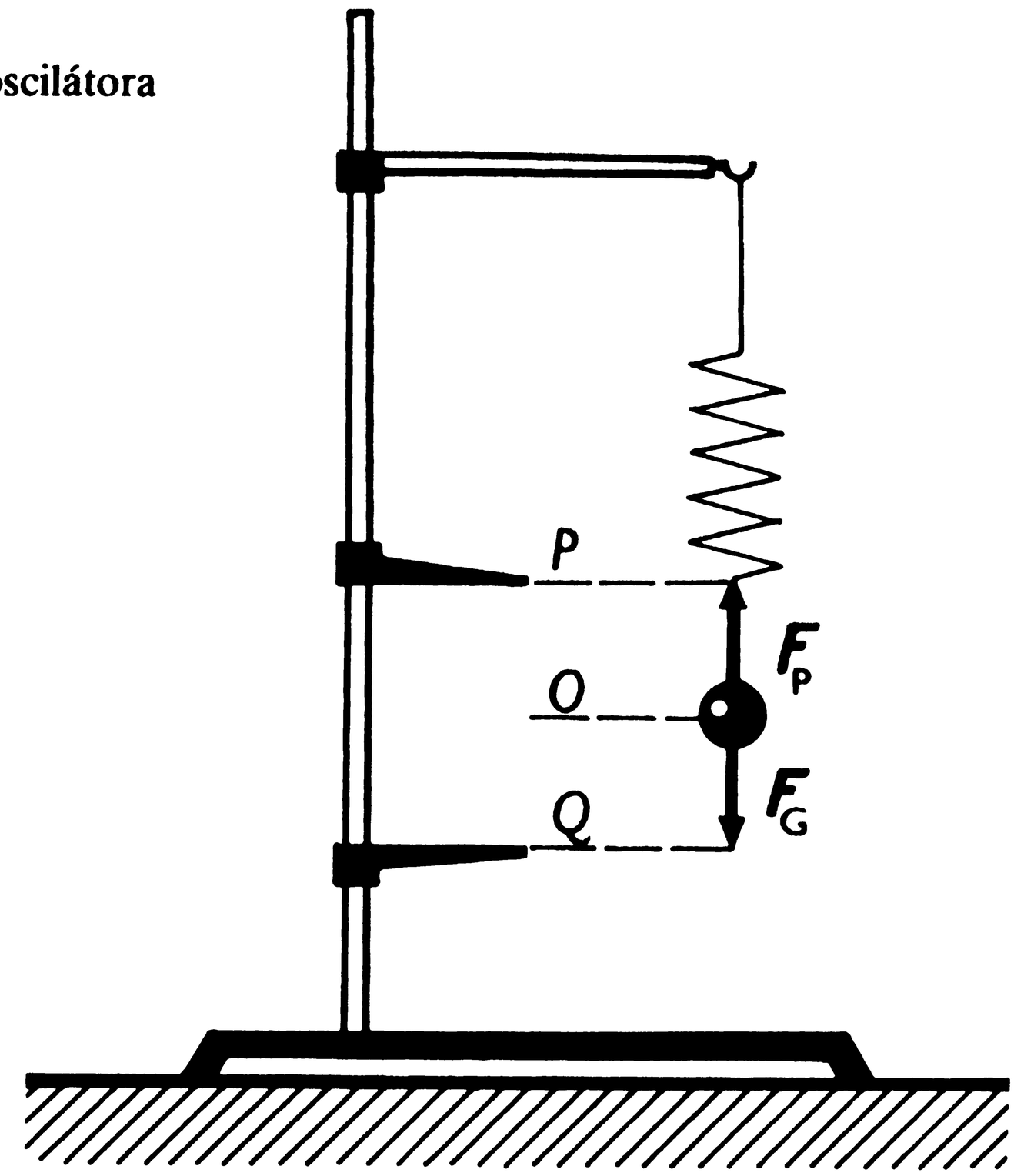
3.2 Kinematika kmitavého pohybu

Podrobnejší opis kmitavého pohybu vyžaduje, aby sme zistili, ako sa v priebehu kmitu menia kinematické veličiny pohybu oscilátora. Preto budeme skúmať jeho pohyb vo vhodne zvolenej vzťažnej sústave.

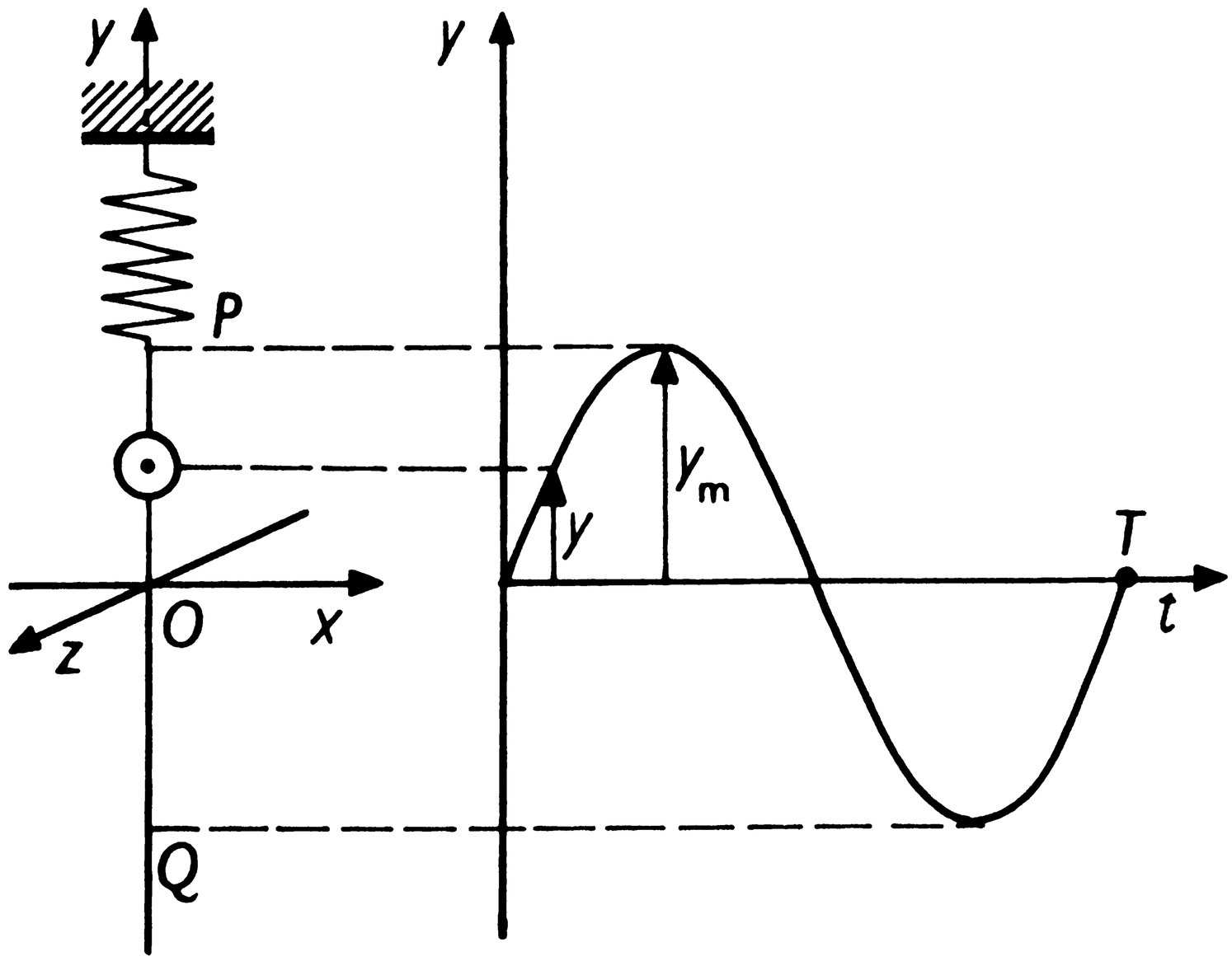
Keď na pružinu zavesíme závažie, pružina sa pôsobením tiaže závažia predĺži. V dôsledku pružnosti pružiny vznikne sila $\boldsymbol{F}_p$, ktorej veľkosť sa v závislosti od predĺženia zväčšuje. Sila $\boldsymbol{F}_p$ má opačný smer ako tiažová sila $\boldsymbol{F}_G$, ktorá pôsobí na závažie a závažie sa ustáli **v rovnovážnej polohe** O,

v ktorej $F_P = -F_G$ (obr. 3-7). Do ťažiska závažia v rovnovážnej polohe umiestime začiatok vzťažnej sústavy.

3-7
Rovnovážna poloha pružinového oscilátora



3-8
K vysvetleniu základných pojmov kmitavého pohybu

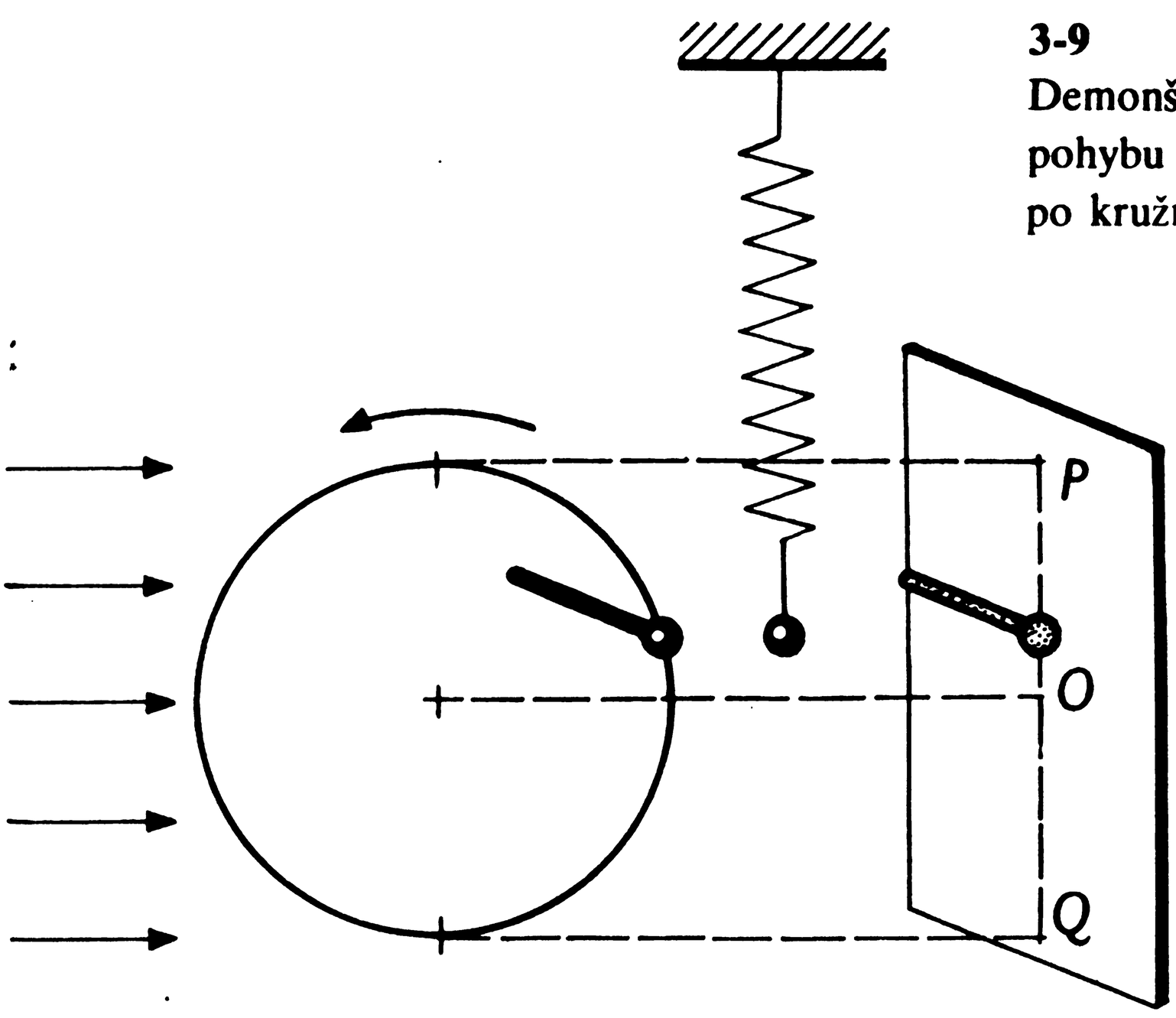


Závažie vychýlime z rovnovážnej polohy v smere osi y a necháme voľne kmitať. Okamžitá poloha závažia je určená súradnicou y, ktorú nazývame **okamžitá výchylka** (obr. 3-8). Súradnice x, z sú pri pohybe závažia stále nulové.

Okamžitá poloha závažia je určená vektorom posunutia $\boldsymbol{d}$, ktorého začiatok je v začiatočnom bode vzťažnej sústavy a koniec v ťažisku závažia. Vzhľadom na voľbu vzťažnej sústavy ($x = 0$ m, $z = 0$ m) je okamžitá výchylka dostatočne určená súradnicou vektora $\boldsymbol{d}$ na osi y ($y = d_y$). Je to skalárna veličina, ktorá nadobúda kladné aj záporné hodnoty.

Okamžitá výchylka sa pri pohybe ocilátora periodicky mení a vzhľadom na rovnovážnu polohu nadobúda kladné aj záporné hodnoty. V istých okamihoch dosahuje y najväčšie kladné, prípadne záporné hodnoty. Túto najväčšiu hodnotu okamžitej výchylky nazývame **amplitúda výchylky** y_m.

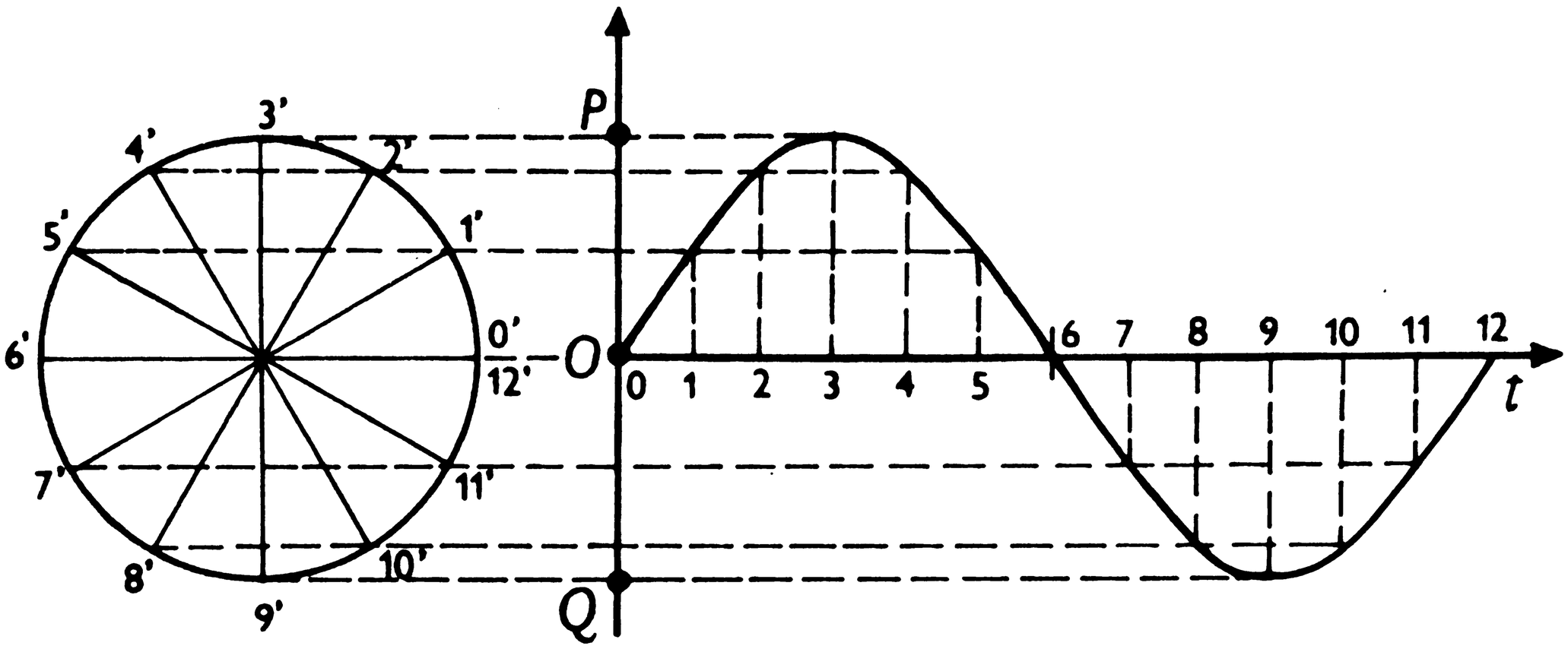
Vzťah pre okamžitú výchylku ako funkciu času nájdeme porovnaním kmitavého pohybu s pohybom rovnomerným po kružnici. Túto súvislosť demonštrujeme pokusom podľa obr. 3-9.



3-9
Demonštrácia súvislosti kmitavého pohybu s rovnomerným pohybom po kružnici

V zvislej rovine sa otáča kotúč, na ktorom je upevnená guľôčka. Osvetlíme ju zväzkom lúčov rovnobežných s rovinou kotúča. Na tienidle

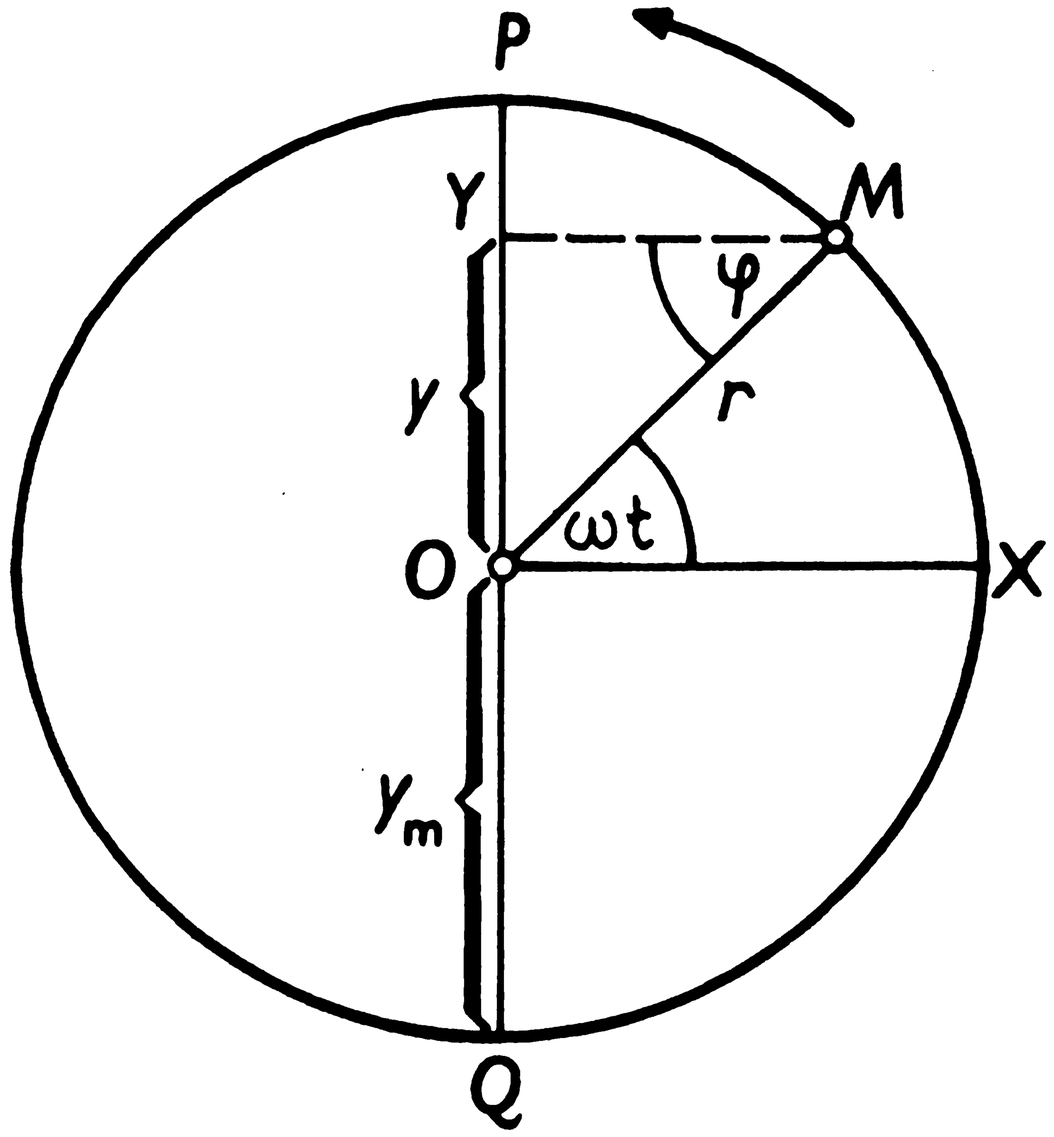
pozorujeme tieň guľôčky. Z časového diagramu pohybu tieňa (obr. 3-10) zistíme, že tieň guľôčky koná harmonický kmitavý pohyb.



3-10
Časový diagram kmitavého pohybu

Keď mechanický oscilátor bude kmitať s rovnakou frekvenciou, s akou sa otáča kotúč, potom pri zhodnej amplitúde výchylky bude tieň guľôčky aj závažia oscilátora ustavične splývať. Táto súvislosť oboch pohybov umožňuje nájsť rovnicu, ktorá vyjadruje závislosť okamžitej výchylky od času, t. j. funkciu $y = f(t)$.

Na obr. 3-11 je znázornená trajektória tvaru kružnice hmotného bodu



3-11
K odvodeniu vzťahu pre okamžitú výchylku kmitavého pohybu

M, ktorý sa pohybuje stálou uhlovou rýchlosťou ω. Kolmým priemetom okamžitých polôh bodu M do priemeru trajektórie na osi y (úsečka PQ) nájdeme okamžité polohy kmitajúceho bodu.

V istom časovom okamihu sa hmotný bod premietne do polohy Y a pre okamžitú výchylku zo začiatočného bodu O platí vzťah

$$y = |OM| \sin \omega t$$

kde $|OM|$ je polomer trajektórie tvaru kružnice hmotného bodu. Uhol meriame od polohy ramena OX do polohy ramena OM. V priebehu jednej periódy nadobúda uhol ωt hodnoty od 0 do 2π radiánov a v každom okamihu určuje jednoznačne okamžitú výchylku. Nazýva sa **fáza harmonicky premennej veličiny.**

Keďže úsečka OM sa otáča uhlovou rýchlosťou ω, tak v prípade, že v čase $t = 0$ s bol hmotný bod v polohe X, je okamžitá hodnota fázy ωt. Súčasne vidíme, že dĺžka úsečky OM určuje najväčšiu výchylku priemetu hmotného bodu M z rovnovážnej polohy a má teda význam amplitúdy výchylky: $|OM| = y_m$. Pre okamžitú výchylku jednoduchého kmitavého pohybu dostaneme vzťah

$$\boxed{y = y_m \sin \omega t}$$

Je to **základná kinematická rovnica kmitavého pohybu.**

Veličinu definovanú vzťahom

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

budeme pri kmitavých dejoch nazývať **uhlová frekvencia**. Jednotkou uhlovej frekvencie je radián za sekundu (rad . s^{-1})*.

Z predchádzajúceho vysvetlenia vyplýva, že **jednoduchý kmitavý pohyb je pohyb periodický, priamočiary a nerovnomerný. Jeho okamžitá výchyl-**

---

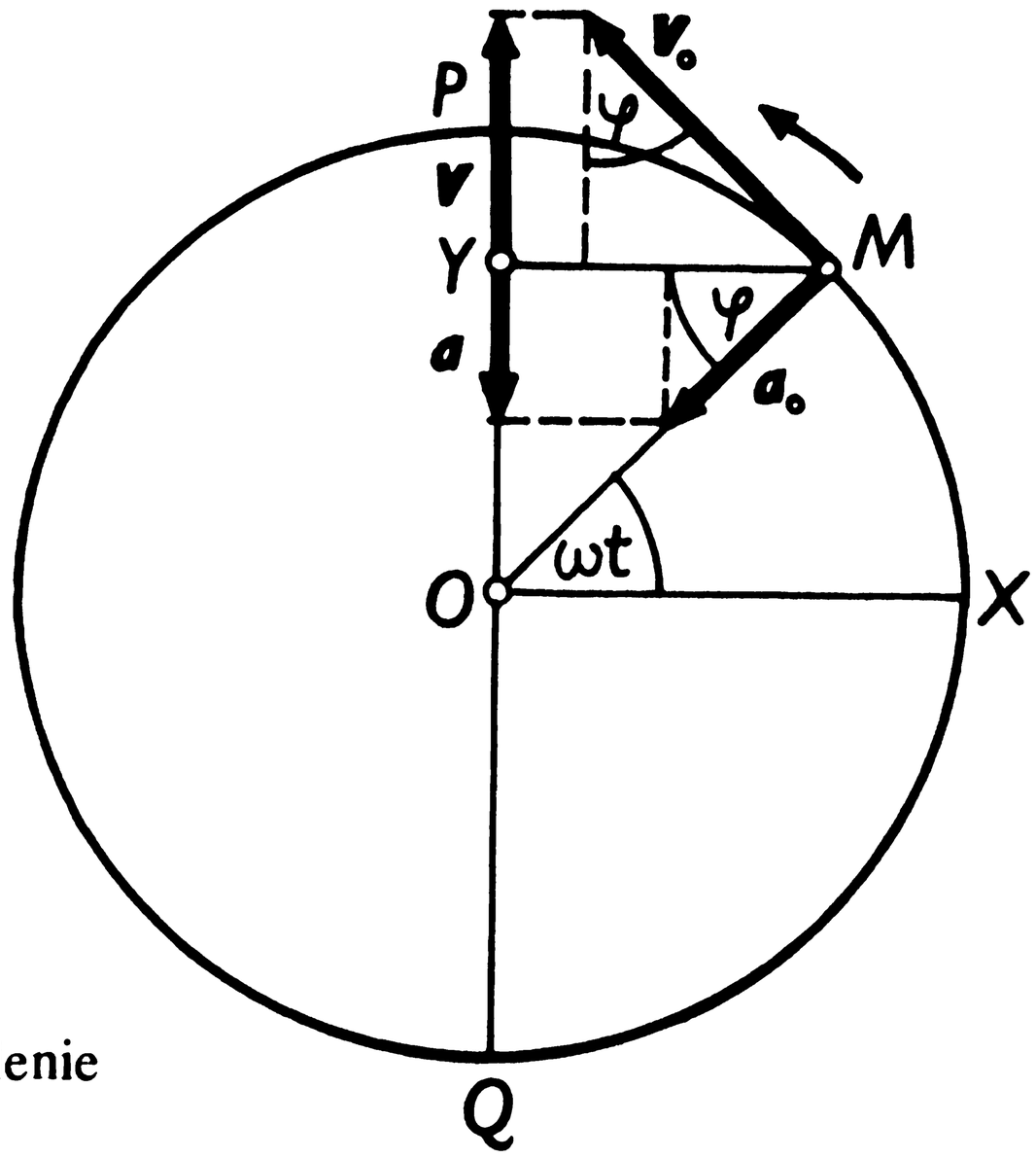
* Radián je doplnková jednotka SI, preto ju nemožno vyjadriť pomocou základných jednotiek. Jednotka uhlovej frekvencie rad . s^{-1}, vyjadrená v základných jednotkách, je s^{-1}. Pri určovaní jednotiek veličín, ktoré sú dané vzťahom obsahujúcim uhlovú frekvenciu, vyjadrujeme jednotku uhlovej frekvencie v základných jednotkách, t. j. s^{-1}.

ka sa periodicky mení podľa funkcie sínus. Podľa funkcie sínus, prípadne kosínus sa podobne menia časovo premenné fyzikálne veličiny iných periodických mechanických aj elektromagnetických dejov. Takéto deje nazývame **harmonické kmitanie.**

3.3 Rýchlosť a zrýchlenie kmitavého pohybu

Základnými veličinami kinematického opisu kmitavého pohybu sú aj rýchlosť a zrýchlenie. Vzťahy pre tieto veličiny nájdeme opäť na základe súvislosti s rovnomerným pohybom po kružnici.

Vektor rýchlosti $\boldsymbol{v}_0$ pohybu rovnomerného po kružnici má smer dotyčnice v danom bode trajektórie (obr. 3-12) a veľkosť rýchlosti $v_0 = \omega r$. Rýchlosť $\boldsymbol{v}$ kmitavého pohybu je priemetom vektora $\boldsymbol{v}_0$ do zvislej priamky. Keďže ide o priemet vektora do osi vzťažnej sústavy, budeme rýchlosť v kmitavého pohybu zapisovať ako skalárnu veličinu, t. j. ako súradnicu vektora $\boldsymbol{v}$. Z obr. 3-12 je zrejmé, že $v = v_0 \cos \omega t = \omega r \cos \omega t$.



3-12
K odvodeniu vzťahov pre rýchlosť a zrýchlenie kmitavého pohybu

Dosadením za $r = y_m$ dostaneme vzťah pre rýchlosť kmitavého pohybu

$$v = \omega y_m \cos \omega t$$

Rýchlosť kmitavého pohybu sa periodicky mení podľa funkcie kosínus. Najväčšia je pri prechode oscilátora rovnovážnou polohou, t. j. pri $y = 0$. Naopak v okamihu, keď oscilátor dosiahne amplitúdu výchylky ($y = y_m$), je rýchlosť nulová.

Vektor zrýchlenia $\boldsymbol{a}_0$ pohybu rovnomerného po kružnici smeruje do stredu trajektórie tvaru kružnice a jeho veľkosť $a_0 = \omega^2 r$. Zrýchlenie kmitavého pohybu je priemetom vektora $\boldsymbol{a}_0$ do zvislej priamky. Z obr. 3-12 je zrejmé, že zrýchlenie $\boldsymbol{a}$ kmitavého pohybu má stále smer do stredu trajektórie tvaru kružnice.

Vzhľadom na to, že ide opäť o súradnicu vektora $\boldsymbol{a}_0$ na osi vzťažnej sústavy, budeme zrýchlenie kmitavého pohybu zapisovať ako skalárnu veličinu. Podľa obr. 3-12 je súradnica zrýchlenia v danej fáze kmitavého pohybu záporná: $a = -a_0 \sin \omega t = -\omega^2 r \sin \omega t$. Pretože $r = y_m$ a $y_m \sin \omega t = y$, bude

$$a = -\omega^2 y$$

Pohyb oscilátora sa so zväčšujúcou výchylkou spomaľuje, kým pri zmenšovaní výchylky sa zrýchľuje.

Zrýchlenie kmitavého pohybu je priamo úmerné okamžitej výchylke a v každom okamihu má opačný smer.

Úlohy

1. Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitúdou výchylky 0,20 m. Určte okamžité výchylky hmotného bodu v časoch $\frac{1}{4}T$, $\frac{1}{3}T$, $\frac{1}{2}T$, ak je časovým diagramom sínusoida. [0,20 m; 0,17 m; 0 m]
2. Napíšte rovnicu harmonického kmitania oscilátora, ktorý kmitá s amplitúdou výchylky 3 cm a periódou 0,2 s.
3. Harmonické kmitanie je opísané rovnicou $y = 8 \sin 4\pi t$ cm. Určte amplitúdu výchylky a frekvenciu oscilátora. [8 cm; 2 Hz]
4. Za aký čas od začiatočného okamihu dosiahne oscilátor, ktorý kmitá podľa rovnice v úlohe 3, okamžitú výchylku — 8 cm. [0,38 s]
5. Nakreslite časový diagram kmitania harmonického oscilátora, ktorý kmitá podľa rovnice $y = -y_m \cos \omega t$.
6. Napíšte rovnicu pre rýchlosť a zrýchlenie kmitavých pohybov v úlohách 2 a 3.

3.4 Fáza kmitavého pohybu

V predchádzajúcom učive sme na vyjadrenie rovníc kinematických veličín zvolili začiatočný okamih, pri ktorom mechanický oscilátor práve prechádzal rovnovážnou polohou.

Na obr. 3-13 je časový diagram kmitavého pohybu, ktorého okamžitá výchylka v čase $t = 0$ s je $y = \frac{1}{2} y_m$. To znamená, že oscilátor prešiel rovnovážnou polohou pred týmto okamihom, teda o čas t_0 skôr. Rovnica okamžitej výchylky teda bude

$$y = y_m \sin \omega(t + t_0) = y_m \sin (\omega t + \omega t_0)$$

Keď označíme $\omega t_0 = \varphi$, bude mať rovnica tvar

$$\boxed{y = y_m \sin (\omega t + \varphi)} \qquad (3.1)$$

Veličina φ je **začiatočná fáza kmitavého pohybu. Určuje hodnotu veličiny harmonického kmitania v začiatočnom okamihu** ($t = 0$ s). Začiatočná fáza môže mať kladnú aj zápornú hodnotu; meria sa zvyčajne v radiánoch*.

Príklad

Určte začiatočnú fázu kmitavého pohybu, ktorého časový diagram je na obr. 3-13.

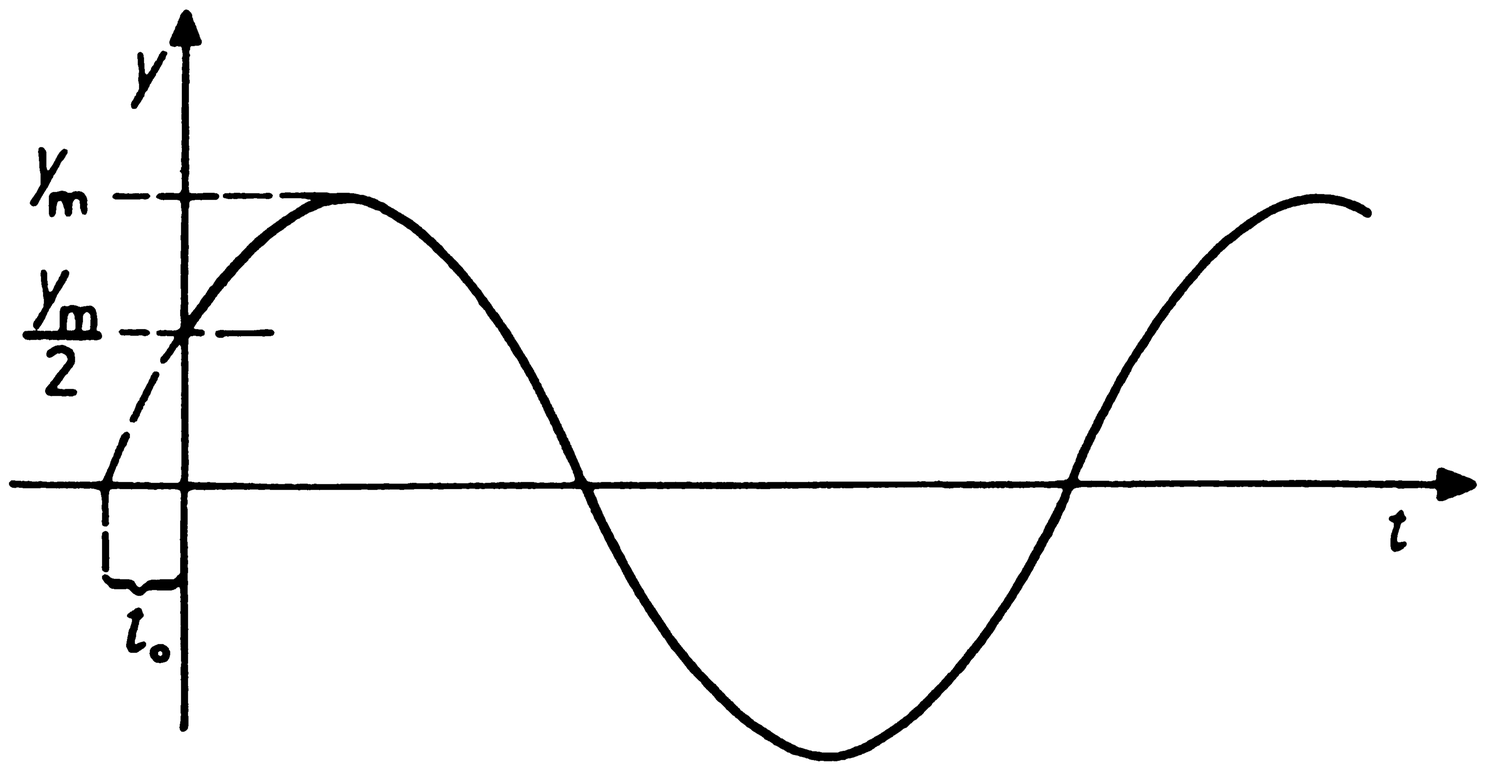
---

* Zopakujme si najdôležitejšie prevody uhlov vyjadrených v stupňovej a oblúkovej miere:

$$30° = \frac{\pi}{6} \text{ rad} \qquad 90° = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$45° = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \qquad 180° = \pi \text{ rad}$$

$$60° = \frac{\pi}{3} \text{ rad} \qquad 360° = 2\pi \text{ rad}$$



3-13
K vysvetleniu začiatočnej fázy kmitavého pohybu

Riešenie

Keďže pre $t = 0$ s je $y = \frac{1}{2} y_m$, môžeme písať

$$\frac{1}{2} y_m = y_m \sin \varphi$$

Odtiaľ vyplýva, že $\sin \varphi = 0{,}5$ a teda

$$\varphi = 30° = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Začiatočná fáza je dôležitá najmä pri posudzovaní vzájomných vzťahov fyzikálnych veličín kmitavého pohybu. Zvyčajne vyjadrujeme **fázový rozdiel** týchto veličín, čo je pri veličinách, ktoré majú rovnakú frekvenciu, rozdiel ich začiatočných fáz.

Osobitný význam majú prípady, keď medzi dvoma veličinami harmonického pohybu s rovnakou frekvenciou je fázový rozdiel $2k\pi$ rad a $(2k + 1)\pi$ rad, kde $k = 0, 1, 2, \ldots$. V prvom prípade majú obe veličiny **rovnakú fázu,** v druhom prípade **opačnú fázu.**

Úloha: Nakreslite časové diagramy dvoch harmonických pohybov a) s rovnakou fázou, b) s opačnou fázou.

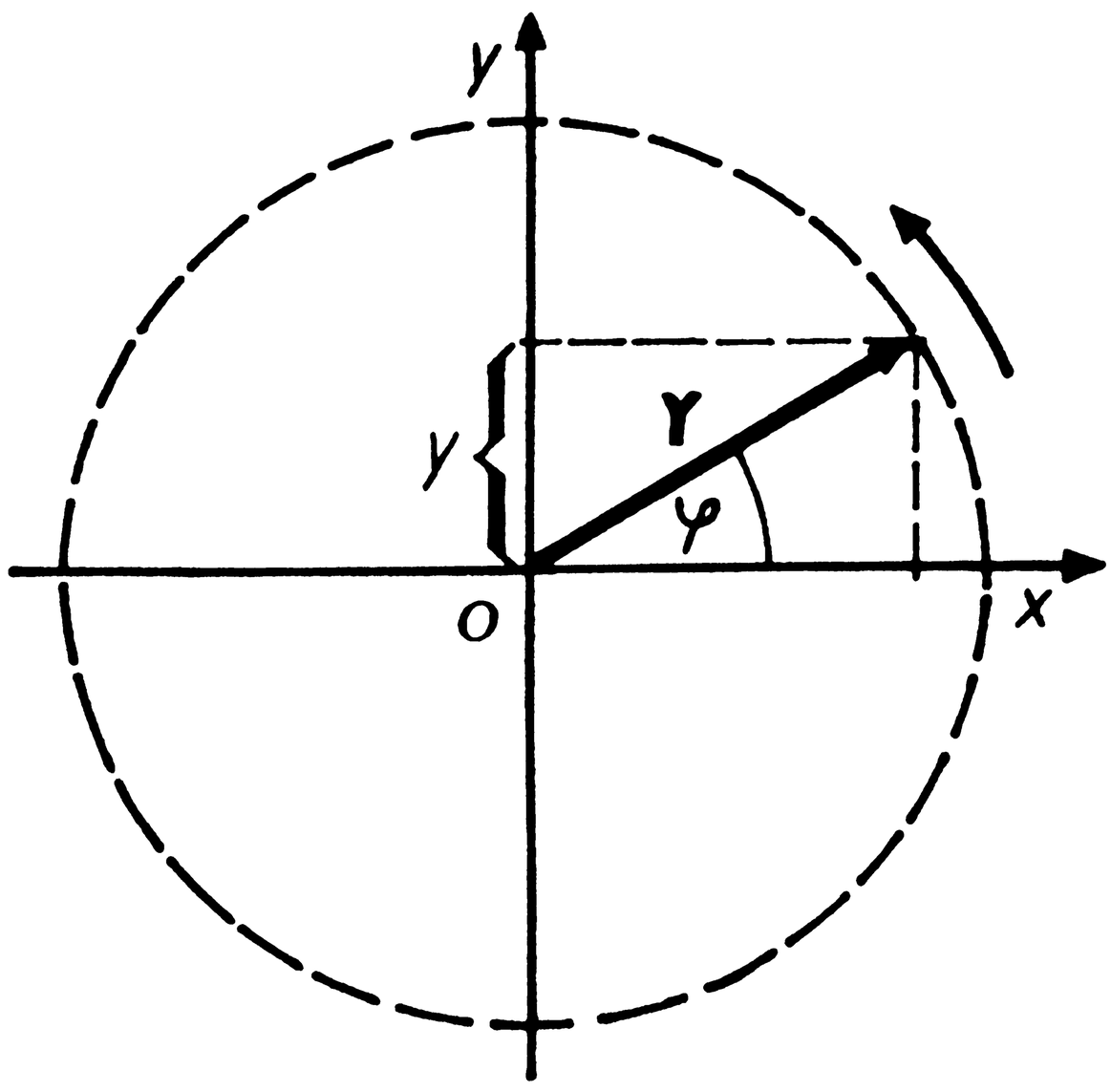
3.5 Fázorový diagram

Rovnica (3.1) umožňuje opísať harmonický pohyb v analytickej forme. Pri riešení rozličných úloh aj pri názornejšom vysvetľovaní kmitavých dejov je výhodné tieto deje znázorňovať graficky. Táto výhoda sa ukáže najmä pri zložitejších kmitavých dejoch, pri ktorých je analytické vyjadrenie ťažšie a menej názorné.

Dosiaľ sme kmitavé deje znázorňovali **časovým diagramom,** ktorý vyjadruje istú veličinu deja ako funkciu času. Teraz sa oboznámime s ďalším grafickým prostriedkom znázornenia kmitavých dejov, ktorý sa volá **fázorový diagram.**

Pri fázorovom diagrame (obr. 3-14) sa využíva súvislosť harmonického kmitania s pohybom rovnomerným po kružnici. Veličina harmonického deja (napr. okamžitá výchylka, rýchlosť, zrýchlenie) je znázornená ako vektor $\boldsymbol{Y}$, ktorého veľkosť zodpovedá amplitúde veličiny y_m. Vektor je umiestený v sústave súradníc (O, x, y) tak, že začiatok vektora leží v začiatku O sústavy súradníc a vektor zviera s kladným smerom osi x uhol rovnajúci sa začiatočnej fáze φ.

3-14
Fázorový diagram

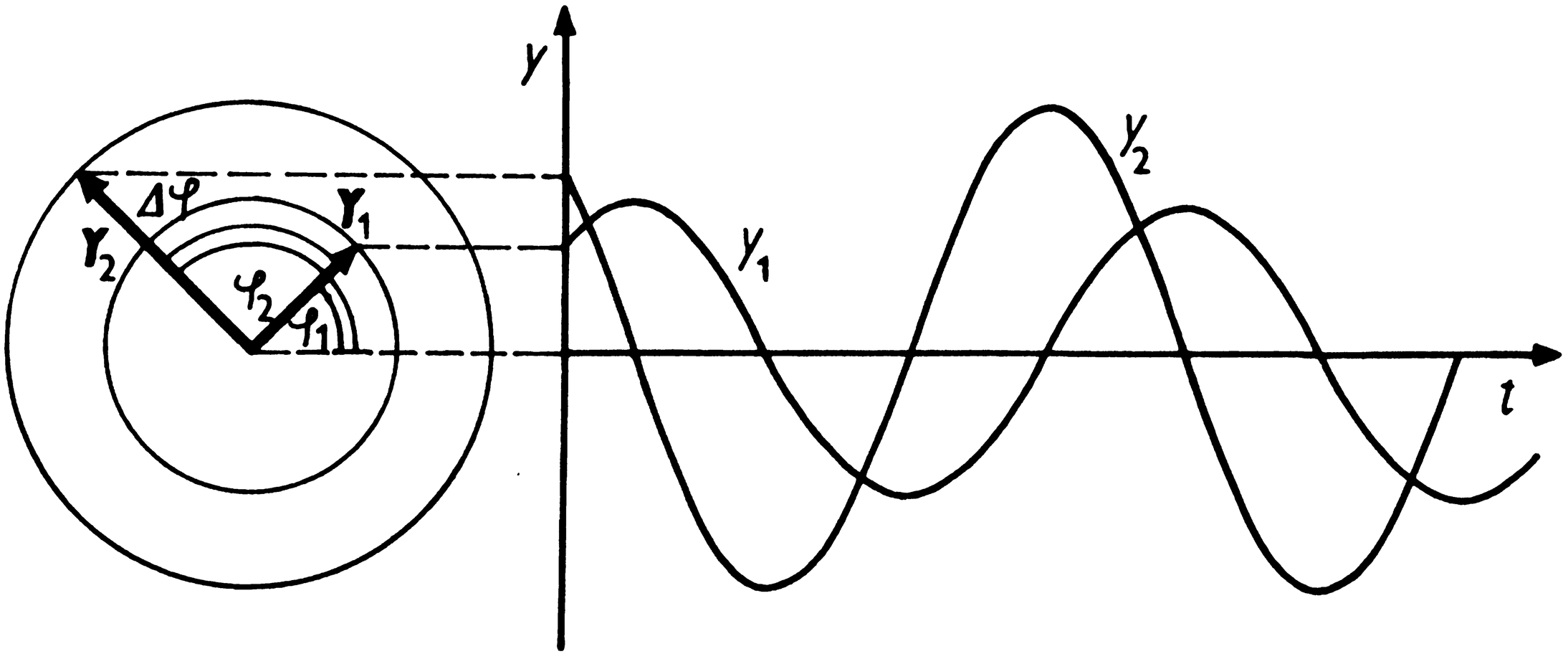


Predstavujeme si, že vektor rotuje v kladnom zmysle (t. j. proti pohybu hodinových ručičiek) s uhlovou rýchlosťou ω. Pravouhlý priemet vektora $\boldsymbol{Y}$ do zvislej osi v každom okamihu určuje okamžitú hodnotu veličiny harmonického deja. Keďže rotujúci vektor nepredstavuje skutočnú veličinu kmitavého deja, ale je iba jej symbolickým znázornením, označujú sa tieto myslené rotujúce vektory osobitným názvom **fázory***.

---

* Súradnica fázora určuje okamžitú hodnotu veličiny harmonického deja v začiatočnom okamihu ($t = 0$ s, takže $\omega t = 0$ rad a $y = y_m \sin \varphi$). Fázor sme zaviedli zjednodušenou predstavou rotujúceho vektora. Presne je definovaný pomocou komplexných čísiel, s ktorými sa oboznámite v matematike v 4. ročníku.

Fázorový diagram je vhodný najmä na vyjadrenie fázových rozdielov dvoch a viac veličín harmonického deja, ktoré majú rovnakú uhlovú frekvenciu. Napríklad na obr. 3-15a je znázornený fázorový diagram dvoch veličín $\boldsymbol{Y}_1$ a $\boldsymbol{Y}_2$. Vidíme, že fázový rozdiel $\Delta\varphi = 90° = \frac{\pi}{2}$ rad. Z obr. 3-15 je súvislosť fázorového a časového diagramu zrejmá. Určiť fázový rozdiel veličín na časovom diagrame je však ťažšie ako na fázorovom diagrame.



a b

3-15
Vyjadrenie fázového rozdielu fázorovým a časovým diagramom

Úlohy

1. Harmonický oscilátor prešiel rovnovážnou polohou v čase $t = \frac{T}{8}$. Určte začiatočnú fázu kmitania a napíšte rovnicu pre okamžitú výchylku oscilátora. $\left[-\frac{\pi}{4}\text{ rad}\right]$
2. Dva harmonické oscilátory kmitajú s rovnakou frekvenciou tak, že v začiatočnom okamihu majú okamžitú výchylku $0{,}707\ y_m$, ale pohybujú sa opačným smerom. Určte začiatočné fázy a fázový rozdiel kmitania oscilátorov. $\left[\frac{\pi}{4}\text{ rad}, \frac{3\pi}{4}\text{ rad}, \frac{\pi}{2}\text{ rad}\right]$
3. Nakreslite fázorový diagram okamžitej výchylky kmitavého pohybu na obr. 3-13.
4. Nakreslite časové diagramy okamžitej výchylky, rýchlosti a zrýchlenia harmonického pohybu oscilátora, ktorý kmitá s amplitúdou výchylky 3 cm a s periódou 0,2 s.

5. Nakreslite fázorový diagram kmitavého pohybu opísaného rovnicou $y = y_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$.
6. Vyjadrite pomocou funkcie sínus rovnicu harmonického kmitania v úlohe 5 v stati 3.3.

3.6 Zložené kmitanie

Z mechaniky vieme, že výsledná poloha telesa, ktoré súčasne koná viac pohybov, je rovnaká, ako keby tieto pohyby konalo po sebe v ľubovoľnom poradí. Tento poznatok platí aj pre kmitavé pohyby a nazýva sa **princíp superpozície:** Keď hmotný bod koná súčasne niekoľko harmonických pohybov rovnakého smeru s okamžitými výchylkami y_1, y_2, ... y_k, je okamžitá výchylka y výsledného kmitania

$$y = y_1 + y_2 + \ldots + y_k$$

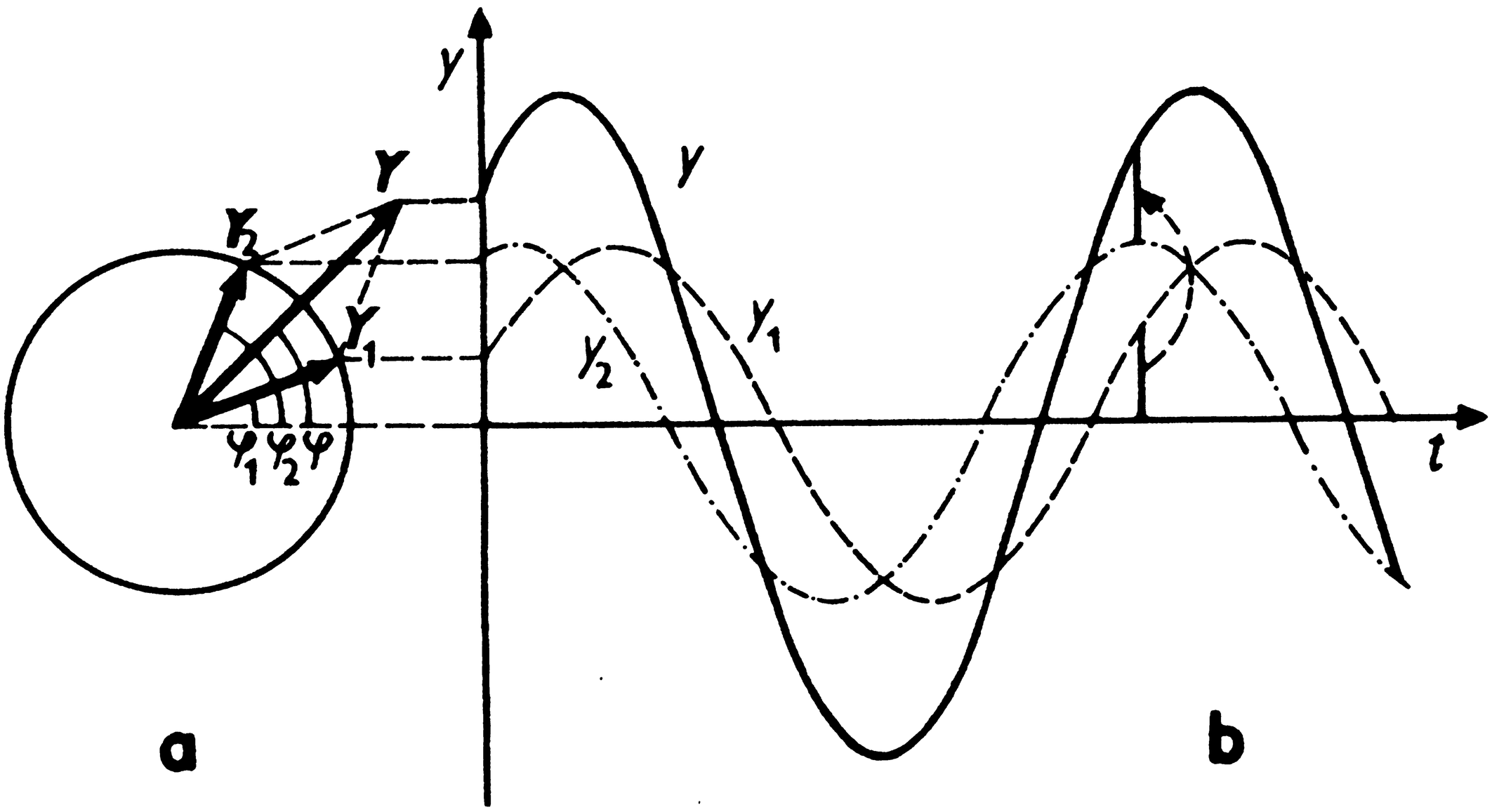
Okamžité výchylky môžu mať kladnú aj zápornú hodnotu. Preto sa pri superpozícii sčítajú, alebo odčítajú.

Superpozíciou vzniká **zložené kmitanie.** Jeho časový priebeh závisí od amplitúdy výchylky, začiatočnej fázy a frekvencie jednotlivých zložiek a môže mať veľmi zložitý priebeh. Najjednoduchší výsledok dostaneme superpozíciou dvoch harmonických pohybov, ktoré prebiehajú v jednej priamke a majú rovnakú uhlovú frekvenciu. Kmitania s rovnakou frekvenciou nazývame aj *izochrónne* kmitania (z gréckeho *isos* — rovnaký, *chronos* — čas). Kmitania s rôznou frekvenciou sú *neizochrónne*. Pre okamžité výchylky platia vzťahy

$$y_1 = y_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1)$$
$$y_2 = y_{m2} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

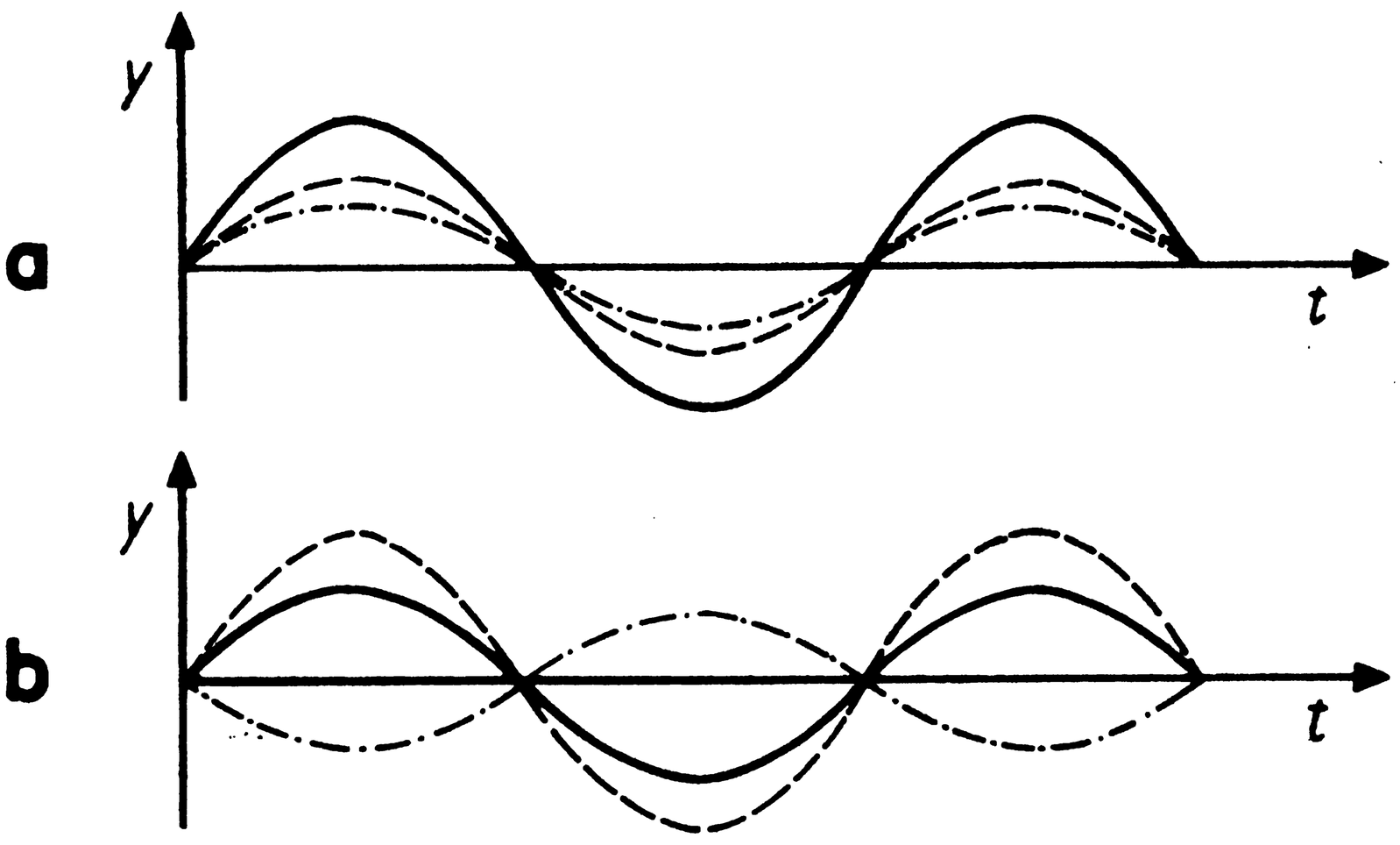
Priebeh zloženého kmitania ($y = y_1 + y_2$) nájdeme pomocou časového diagramu grafickým postupom, ktorý sa zakladá na princípe superpozície. Sčítame, príp. odčítame úsečky zodpovedajúce hodnotám okamžitých výchyliek v jednotlivých časových okamihoch s prihliadnutím na znamienko výchylky. Krivka idúca koncovými bodmi súčtov úsečiek určuje časový priebeh zloženého kmitania. Výsledné kmitanie je opäť harmonické (obr. 3-16b), ale jeho amplitúda výchylky závisí aj od fázového rozdielu oboch kmitaní.

Závislosť amplitúdy od fázového rozdielu je zrejmá z fázorového diagramu (obr. 3-16a). Fázor výsledného kmitania nájdeme ako vektorový súčet fázorov zložiek. Jeho dĺžka určuje amplitúdu výchylky výsledného kmitania a poloha fázora určuje začiatočnú fázu.



3-16
Skladanie izochrónnych kmitaní

Keď fázový rozdiel $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$ rad, t. j. začiatočná fáza harmonických pohybov je rovnaká, je amplitúda výchylky zloženého kmitania najväčšia a dosahuje hodnotu $y_m = y_{m1} + y_{m2}$ (obr. 3-17a). V prípade, že $y_{m1} = y_{m2}$, je výchylka stále nulová a kmitanie zaniká.

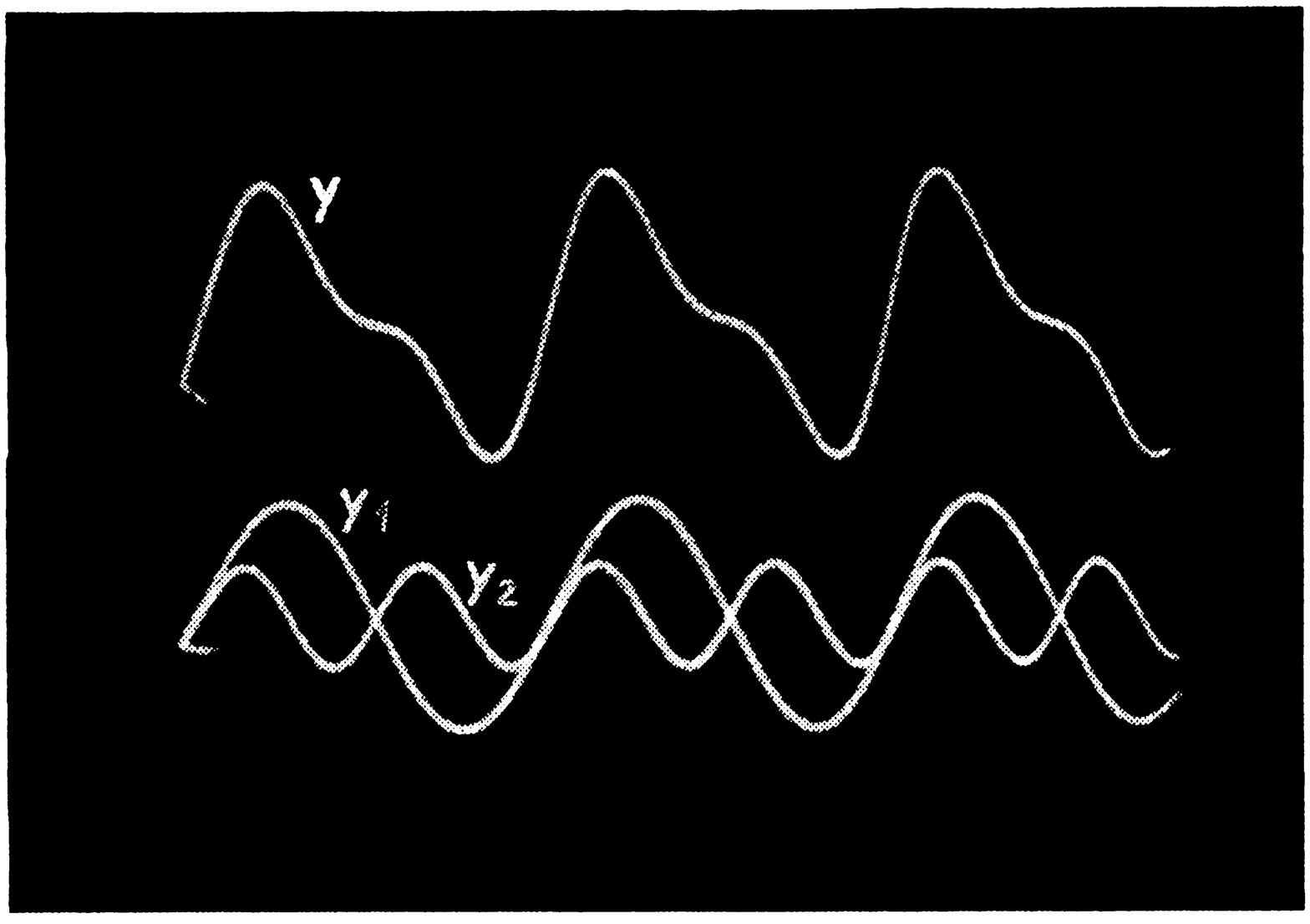


3-17
Zložené kmitanie s rovnakou a opačnou fázou

Keď fázový rozdiel $\Delta\varphi = \pi$ rad, t. j. pri opačnej začiatočnej fáze harmonických pohybov, je amplitúda výchylky najmenšia ($y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$) a zložené kmitanie má rovnakú začiatočnú fázu ako harmonický pohyb s väčšou amplitúdou výchylky (obr. 3-17b).

Kmitania rovnakej frekvencie sa pri zhodnej začiatočnej fáze zložiek superpozíciou zosilňujú a pri opačnej začiatočnej fáze sa zoslabujú, prípadne aj rušia.

Superpozíciou kmitaní rôznej frekvencie, t. j., keď $\omega_1 \neq \omega_2$, vzniká zložené kmitanie, ktoré nie je harmonické (obr. 3-18). Osobitný prípad nastáva, keď $\omega_1 \to \omega_2$.

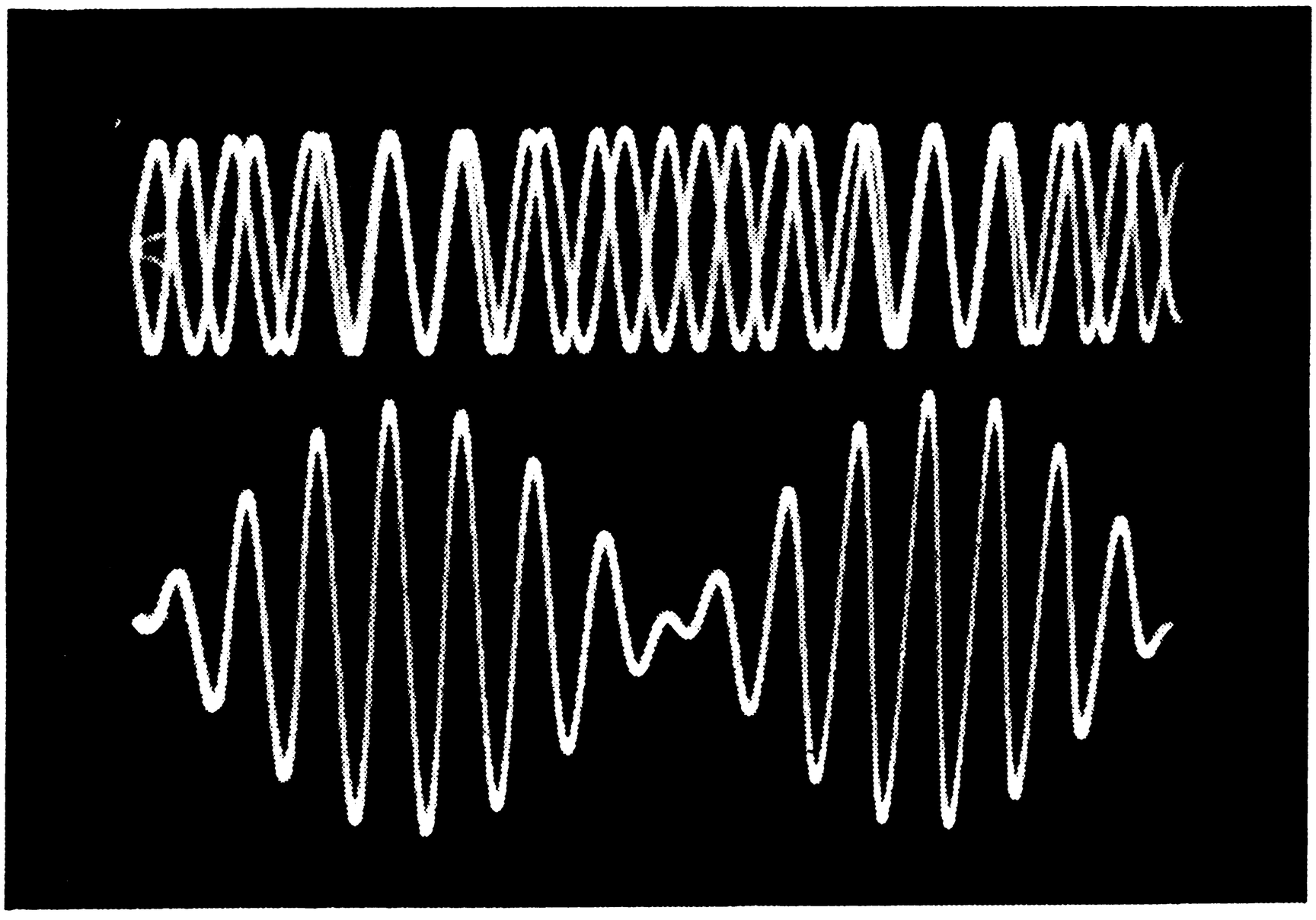


3-18
Zložené kmitanie s pomerom frekvencií 1 : 2

Z obr. 3-19 je zrejmé, že amplitúda výchylky výsledného kmitania sa periodicky zväčšuje a zmenšuje. Vznikajú rázy, ktorých amplitúda sa mení s frekvenciou $f = f_1 - f_2$. To znamená, že pri postupnom približovaní oboch frekvencií sa frekvencia rázov zmenšuje a pri $f_1 = f_2$ rázy zaniknú. To sa využíva vo vedeckej a technickej praxi napr. pri meraní frekvencií.

Úlohy

1. Nakreslite fázorové diagramy kmitania na obr. 3-17.
2. Aký je fázový rozdiel izochrónnych kmitaní $y_1 = y_m \sin \omega t$, $y_2 = -2\, y_m \sin \omega t$. Napíšte rovnicu zloženého kmitania.



3-19
Vznik rázov

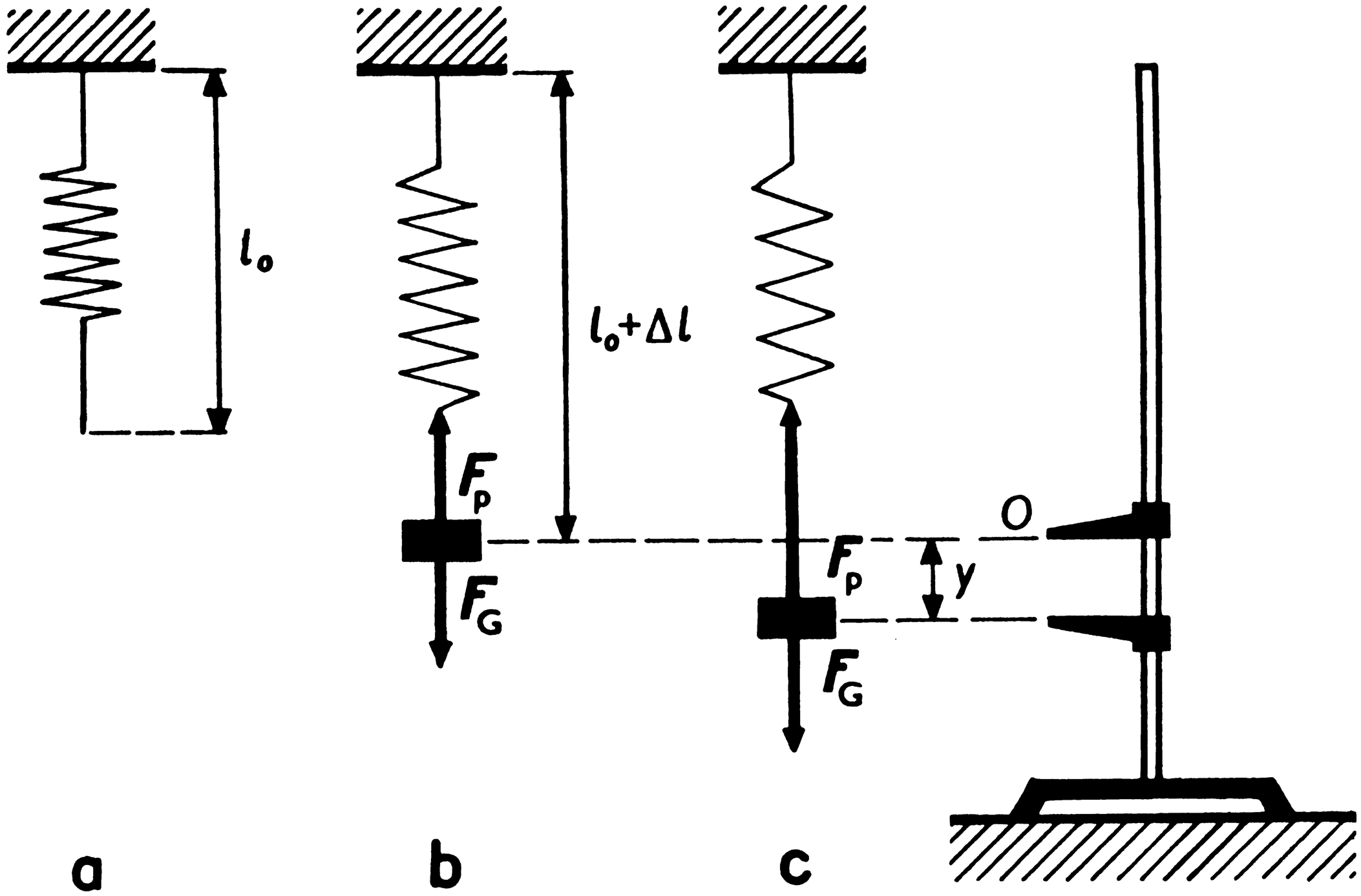
3. Zložené kmitanie je tvorené zložkami $y_1 = y_m \sin \omega t$, $y_2 = y_m \cos \omega t$. Pomocou fázorového diagramu určte fázor zloženého kmitania a napíšte rovnicu zloženého kmitania.

3.7 Dynamika kmitavého pohybu

Dosiaľ sme sa zaoberali opisom kmitania mechanického oscilátora, jeho kinematikou. Teraz urobíme rozbor kmitavého pohybu z hľadiska dynamiky. Určíme silu, ktorá kmitanie spôsobuje a nájdeme súvislosť medzi periódou kmitania a jeho vlastnosťami. Rozbor urobíme opäť na príklade oscilátora tvoreného závažím a pružinou.

Kým pružina oscilátora nie je zaťažená závažím, má dĺžku l_0 (obr. 3-20a). Keď na pružinu zavesíme závažie s hmotnosťou m, pružina sa pôsobením tiaže závažia $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$ predĺži na dĺžku $l = l_0 + \Delta l$. Pritom sa pružina deformuje. Keď je začiatočná sila pružnosti nulová, vzniká sila veľkosti $F_p = k(l = l_0) = k\,\Delta l$, kde k je vlastnosť pružiny nazvaná **tuhosť pružiny**; $k = \dfrac{F_p}{\Delta l}$. Zodpovedá sile, ktorá spôsobí predĺženie o 1 m. Sila $\boldsymbol{F}_p$ sa zväčšuje až do okamihu, keď nastane rovnovážny stav. Pri tomto stave na závažie pôsobia rovnako veľké sily opačného smeru: $\boldsymbol{F}_G$ a $\boldsymbol{F}_p$. Závažie je v rovnovážnej polohe (obr. 3-20b).

Ďalším predĺžením pružiny sa rovnováha poruší. Sila pružnosti F_p sa zväčší, kým tiažová sila F_G = **konšt.** Výslednica pôsobiacich síl smeruje nahor, do rovnovážnej polohy (obr. 3-20c). Naopak stlačením pružiny sa pružná sila zmenší, prevláda tiažová sila a výslednica smeruje nadol, opäť do rovnovážnej polohy. To znamená, že na oscilátor pôsobí premenlivá sila, ktorá je príčinou jeho kmitavého pohybu.



3-20
K vysvetleniu vlastného kmitania mechanického oscilátora

Pri okamžitej výchylke *y* pôsobí na oscilátor celková sila veľkosti

$$F = F_G - F_p = mg - k(\Delta l + y)$$

Keďže $mg = k\,\Delta l$, je príčinou kmitania oscilátora sila, ktorej priemet do osi *y* je

$$\boxed{F = -ky}$$

Harmonický pohyb mechanického oscilátora je spôsobený silou F, ktorá stále smeruje do rovnovážnej polohy a je priamo úmerná okamžitej výchylke. Pretože pohyb oscilátora nie je ovplyvňovaný vonkajšími silami, volá sa jeho harmonický pohyb **vlastné kmitanie** oscilátora. Vlastné kmitanie oscilátora prebieha iba s istou uhlovou frekvenciou ω_0, ktorá závisí od vlastností oscilátora. Jej veľkosť určíme tak, že porovnáme vzťah pre zrýchlenie harmonického pohybu oscilátora

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m} y$$

so vzťahom pre zrýchlenie harmonického pohybu $a = -\omega_0^2 y$ a dostaneme

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

alebo

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Uhlová frekvencia ω_0 vlastného kmitania závisí iba od vlastností oscilátora, t. j. od jeho hmotnosti a tuhosti. Tieto veličiny sa nazývajú **parametre oscilátora.**

Úpravou nájdeme vzťah pre periódu T_0 a frekvenciu f_0 vlastného kmitania oscilátora

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.2}$$

Úlohy

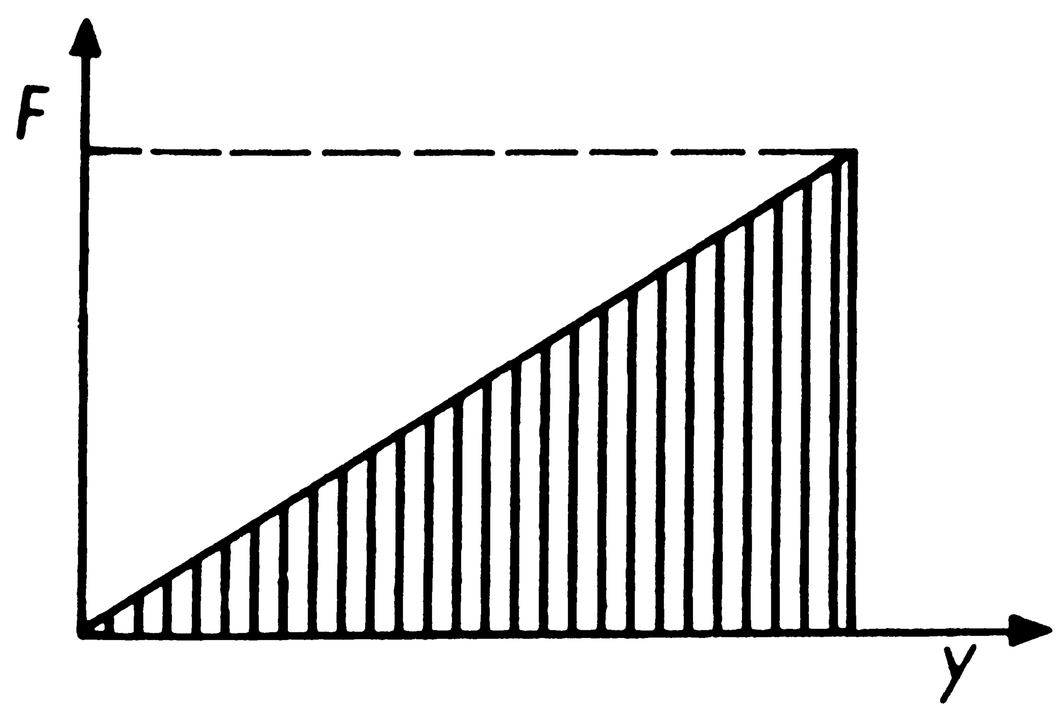
1. Ktoré mechanické oscilátory na obr. 3-3 možno vytvoriť v kabíne kozmickej lode na obežnej dráhe okolo Zeme? Odpoveď odôvodnite.
2. Na oscilátor harmonicky kmitajúci s periódou T pôsobí v začiatočnom okamihu, keď oscilátor dosahuje amplitúdu výchylky, sila s veľkosťou F. Aká veľká sila pôsobí na oscilátor v časoch $\frac{T}{6}, \frac{T}{4}, \frac{T}{3}$? $\left[\frac{F}{2}; 0\ \mathrm{N}; -\frac{F}{2}\right]$

3. Oscilátor vznikol zavesením závažia s hmotnosťou 10 kg na pružinu, ktorá sa predĺžila o 15 cm. Určte periódu oscilátora ($g = 9{,}8\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$). [0,78 s]
4. Závažím pružinového oscilátora je medená guľôčka. Ako sa zmení frekvencia kmitania, ak guľôčku nahradíme hliníkovou guľôčkou rovnakého priemeru? [1,8-krát sa zväčší]

3.8 Premeny energie v mechanickom oscilátore

Aby sme mechanický oscilátor uviedli do kmitavého pohybu, musíme ho vychýliť z rovnovážnej polohy. Na oscilátor pôsobíme silou F, ktorej veľkosť sa postupne zväčšuje ($F = ky$). To je vyjadrené grafom na obr. 3-21. Práca W, ktorá sa pritom vykoná, je úmerná obsahu vyšrafovaného trojuholníka

$$W = \frac{1}{2} Fy = \frac{1}{2} ky^2$$



3-21
K odvodeniu vzťahu pre potenciálnu energiu oscilátora

O rovnakú hodnotu sa zvýši potenciálna energia pružnosti oscilátora a v okamihu, keď oscilátor dosiahne amplitúdu výchylky, je táto energia najväčšia.

Potom sa oscilátor vracia späť do rovnovážnej polohy, okamžitá výchylka sa zmenšuje, ale zväčšuje sa rýchlosť závažia a jeho kinetická energia E_k. Potenciálna energia pružnosti oscilátora sa mení na kinetickú energiu. Pri prechode rovnovážnou polohou je kinetická energia oscilátora najväčšia a rovná sa potenciálnej energii pri najväčšej výchylke z rovnovážnej polohy.

Pri prechode rovnovážnou polohou sa rýchlosť závažia opäť zmenšuje, pružina oscilátora sa stláča a zvyšuje sa jeho potenciálna energia. Keď

oscilátor dosiahne amplitúdu výchylky, je rýchlosť závažia, a teda aj kinetická energia nulová. Kinetická energia sa premenila na potenciálnu.

Dôkaz

Práca, ktorá sa vykoná pri vychýlení oscilátora z rovnovážnej polohy, sa rovná potenciálnej energii pružnosti oscilátora

$$E_p = \frac{1}{2} ky^2 = \frac{1}{2} ky_m^2 \sin^2 \omega_0 t$$

Kinetická energia oscilátora

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega_0^2 y_m^2 \cos^2 \omega_0 t$$

alebo ak použijeme vzťah $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$E_k = \frac{1}{2} ky_m^2 \cos^2 \omega_0 t$$

Celková energia oscilátora

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} ky_m^2 \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} ky_m^2 \cos^2 \omega_0 t = \frac{1}{2} ky_m^2$$

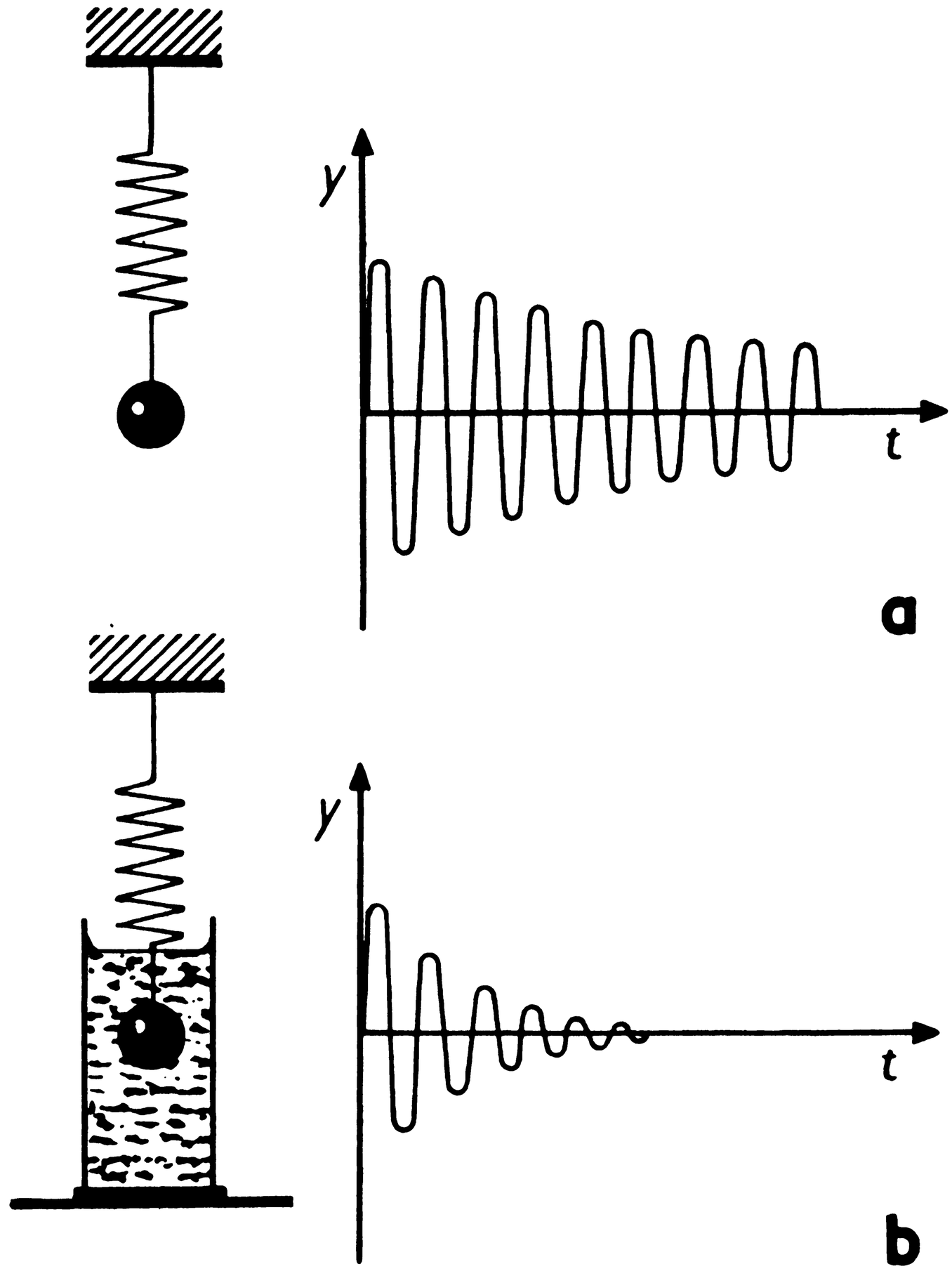
To je energia udelená oscilátoru vonkajšou silou pri jeho začiatočnom vychýlení z rovnovážnej polohy. Dostali sme výsledok, ktorý je vyjadrením zákona zachovania a premeny mechanickej energie pri harmonickom pohybe.

Pri harmonickom pohybe sa periodicky mení potenciálna energia oscilátora na kinetickú energiu a naopak. Celková energia oscilátora je konštantná a v každom okamihu sa rovná súčtu potenciálnej a kinetickej energie.

Predchádzajúcu úvahu sme urobili za predpokladu, že v priebehu harmonického kmitania na oscilátor nepôsobia žiadne iné vplyvy. Za tohto ideálneho predpokladu by sa amplitúda výchylky nemenila a oscilátor by kmital neobmedzene dlho. V skutočnosti však tento prípad nenastáva. Na oscilátor vždy pôsobia sily, ktoré sú príčinou premeny mechanickej energie oscilátora na inú formu energie. To sa prejaví postupným zmenšovaním amplitúdy výchylky, až kmitanie zanikne. Nastáva **tlmené kmitanie**.

Príčinou tlmeného kmitania oscilátora je najčastejšie trecia sila, ktorá vzniká vzájomným pôsobením oscilátora a prostredia, v ktorom sa oscilá-

tor pohybuje. Dosiaľ sme uvažovali o pohybe oscilátora vo vzduchu, kde je trecia sila malá a amplitúda výchylky oscilátora ubúda pozvoľne (obr. 3-22a). Preto sme kmitanie v obmedzenom čase mohli považovať za netlmené.



3-22
Tlmené kmitanie oscilátora

Iná situácia nastane, keď závažie oscilátora ponoríme napr. do nádoby s vodou. Trecia sila sa veľmi zväčší, mechanická energia oscilátora sa v krátkom čase premení na vnútornú energiu závažia a kvapaliny a amplitúda výchylky sa rýchlo zmenšuje. Kmitavý pohyb prebieha s veľkým tlmením (obr. 3-22b). Keď je tlmenie oscilátora príliš veľké, kmitanie nenasťane. Oscilátor sa po vychýlení vráti do rovnovážnej polohy (aperiodický pohyb).

Poznatky o tlmenom kmitaní sa vo veľkej miere využívajú v praxi. Keď sa vyžaduje malé tlmenie, príčiny tlmenia sa obmedzujú, a naopak tam,

kde je kmitanie nežiadúce, tlmenie sa umelo zväčšuje (tlmiče perovania automobilov, tlmenie pohybu rúčok meracích prístrojov, tlmené analytické váhy a pod.).

Vlastné kmitanie oscilátora je vždy tlmené. Veľkosť tlmenia závisí tak od vlastností oscilátora, ako aj od prostredia, v ktorom kmitanie prebieha. Tlmenie ovplyvňuje amplitúdu výchylky aj periódu kmitania. Tlmený oscilátor má väčšiu periódu kmitania ako rovnaký oscilátor bez tlmenia.

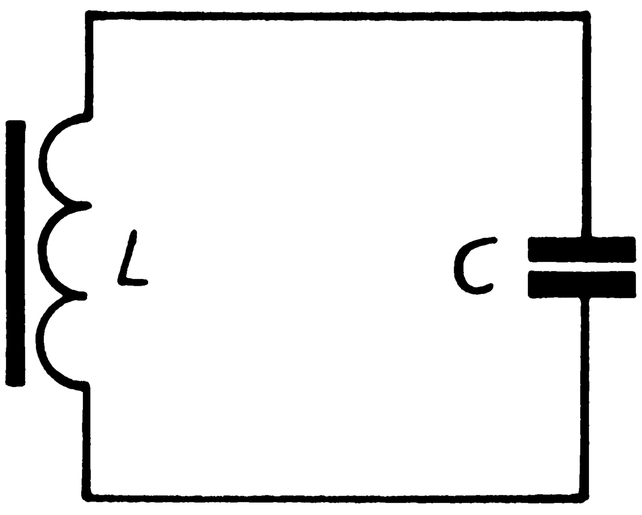
Úlohy

1. S akou periódou sa mení potenciálna, prípadne kinetická energia v porovnaní s periódou vlastného kmitania?
2. Odôvodnite, prečo pri väčšom tlmení je väčšia perióda kmitania.
3. Ako vysvetlíme, že oscilátor aj vo vzduchoprázdnom priestore kmitá tlmene?

3.9 Elektromagnetický oscilátor

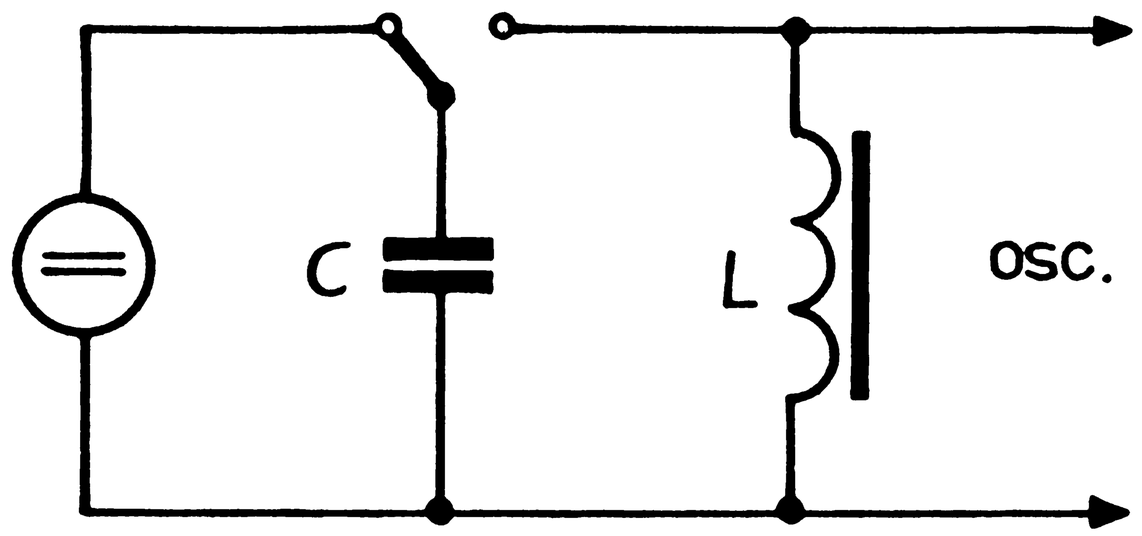
Pružina so závažím a kyvadlo sú príklady mechanických oscilátorov, v ktorých sa periodicky premieňa potenciálna energia na kinetickú. Podobný dej môže nastať aj v elektrickom obvode, v ktorom sa namiesto periodických premien rôznych foriem mechanickej energie budú meniť analogické formy elektromagnetickej energie.

Najjednoduchším príkladom elektrického obvodu, ktorý má tieto vlastnosti, je obvod s cievkou a kondenzátorom (obr. 3-23). Základná vlastnosť cievky je jej indukčnosť L a kondenzátora kapacita C. Preto obvod na obr. 3-23 nazývame **obvod** LC, alebo **oscilačný obvod.** L a C sú **parametre oscilačného obvodu.**



3-23
Oscilačný obvod

Vlastné kmitanie oscilačného obvodu môžeme pozorovať pomocou osciloskopu. Schéma postupu je na obr. 3-24. Kondenzátor nabijeme zo



3-24
Demonštrácia kmitania oscilačného obvodu

zdroja jednosmerného napätia a potom ho pripojíme k cievke. V oscilačnom obvode vznikne **elektromagnetické kmitanie,** ktorého časový diagram pozorujeme na tienidle osciloskopu. Na obr. 3-25a je znázornený priebeh zmien napätia na platniach kondenzátora, čiže zmien náboja kondenzátora. Obrázok 3-25b znázorňuje, ako sa mení prúd v obvode*.

Kondenzátor je časť obvodu, v ktorej možno sústrediť elektrickú energiu E_e. Jej veľkosť je úmerná náboju Q kondenzátora a napätiu U medzi elektródami:

$$E_e = \frac{1}{2} QU$$

Keďže kapacita kondenzátora $C = \frac{Q}{U}$, platí pre elektrickú energiu aj vzťah

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

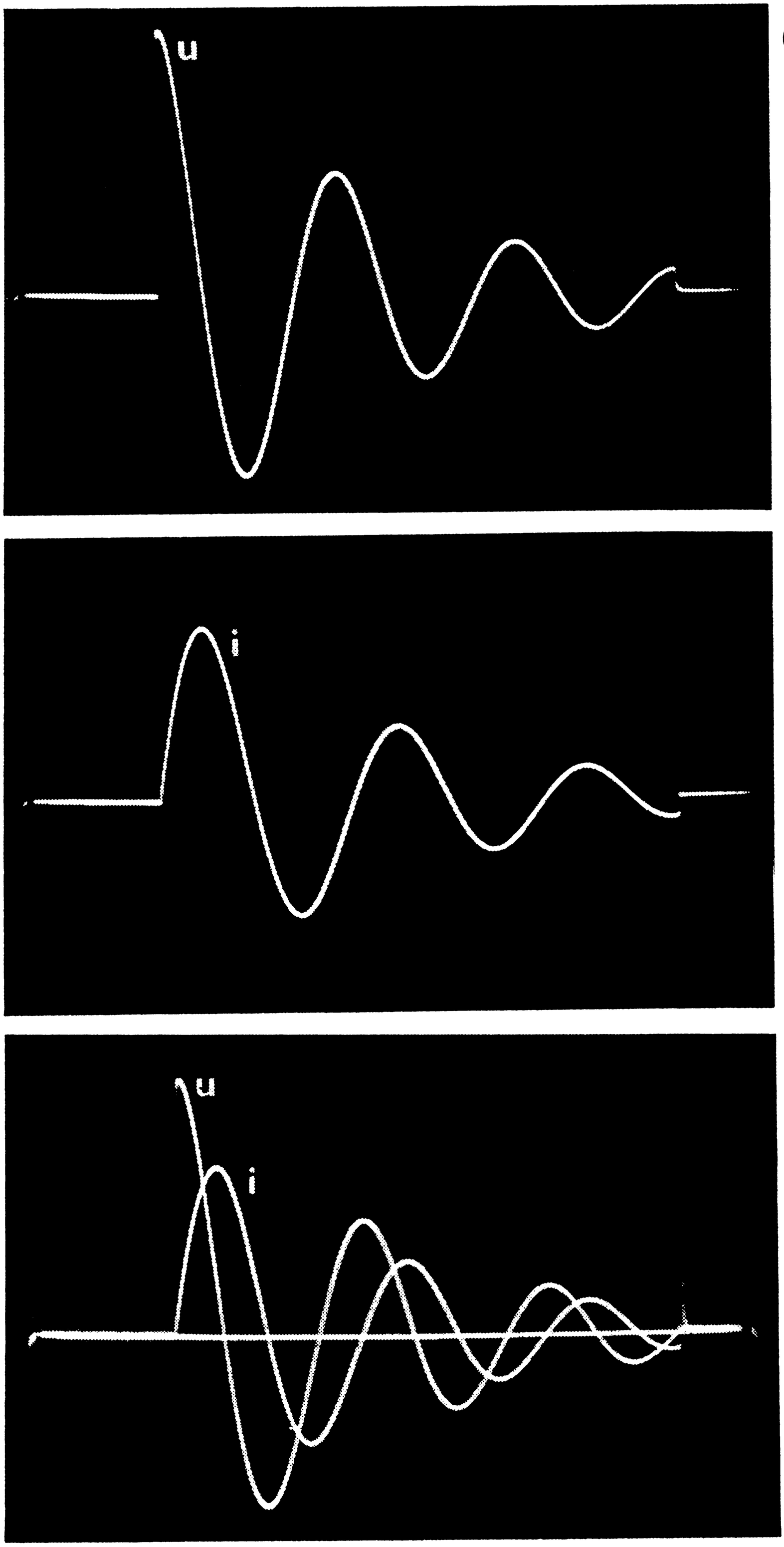
Nabitý kondenzátor je zdrojom prúdu I v cievke. V okolí cievky vzniká magnetické pole s magnetickou energiou (pozri stať 2.6)

$$E_m = \frac{1}{2} LI^2$$

Vzájomné premeny energie kondenzátora a cievky sa prejavujú ako kmitanie oscilačného obvodu.

---

* Pomocou osciloskopu nemôžeme prúd skúmať priamo. Preto musíme do oscilačného obvodu zaradiť rezistor s malým odporom. Časový priebeh napätia na rezistore je obrazom prúdu v obvode.



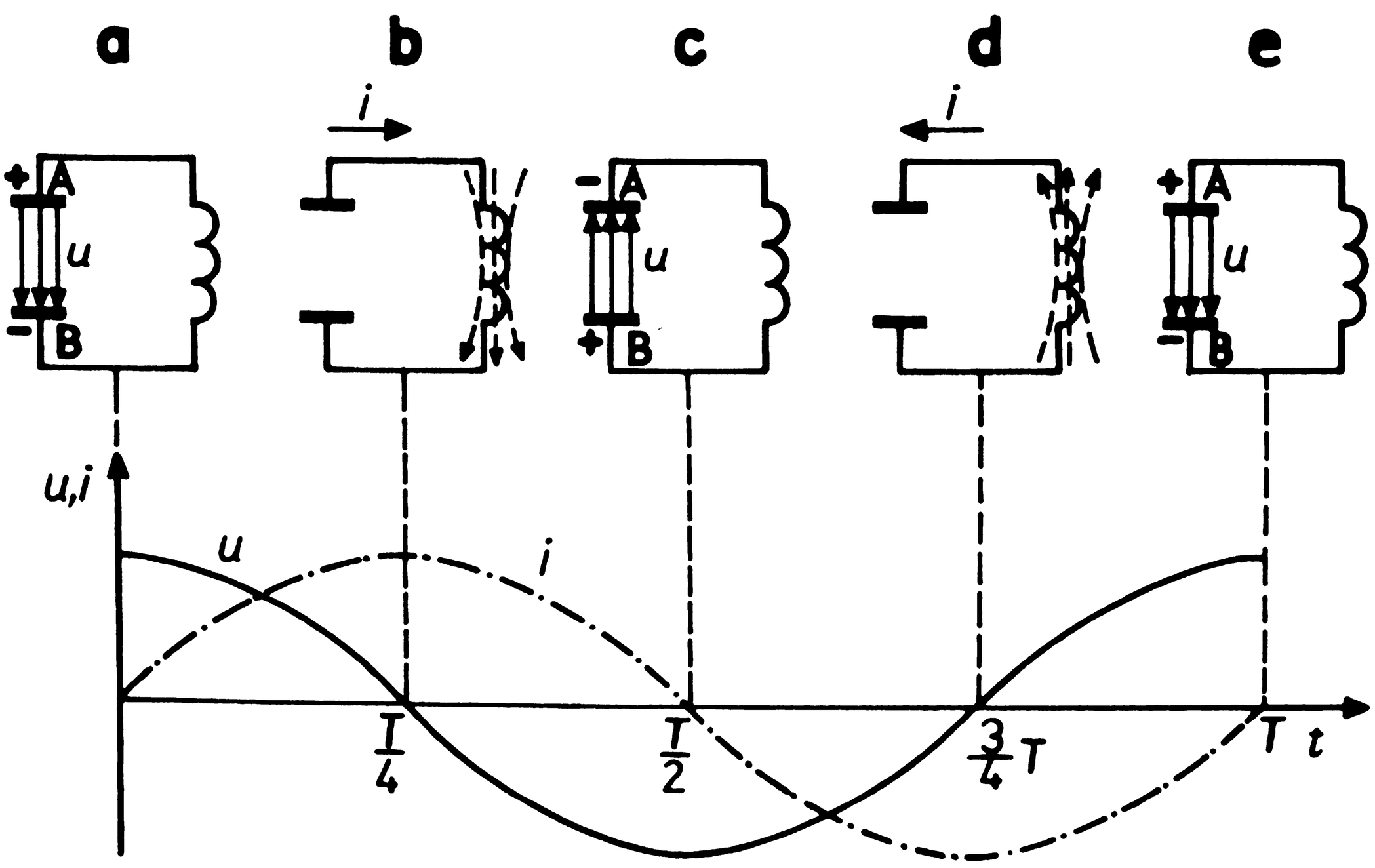
3-25
Oscilogramy vlastného kmitania oscilačného obvodu: a) napätie, b) prúd, c) fázový rozdiel napätia a prúdu

Z časových diagramov na obr. 3-25 vyplývajú dva dôležité závery:

1. Amplitúdy napätia a prúdu v oscilačnom obvode sa postupne zmenšujú, až kmitanie zanikne. Príčinou je odpor R oscilačného obvodu (je to zväčša odpor vinutia cievky), v ktorom sa postupne mení energia elektrického a magnetického poľa na vnútornú energiu vodiča. Nastáva tlmenie kmitov. Keďže odpor oscilačného obvodu nemožno nikdy celkom vylúčiť, **vlastné kmitanie elektromagnetického oscilátora je vždy tlmené.**

2. Časové diagramy napätia a prúdu v oscilačnom obvode sú navzájom posunuté o $\frac{1}{4}$ periódy $\left(\text{fázový rozdiel } \Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\,\text{rad};\ \text{obr. 3-25c}\right)$. V okamihu, keď je prúd v obvode nulový, napätie a teda aj náboj na kondenzátore sú najväčšie. Naopak maximálnej hodnote prúdu zodpovedá nulový náboj kondenzátora. To dokazuje, že **v elektromagnetickom oscilátore sa periodicky mení elektrická energia na magnetickú a naopak.**

Schematické znázornenie dejov v oscilačnom obvode s malým tlmením počas jednej periódy je na obr. 3-26. V začiatočnom okamihu, keď



3-26
K vysvetleniu dejov v oscilačnom obvode

je napätie kondenzátora najväčšie, je medzi platňami elektrické pole a jeho intenzita má najväčšiu hodnotu. Náboj platne A je kladný, platne B záporný (obr. 3-26a). Prúd v cievke sa zvyšuje z nulovej hodnoty v čase $t = 0$ s až na najvyššiu hodnotu, ktorú dosiahne v okamihu, keď napätie na platniach kondenzátora kleslo na nulovú hodnotu (obr. 3-26b). Elektrické pole medzi platňami kondenzátora zaniklo, ale v okolí cievky vzniklo magnetické pole. Jeho energia je najväčšia v okamihu, keď má energia elektrického poľa nulovú hodnotu.

Keďže kondenzátor je vybitý, nemôže sa prúd ďalej zvyšovať, znižuje sa a jeho zmenu sprevádza indukcia elektromotorického napätia v cievke. Toto napätie je podľa Lenzovho zákona príčinou indukovaného prúdu, ktorý má súhlasný smer so smerom prúdu v prvej fáze deja. Kondenzátor sa postupne nabíja; napätie medzi platňami dosahuje najväčšiu hodnotu v okamihu, keď prúd klesol na nulovú hodnotu a magnetické pole zaniklo. Polarita platní kondenzátora je opačná ako v prvej fáze deja: platňa A má záporný náboj, platňa B kladný (obr. 3-26c).

Tým uplynula polovica periódy elektromagnetického kmitu, počas ktorej sa elektrická energia oscilačného obvodu premenila na magnetickú energiu a naopak. V druhej polovici periódy sa opísaný dej opakuje, ale s opačnými nábojmi na platniach kondenzátora. Za dobu kmitu T nastane stav totožný so stavom v začiatočnom okamihu (obr. 3-26e).

3.10 Analógia medzi oscilátormi

Základným znakom analogických dejov je zhodný spôsob ich matematického opisu. To znamená, že vzťahy platné pre deje v mechanickom oscilátore platia aj pre elektromagnetický oscilátor, ale s rozdielom, že mechanické veličiny sa nahradia analogickými elektromagnetickými veličinami.

Z porovnania kmitov mechanického oscilátora (obr. 3-8) a elektromagnetického oscilátora (obr. 3-26) je zrejmé, že nabitie kondenzátora zodpovedá vychýleniu závažia z rovnovážnej polohy; elektrickej energii E_e zodpovedá mechanická potenciálna energia pružnosti E_p. Najväčšiemu prúdu v cievke podobne zodpovedá prechod závažia rovnovážnou po-

lohou; magnetickej energii E_m zodpovedá mechanická kinetická energia E_k.

Z analogických vzťahoch pre energie

$$E_p = \frac{1}{2} Fy = \frac{1}{2} ky^2; \qquad E_e = \frac{1}{2} uq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2; \qquad E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

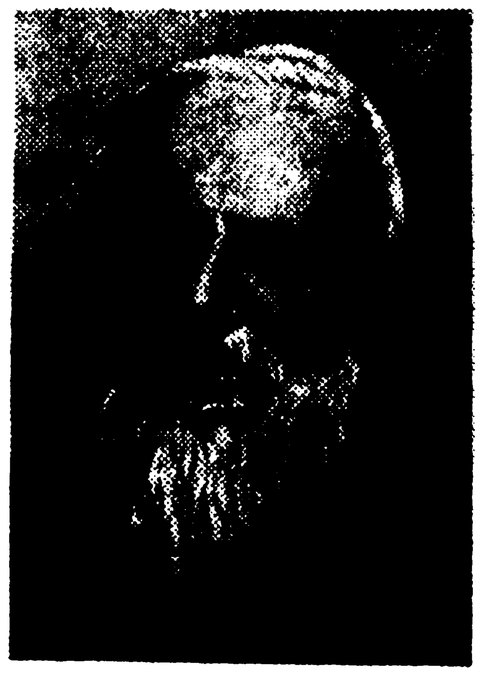
zostavíme tabuľku analogických veličín obidvoch oscilátorov:

Mechanický oscilátor		Elektromagnetický oscilátor	
okamžitá výchylka	y	okamžitý náboj	q
rýchlosť	v	okamžitý prúd	i
potenciálna energia	E_p	elektrická energie	E_e
kinetická energia	E_k	magnetická energia	E_m
sila	F	okamžité napätie	u
hmotnosť	m	indukčnosť	L
tuhosť pružiny	$k = \frac{F}{y}$	recipročná hodnota kapacity	$\frac{1}{C} = \frac{u}{q}$

Pomocou týchto analogických veličín môžeme ktorýkoľvek vzťah platný pre mechanický oscilátor prepísať na analogický vzťah pre elektromagnetický oscilátor. Tak nájdeme napr. úpravou vzťahu (3.2) vzťah pre periódu a frekvenciu vlastného kmitania oscilačného obvodu so zanedbateľným

---

* Vzťah odvodil v roku 1855 anglický fyzik WILLIAM THOMSON (tomsn; 1824—1907), neskôr lord Kelvin.



tlmením (Thomsonov vzťah)*

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ak začneme merať čas od okamihu, keď náboj na platniach kondenzátora v oscilačnom obvode má najväčšiu hodnotu ($q = Q_m$), mení sa okamžitý náboj podľa vzťahu

$$q = Q_m \cos \omega t$$

kde Q_m je **amplitúda náboja.** To zodpovedá prípadu, keď mechanický oscilátor má v začiatočnom okamihu najväčšiu výchylku ($y = y_m \cos \omega t$). Uhlová frekvencia vlastného kmitania oscilačného obvodu

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Okamžité napätie medzi platňami kondenzátora

$$u = \frac{Q_m}{C} \cos \omega t = U_m \cos \omega t$$

kde $U_m = \frac{Q_m}{C}$ je **amplitúda napätia.**

Okamžitý prúd v oscilačnom obvode je posunutý o začiatočnú fázu $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, takže

$$i = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \sin \omega t$$

kde I_m je **amplitúda prúdu***.

Jednotný prístup k vysvetleniu kmitavých dejov umožňuje prenášať zákonitosti získané pri štúdiu kmitania jedného druhu na kmitanie iného

---

* Keďže prúd v oscilačnom obvode zodpovedá úbytku náboja na platniach kondenzátora $i = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}$, je fáza prúdu v obvode opačná ako fáza rýchlosti mechanického oscilátora.

druhu. Tento spôsob skúmania fyzikálnych dejov nie je však obmedzený iba na kmitavé analogické deje, ale má oveľa širší význam.

Analógie sa využívajú v technickej praxi nielen na teoretické riešenie konkrétnych problémov, ale aj na ich experimentálne štúdium. Ukazuje sa, že jednoduchšie je merať elektrické veličiny ako mechanické. Napríklad rýchlosť kmitajúceho telesa ťažko možno zistiť, ale okamžitú hodnotu prúdu ľahko možno pozorovať osciloskopom. V praxi je tiež výhodnejšie zostaviť a zmerať elektrický obvod zložený z kondenzátorov, odporov a cievok, ako experimentovať so zložitou mechanickou sústavou pružín, regulovateľných tlmiacich prvkov a závaží.

Analógie predstavujú jeden druh podobnosti fyzikálnych dejov. Ich teória a praktické využitie je jeden z problémov, ktorými sa v súčasnosti zaoberá celý vedný odbor teória modelov a modelovania. Tento vedný odbor nadobudol veľký praktický význam najmä v súvislosti s rozvojom modernej výpočtovej techniky. Podobnosť mechanických a elektromagnetických oscilátorov je iba jednou z mnohých možností, ktoré teória modelovania využíva na riešenie mnohých zložitých problémov technickej praxe.

Úlohy

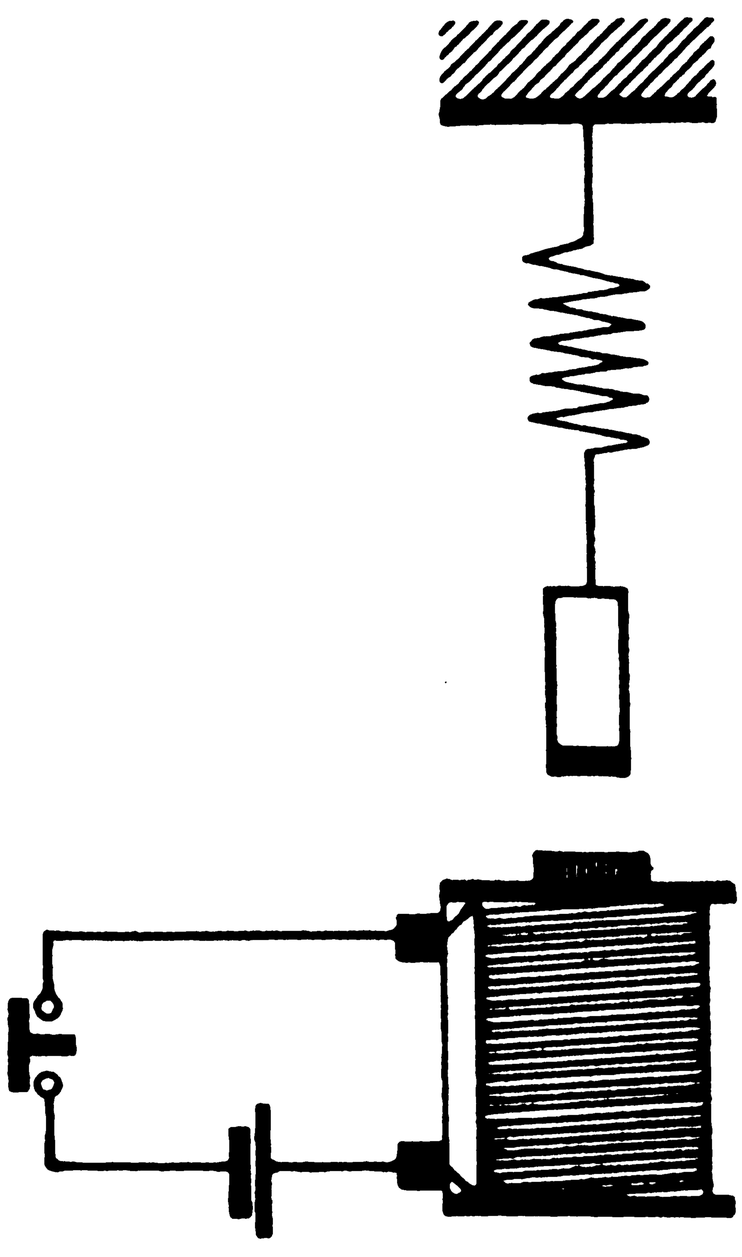
1. Ako sa zmení frekvencia oscilačného obvodu, ktorý obsahuje dva rovnaké kondenzátory spojené raz sériovo, raz paralelne? [2-krát sa zmenší]
2. Ako sa zmení frekvencia oscilačného obvodu, ak do jeho cievky vložíme jadro z mäkkej ocele? [zmenší sa]
3. Aká analogická zmena v mechanickom oscilátore zodpovedá zväčšeniu kapacity v oscilačnom obvode?
4. Čomu zodpovedá pri mechanickom oscilátore cievka s jadrom a bez jadra?
5. Na základe analógií rozhodnite, ako sa bude meniť frekvencia oscilátora tvoreného dvoma rovnakými pružinami, ktoré sú spojené buď za sebou, buď vedľa seba. [2-krát sa zmenší v porovnaní za sebou]
6. Určte periódy vlastného kmitania oscilačných obvodov s parametrami: a) $C = 50\ \mu F$, $L = 50\ H$; b) $C = 0{,}2\ \mu F$, $L = 0{,}79\ H$; c) $C = 6\ nF$, $L = 11\ \mu H$. V ktorom obvode vzniká kmitanie zvukovej frekvencie (16 Hz až 16 kHz)? [a) 0,31 s; b) $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ s; c) $1{,}6\ \ 10^{-6}$ s]
7. Oscilačný obvod je tvorený cievkou s indukčnosťou 0,1 mH s kondenzátorom s meniteľnou kapacitou od 100 pF do 500 pF. Určte rozsah frekvencií vlastného kmitania obvodu. [1,6 MHz až 0,7 MHz]
8. Kondenzátor oscilačného obvodu má kapacitu 1 μF. Akú indukčnosť musí mať cievka, aby obvod kmital s frekvenciou 500 Hz? [0,1 H]

4. NÚTENÉ KMITANIE OSCILÁTORA

4.1 Netlmené kmitanie oscilátora

Každý, kto sa hojdal na hojdačke, vie, čo treba robiť, aby sa udržal jej kmitavý pohyb. Hojdačka je vlastne oscilátor, ktorý sa po vychýlení z rovnovážnej polohy rozkmitá. Keby sme na sedadle hojdačky iba sedeli, prestala by po chvíľke kmitať. My ju však chceme udržať v pohybe, čo dosiahneme pravidelnými vonkajšími nárazmi, alebo pravidelnou zmenou polohy ťažiska tela. Potom hojdačka kmitá so stálou amplitúdou výchylky a vzniká **netlmené kmitanie.**

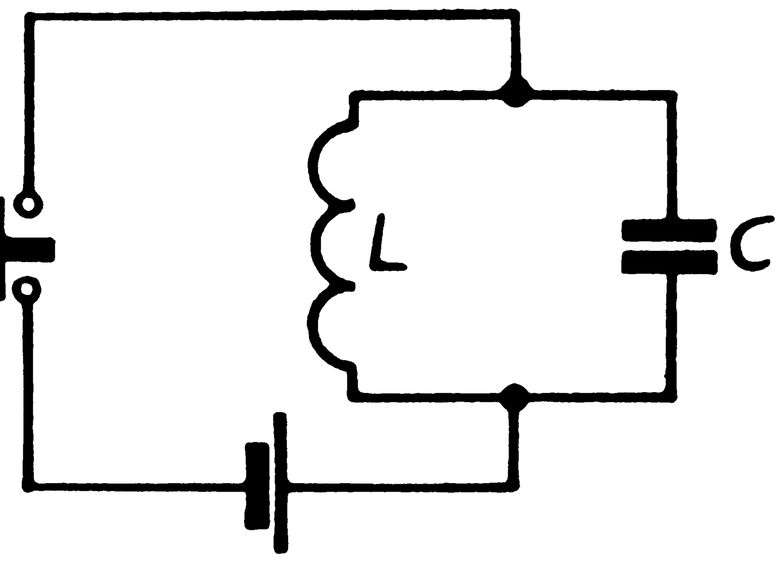
Kmitanie pružinového oscilátora môžeme udržať napr. spôsobom, ktorý je zrejmý z obr. 4-1. Ako závažie oscilátora použijeme magnet alebo oceľový valček, na ktorý prichytíme magnetický ferit. Oscilátor rozkmitáme a vždy, keď sa závažie priblíži k magnetu, na krátky čas uzavrieme elektrický obvod. Pôsobením magnetickej sily sa oscilátor predĺži, a tým sa



4-1
Demonštrácia netlmeného kmitania mechanického oscilátora

nahradia straty vzniknuté tlmením. Pri vhodnej vzdialenosti magnetu, prípadne veľkosti prúdu v cievke, kmitá oscilátor netlmene.

Podobne udržíme kmitanie elektromagnetického oscilátora (obr. 4-2).



4-2
Demonštrácia netlmeného kmitania elektromagnetického oscilátora

Periodickým pripájaním oscilačného obvodu k zdroju jednosmerného napätia nahrádzame straty vzniknuté tlmením. Pritom sa však musí vypínačom krátko uzavierať obvod vždy v okamihu, keď má napätie na platniach kondenzátora rovnakú polaritu ako napätie zdroja. Elektromagnetické oscilátory však zvyčajne kmitajú s veľkou frekvenciou, takže prívod energie k oscilátoru nemožno riadiť rukou. V praxi sa na tento účel používajú napr. tranzistory a tieto zariadenia sa nazývajú *generátory netlmeného kmitania.*

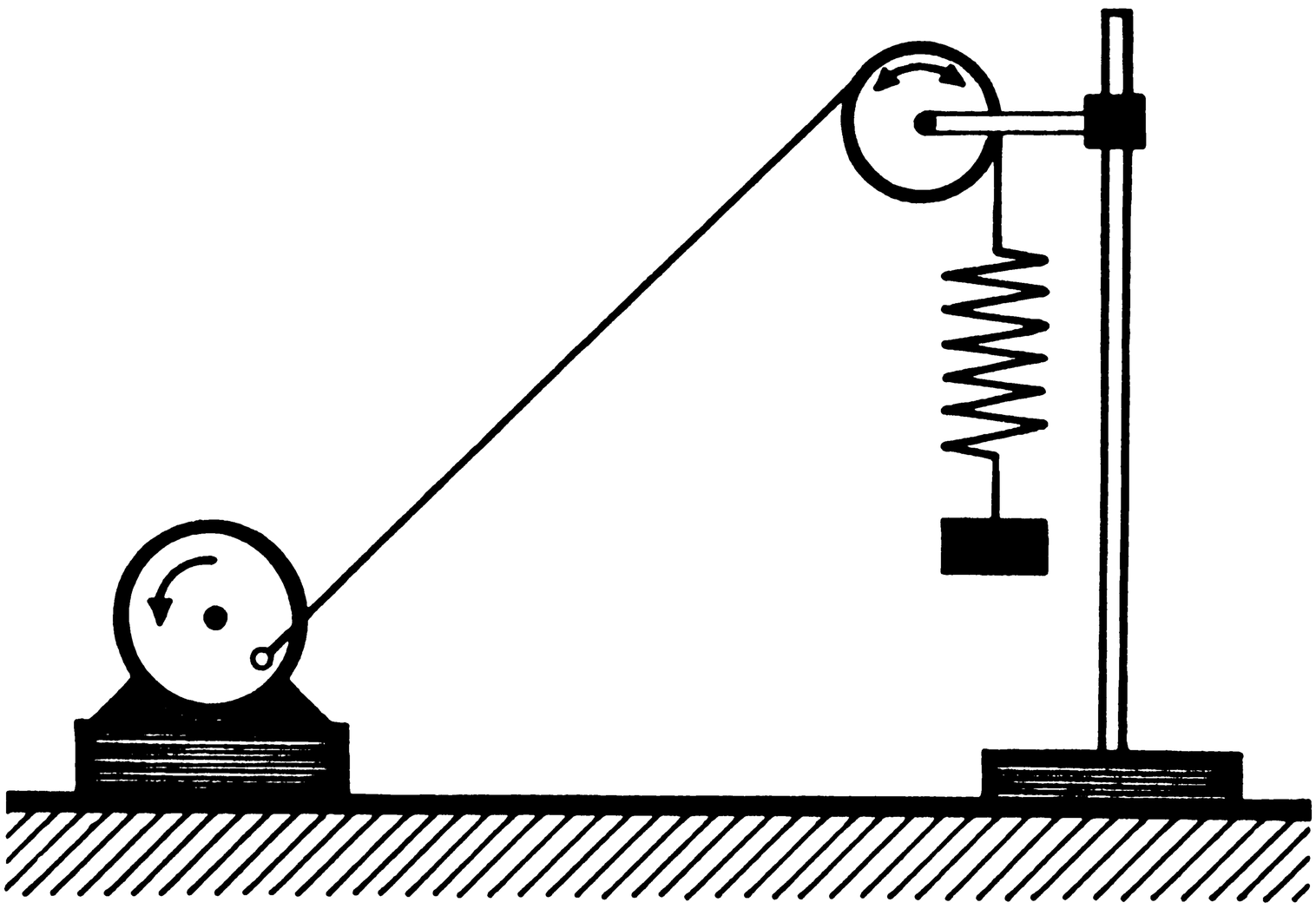
Príčinou netlmeného kmitania v uvedených prípadoch je vonkajšie pôsobenie na oscilátor silou alebo elektrickým napätím. Hovoríme, že medzi oscilátorom a jeho okolím existuje **väzba**. Väzbou sa privádza do oscilátora zvonka energia.

V našich pokusoch boli v krátkom okamihu nahrádzané straty, ktoré vznikli tlmením v priebehu celej periódy kmitu. Oscilátor kmitá netlmene, ale jeho kmitanie nie je harmonické.

Netlmené harmonické kmitanie vznikne, keď sa straty nahrádzajú počas celej periódy. To možno dosiahnuť, keď na oscilátor pôsobí nepretržite harmonická sila $F = F_m \sin \omega t$ alebo harmonické napätie $u = U_m \sin \omega t$. Pôsobením tejto sily, prípadne napätia, je v oscilátore vynucované netlmené harmonické kmitanie, ktoré sa volá **nútené kmitanie oscilátora.**

Nútené kmitanie mechanického oscilátora ukážeme pokusom podľa obr. 4-3. Kotúčom, ktorý sa otáča uhlovou frekvenciou ω, utvára sa periodická sila, ktorá núti oscilátor kmitať s rovnakou frekvenciou. Uhlová frekvencia ω sa môže odlišovať od uhlovej frekvencie ω_0 vlastné-

ho kmitania oscilátora ($\omega \neq \omega_0$). **Pri nútenom kmitaní oscilátor kmitá vždy s frekvenciou vonkajšieho pôsobenia.**



4-3
Vznik núteného kmitania

Nútené kmitanie môže vzniknúť aj v sústave, ktorá nemá vlastnosti oscilátora. Napríklad závažie na obr. 4-3 rozkmitáme, aj keď nebude zavesené na pružine. Podobne utvoríme elektrické kmity napr. v obvode s kondenzátorom, ktorý pripojíme na zdroj harmonického napätia. Vlastnosti sústavy, ktorá núteně kmitá, nemajú vplyv na frekvenciu kmitania, ale značne ovplyvňujú amplitúdu a fázu kmitania. Tento poznatok objasníme v nasledujúcom učive.

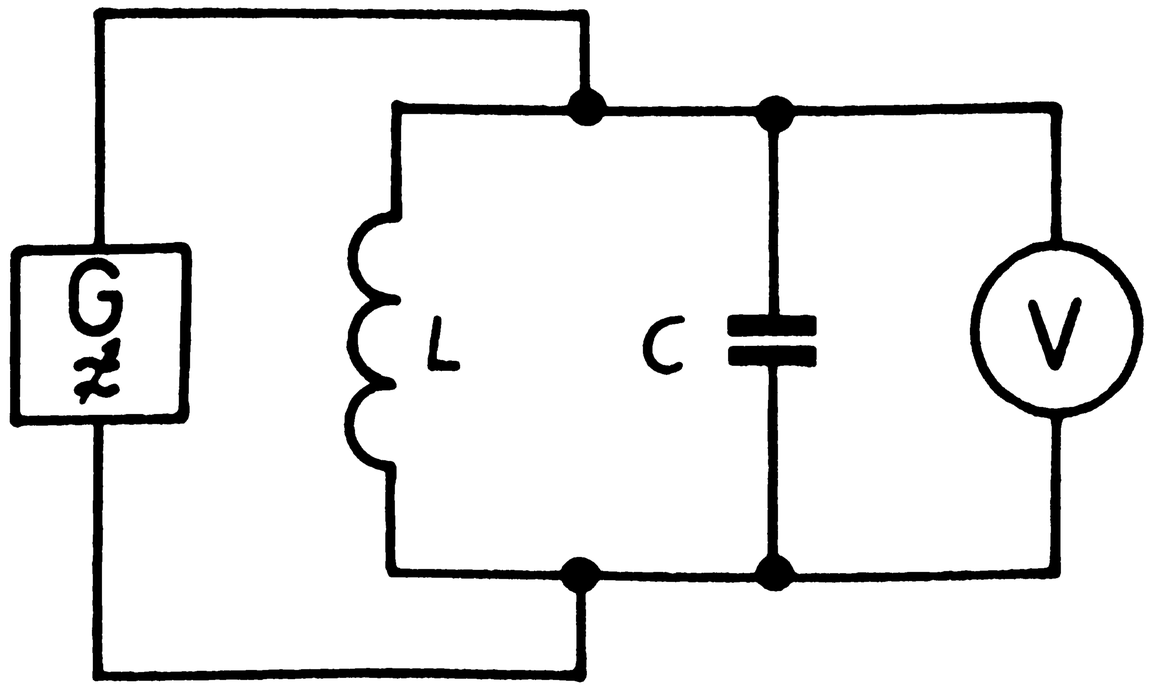
Nútené kmitanie vzniká pôsobením sily alebo napätia na oscilátor aj na objekty, ktoré nemajú vlastnosti oscilátora. Frekvencia núteného kmitania závisí od frekvencie pôsobiacej sily, prípadne napätia, a nezávisí od vlastností kmitajúceho objektu. Nútené kmitanie je netlmené.

4.2 Rezonancia oscilátora

Súvislosť amplitúdy núteného kmitania s vlastnosťami oscilátora najlepšie ukážeme pokusom, pri ktorom budeme postupne meniť frekvenciu núteného kmitania. Napríklad pri zariadení na obr. 4-3 to dosiahneme plynulým zvyšovaním frekvencie otáčania kotúča. Zistíme, že amplitúda

výchylky nútených kmitov sa postupne zväčšuje, pri istej frekvencii dosiahne maximum, a potom sa opäť zmenšuje.

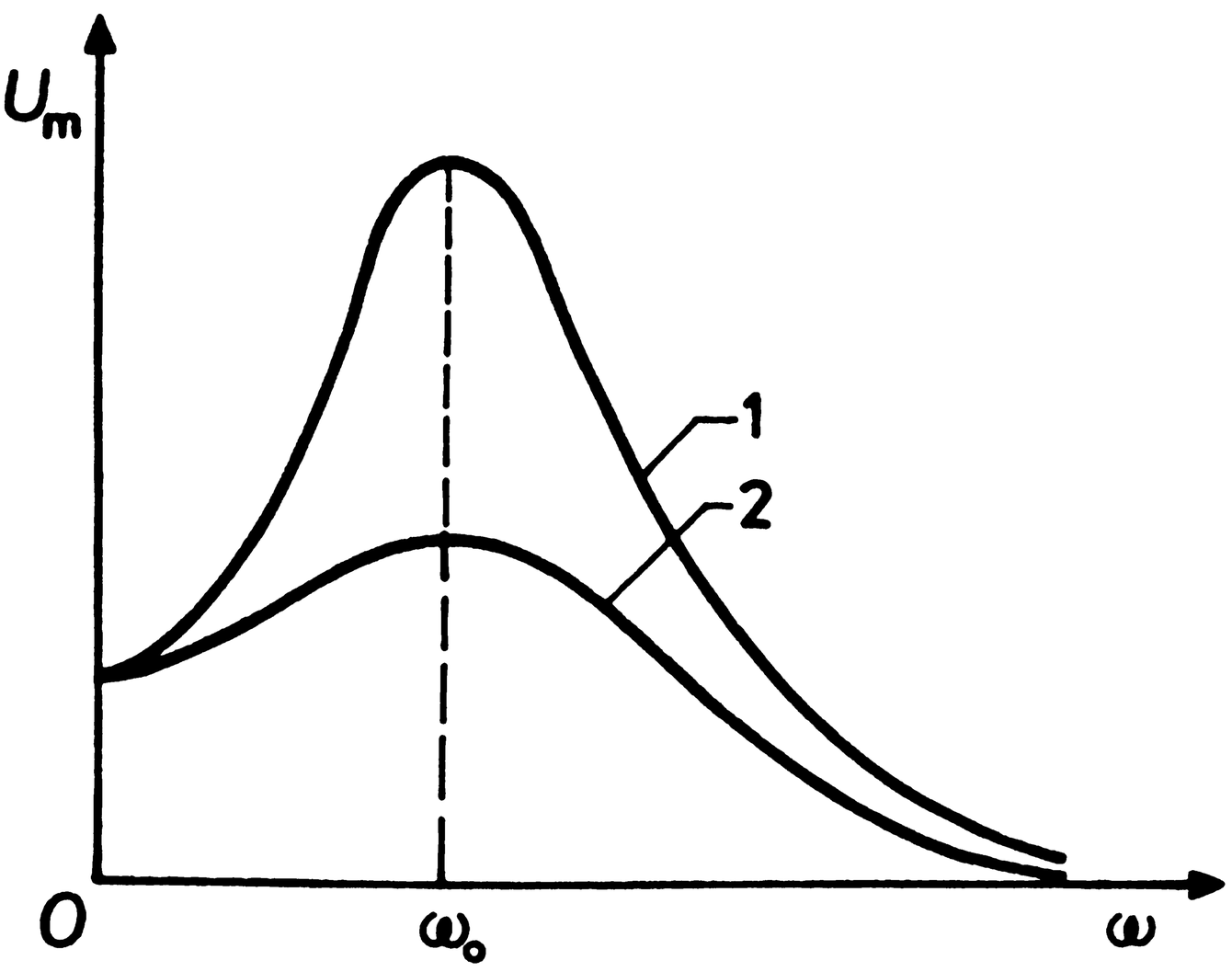
O vplyve parametrov elektromagnetického oscilátora na amplitúdu nútených kmitov v obvode sa presvedčíme pokusom, ktorého schéma je na obr. 4-4. Oscilačný obvod je pripojený k zdroju napätia s meniteľnou frekvenciou. Voltmeter ukazuje napätie, ktoré je úmerné amplitúde nútených kmitov.



4-4
Demonštrácia núteného kmitania oscilačného obvodu

Priebeh pokusu je zrejmý tiež z grafického vyjadrenia napätia v oscilačnom obvode ako funkcie uhlovej frekvencie (obr. 4-5). Z grafu vidieť, že amplitúda napätia nútených kmitov dosiahla najväčšiu hodnotu v okamihu, keď frekvencia nútených kmitov dosiahla vlastnú frekvenciu oscilátora ($\omega = \omega_0$). Nastala **rezonancia oscilátora.**

4-5
Rezonančná krivka oscilačného obvodu

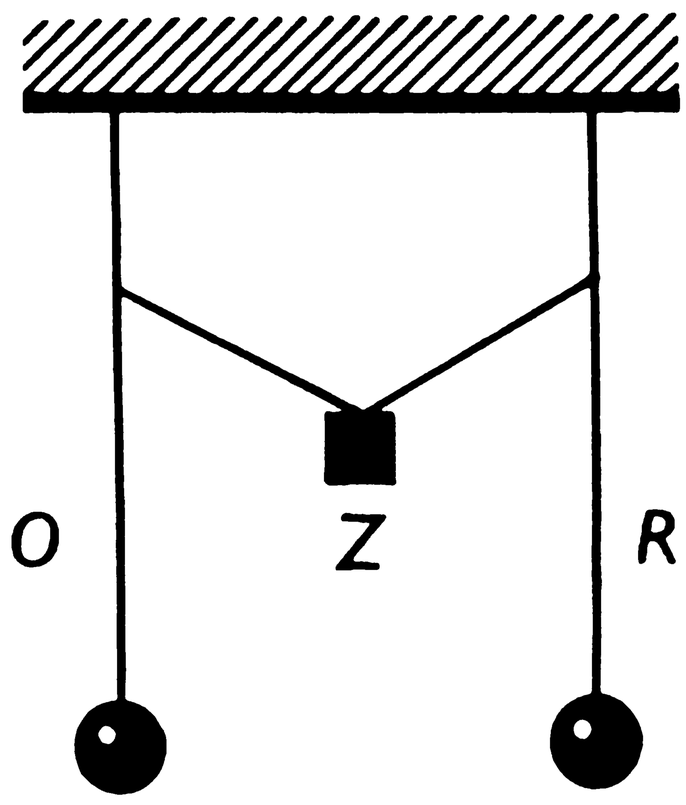


Graf na obr. 4-5 nazývame **rezonančná krivka.** Z jej tvaru môžeme dobre usúdiť, aké sú celkové vlastnosti oscilátora. Poloha maxima krivky určuje rezonančnú frekvenciu oscilátora a tvar krivky je značne ovplyvnený tlmením. Ostré maximum charakterizuje oscilátor s malým tlmením (krivka 1), kým obvod s veľkým tlmením má rezonančnú krivku s menej výrazným maximom (krivka 2).

Z rezonančnej krivky je tiež zrejmé, že pri rezonančnej frekvencii dosahuje amplitúda nútených kmitov väčšiu hodnotu ako pre $\omega = 0$ rad . s^{-1}. Amplitúda nútených kmitov je teda väčšia, ako by zodpovedalo amplitúde sily, príp. napätia, ktoré kmitanie spôsobilo. Nastáva **rezonančné zosilnenie** kmitania oscilátora.

To umožňuje vysvetliť skúsenosť s hojdačkou, o ktorej sme sa zmienili v stati 4.1. Aby sme hojdačku vychýlili z rovnovážnej polohy, musíme na ňu pôsobiť značnou silou, no kmitavý pohyb hojdačky udržíme periodickým pôsobením malej sily s frekvenciou zodpovedajúcou frekvencii vlastného kmitania hojdačky.

Rezonanciu môžeme považovať za vzájomné pôsobenie dvoch oscilátorov. Jeden je zdrojom núteného kmitania (**oscilátor**) a druhý sa pôsobením zdroja nútene rozkmitá (**rezonátor**). Jednoduchým príkladom sústavy oscilátora a rezonátora sú spriahnuté kyvadlá (obr. 4-6). Sú to dve rovnaké kyvadlá spojené pružinou alebo vláknom so závažím Z. Tým sa utvára medzi kyvadlami väzba, ktorá umožňuje prenos energie medzi oscilátorom a rezonátorom a naopak.



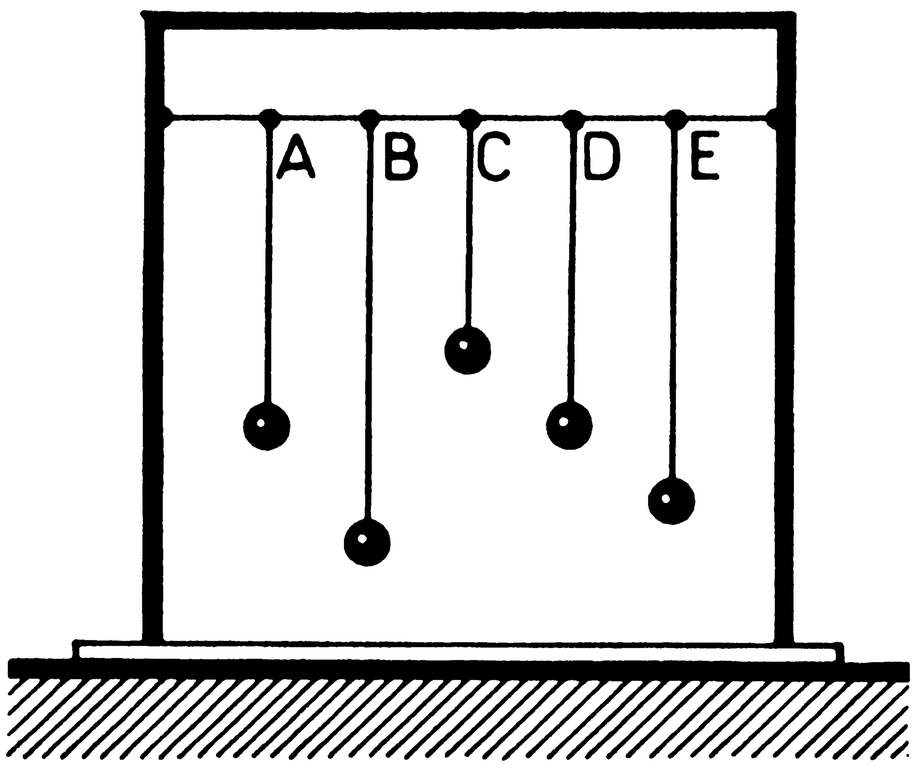
4-6
Spriahnuté kyvadlá

Keď oscilátor O rozkmitáme, pozorujeme, že jeho amplitúda výchylky sa postupne zmenšuje a rezonátor R naopak začína kmitať. Jeho amplitú-

da výchylky dosahuje maximum v okamihu, keď oscilátor prestal kmitať. Tento dej sa periodicky opakuje a kmitanie má formu rázov.

Z pokusu vyplýva, že medzi oscilátorom a rezonátorom nastáva výmena energie kmitania. Keď väzbou vzniká iba malé vzájomné pôsobenie, prechádza energia z oscilátora do rezonátora pozvoľne. Medzi oscilátormi je **voľná väzba.** Keď je vzájomné pôsobenie silné, je **väzba tesná** a výmena energie nastáva rýchlejšie.

Urobíme ešte pokus s niekoľkými kyvadlami rozličnej dĺžky zavesenými na spoločnom vlákne (obr. 4-7). Keď rozkmitáme kyvadlo A, rozkmitá sa výrazne aj rovnako dlhé kyvadlo D, ktoré je s kyvadlom A v rezonancii. Ostatné kyvadlá sa rozkmitajú iba nepatrne a pri voľnej väzbe medzi kyvadlami kmitanie v nich vôbec nevznikne. **Voľnou väzbou možno dosiahnuť výrazný prenos energie medzi oscilátormi, t. j. utvoriť nútené kmitanie iba pri rezonančnej frekvencii.**



4-7
Demonštrácia rezonancie kyvadiel

4.3 Rezonančné javy v technickej praxi

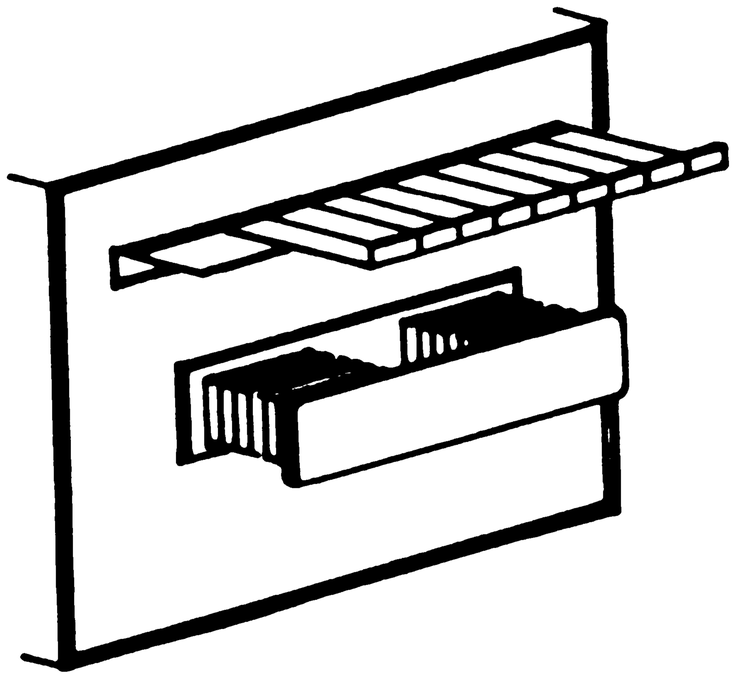
Rezonančné zosilnenie núteného mechanického aj elektromagnetického kmitania sa veľmi často vyskytuje v praxi. Pritom rezonančné javy využívame na zosilnenie kmitov, alebo naopak usilujeme sa nežiadúcemu rezonančnému kmitaniu zabrániť.

1. Rezonančné zosilnenie využívame napr. na zosilnenie zvukov hudobných nástrojov a v elektroakustických zariadeniach. Napríklad chvenie struny huslí je sotva počuteľné. Prenáša sa však na teleso huslí, ktorého

drevené časti a dutina spôsobujú rezonančné zosilnenie tónov. Podobnú funkciu majú ozvučnice reproduktorov a dutiny v sluchovom ústroji.

Rezonančné zosilňovanie má veľké využitie v elektrotechnike. Napríklad základnou súčasťou každého rozhlasového prijímača je oscilačný obvod, v ktorom sa elektromagnetické kmitanie vynucuje malým napätím z antény. Pri ladení prijímača sa oscilačný obvod nastavuje do rezonancie s pracovnou frekvenciou vysielača. Využíva sa tu poznatok, že oscilátor, ktorého rezonančná krivka má ostré maximum, rozkmitá sa istou frekvenciou len v úzkom intervale v okolí rezonancie a signály iných frekvencií potlačí.

Rezonancia je základom aj mnohých meracích metód* a prístrojov na meranie frekvencie. Napríklad na obr. 4-8 je jazýčkový kmitočtomer, ktorý sa používa najmä na meranie frekvencie napätia v elektrovodnej sieti. Tvoria ho oceľové jazýčky s odlišnými, presne známymi rezonančnými frekvenciami. Jazýčky rozkmitáva elektromagnet pripojený na zdroj napätia, na ktorom sa meria frekvencia. Jazýček, ktorý sa rozkmitá s najväčšou amplitúdou výchylky, určuje frekvenciu napätia.



4-8
Jazýčkový kmitočtomer

* Rezonančné metódy v súčasnosti patria k najdôležitejším metódam štúdia štruktúry látok. Sú založené na pohlcovaní energie vysokofrekvenčného elektromagnetického kmitania pri rezonancii elektrónového obalu alebo jadra atómu.

2. Nežiadúce zväčšenie amplitúdy núteného kmitania vplyvom rezonancie nastáva najmä pri činnosti mechanizmov strojových zariadení, ktoré konajú otáčavý pohyb. Pri ňom na zariadenie pôsobia periodické sily, ktoré rozkmitávajú nielen samotné zariadenie, ale prenášajú chvenie aj do okolia, napr. do podlahy, na ktorej je zariadenie pripevnené. Vzniku rezonančného kmitania sa tu predchádza tým, že sa vlastná frekvencia zariadenia upraví tak, aby sa odlišovala od frekvencie síl vynucujúcich kmitanie, aj od ich násobkov. Rezonancia sa potom neprejaví a zariadenie kmitá so zanedbateľnou amplitúdou výchylky.

Napríklad rotor parnej turbíny v elektrárni sa otáča s frekvenciou 3 000 otáčok za minútu ($f = 50$ Hz). Preto sa celá konštrukcia turbíny vrátane základu, na ktorý je pripojená, musí konštruovať tak, aby sa jej vlastná frekvencia odlišovala od frekvencie 50 Hz a jej násobkov.

Rezonančné kmitanie môže nastať aj pri mechanizmoch, ktoré obsahujú pružné prvky. Napríklad perovanie automobilu tvorí s mechanizmom kolies pružnú sústavu, ktorá sa účinkom nerovnosti vozovky rozkmitáva. Keďže kmitanie kolies je nežiadúce, dopĺňa sa mechanizmus tlmičmi obmedzujúcimi kmitanie.

V technickej praxi sa na potlačenie rezonančných javov používajú tri spôsoby: a) zmena vlastnej frekvencie mechanizmu; b) doplnenie mechanizmu tlmičom kmitania; c) zväčšenie trenia mechanizmu.

Úlohy

1. Žmýkačky na bielizeň sú postavené na nožičkách z mäkkej gumy. Vysvetlite, prečo.
2. Známy je pokus, pri ktorom sa zvukom istej frekvencie rozbil sklený pohár. Vysvetlite.
3. Keď prechádza po ulici automobil, alebo letí lietadlo, začnú niekedy rinčať okná. Vysvetlite.
4. Schéma na obr. 4-4 predstavuje princíp merania indukčnosti alebo kapacity rezonančnou metódou. Vysvetlite podstatu a navrhnite postup merania.
5. Pri meraní kapacity rezonančnou metódou bol kondenzátor s neznámou kapacitou pripojený na cievku s indukčnosťou 4 mH. Rezonancia nastala pri frekvencii 0,8 kHz. Určte kapacitu kondenzátora. [10 μF]
6. Elektromagnetický oscilátor tvorí kondenzátor s kapacitou 0,4 μF a cievka s indukčnosťou 6 mH. Oscilátor je v rezonancii s oscilačným obvodom, ktorého kondenzátor má kapacitu 1,2 μF. Určte indukčnosť cievky rezonátora. [2 mH]
7. Vysielač vysiela na stredných vlnách s frekvenciou 639 kHz. V rozhlasovom prijímači je rezonančný obvod, ktorého kondenzátor má kapacitu 400 pF. Určte indukčnosť vysokofrekvenčnej cievky. [0,16 mH]

Zhrnutie — Vlastné kmitanie oscilátora
Nútené kmitanie oscilátora

Mechanický oscilátor koná kmitavý pohyb s periódou T a frekvenciou $f = \frac{1}{T}$. Jednotkou frekvencie je hertz (Hz).

Pre jednoduchý kmitavý pohyb alebo harmonický pohyb platí rovnica

$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

V tejto rovnici je y okamžitá výchylka, y_m amplitúda výchylky, ω uhlová frekvencia, φ začiatočná fáza. Harmonický pohyb je pohyb periodický, priamočiary a nerovnomerný. Jeho okamžitá výchylka sa periodicky mení podľa funkcie sínus. Periodické deje s harmonickým priebehom nazývame harmonické kmitanie.

Veličiny harmonického kmitania znázorňujeme časovým diagramom alebo fázorovým diagramom.

Superpozíciou kmitavých pohybov vzniká zložené kmitanie. Najjednoduchšie zložené kmitanie vzniká superpozíciou dvoch kmitaní rovnakej frekvencie. Pri rovnakej začiatočnej fáze ($\Delta\varphi = 0$ rad) sa tieto kmitania zosilňujú a pri opačnej fáze ($\Delta\varphi = \pi$ rad) sa zoslabujú. Superpozíciou kmitaní s približujúcou sa frekvenciou ($\omega_1 \to \omega_2$) vznikajú rázy.

Harmonický pohyb mechanického oscilátora je spôsobený silou, ktorej veľkosť je úmerná okamžitej výchylke a má opačný smer

$$F = -ky$$

Pôsobením tejto sily vzniká vlastné kmitanie oscilátora, ktorého uhlová frekvencia ω_0 závisí od parametrov oscilátora (hmotnosti m a tuhosti k)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Perióda T_0 a frekvencia f_0 vlastného kmitania:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Pri harmonickom pohybe sa periodicky mení potenciálna energia na kinetickú a naopak, takže sa celková energia oscilátora zachováva. Pri skutočnom oscilátore sa časť energie mení na iné formy energie a kmitanie oscilátora je tlmené.

Oscilačný obvod s parametrami L a C je príkladom elektromagnetického oscilátora. Kmitá s periódou danou Thomsonovým vzťahom

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Periodickým pôsobením sily alebo napätia na oscilátor aj na objekty, ktoré vlastnosti oscilátora nemajú, vzniká nútené kmitanie. Frekvencia núteného kmitania závisí od frekvencie pôsobiacej sily, prípadne napätia a kmitanie je netlmené.

Keď sa frekvencia núteného kmitania rovná vlastnej frekvencii oscilátora, nastáva rezonancia. Amplitúda núteného kmitania je pri rezonancii maximálna (rezonančné zosilnenie). Energia prechádza z oscilátora do rezonátora väzbou. Pri voľnej väzbe vzniká v rezonátore nútené kmitanie iba pri rezonančnej frekvencii.

5. STRIEDAVÝ PRÚD

Nútené elektromagnetické kmitanie má veľký význam najmä pri prenose elektrickej energie a v rozličných elektronických zariadeniach, napr. v oznamovacej technike. V týchto prípadoch elektromagnetické kmitanie nazývame **striedavý prúd.**

Zdroje striedavého prúdu nazývame **generátory striedavého prúdu.** V energetike sa používajú generátory s otáčavými súčasťami — *alternátory*, ktoré dodávajú do elektrickej siete striedavý prúd s frekvenciou 50 Hz.

Elektronické generátory striedavého prúdu, ktoré sa využívajú napr. v oznamovacej technike na prenos informácií, majú pracovnú frekvenciu do 10 GHz.

Obvody, ktoré pripájame ku generátorom striedavého prúdu, sú tvorené rozličnými funkčnými prvkami (rezistormi, cievkami, kondenzátormi, tranzistormi atď.) a ich kombináciami. Keď je do obvodu zaradený prvok s jedným parametrom (odporom, indukčnosťou, kapacitou), vznikne *jednoduchý obvod striedavého prúdu.* V obvode môže byť aj viac prvkov s rôznymi parametrami, ktoré tvoria *zložený obvod striedavého prúdu.*

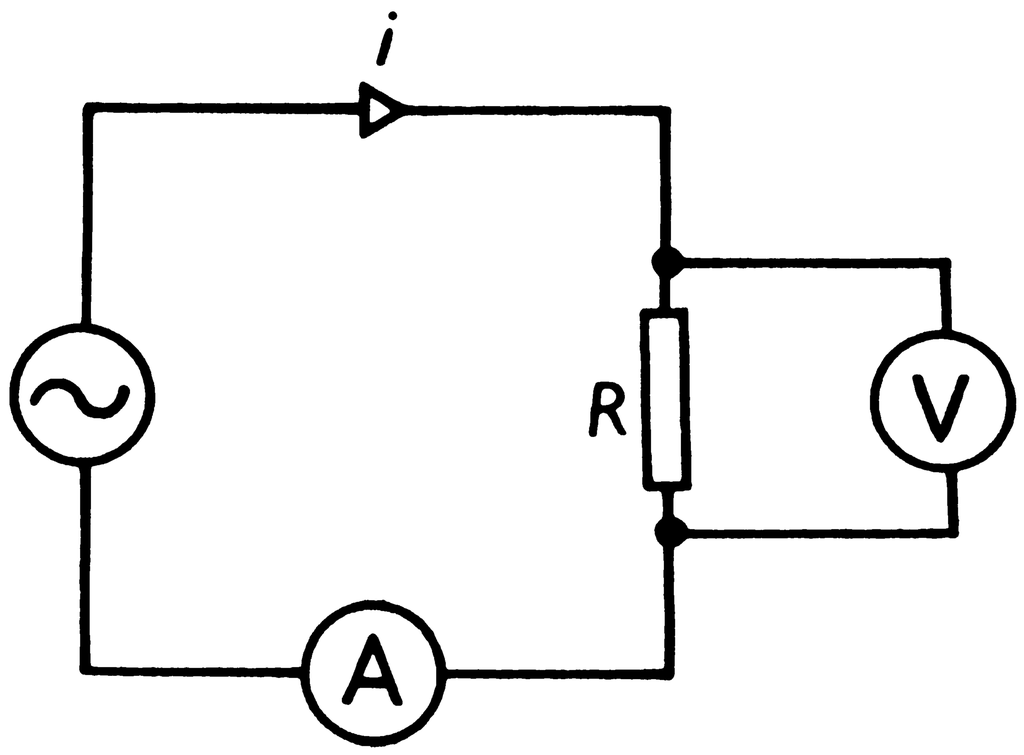
Najdôležitejšími prípadmi jednoduchých aj zložených obvodov striedavého prúdu sa budeme zaoberať v nasledujúcich statiach.

5.1 Obvod striedavého prúdu s odporom

Pri vysvetľovaní dejov v obvodoch striedavého prúdu si budeme všímať najmä dva poznatky: ako parameter prvku v obvode bude ovplyvňovať

a) veľkosť napätia a prúdu v obvode;
b) fázový rozdiel medzi napätím a prúdom.

Na posúdenie fázového rozdielu budeme používať grafické prostriedky, s ktorými sme sa už oboznámili (časový diagram a fázorový diagram).



5-1
Obvod striedavého prúdu s rezistorom

Najjednoduchší obvod striedavého prúdu je tvorený rezistorom (obr. 5-1), ktorý má iba odpor R. Keď obvod pripojíme na zdroj striedavého napätia, pre ktorého okamžité napätie platí vzťah

$$u = U_m \sin \omega t$$

potom rezistorom prechádza striedavý prúd a jeho okamžitá hodnota

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t$$

Veličina

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

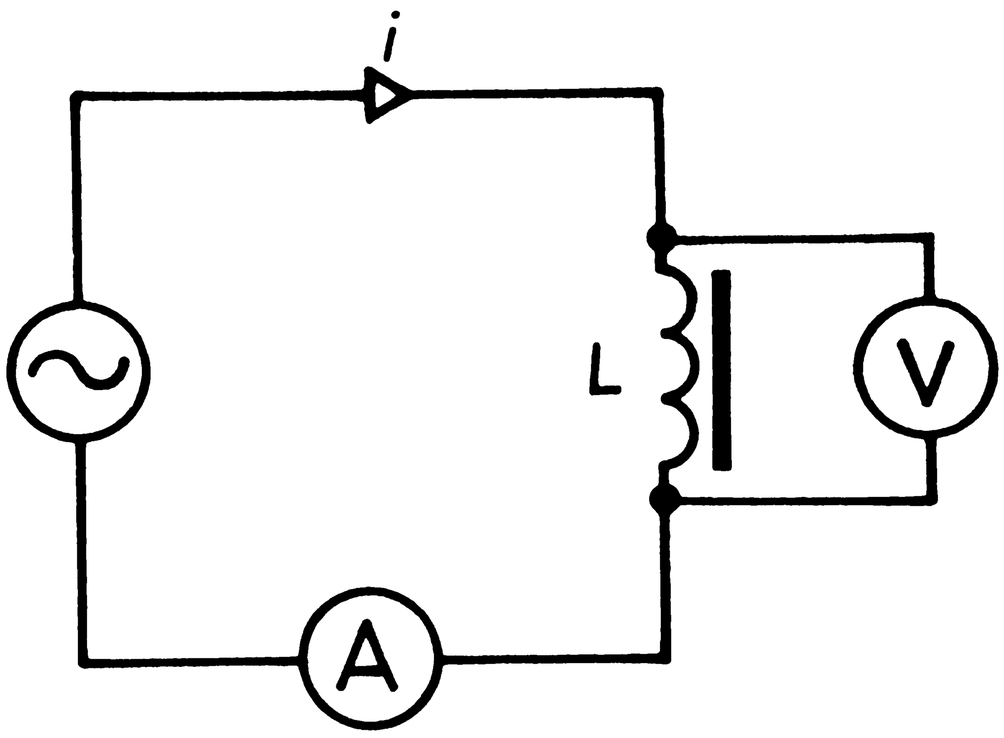
je **amplitúda striedavého prúdu.**

Pre jednoduchý obvod striedavého prúdu s odporom platí Ohmov zákon, tak ako pre obvod s jednosmerným prúdom. Amplitúda napätia na rezistore a amplitúda prúdu v obvode nezávisí od frekvencie striedavého prúdu. Zo vzťahu pre napätie a prúd tiež vyplýva, že obidve veličiny sú v obvode v rovnakej fáze a nevzniká medzi nimi fázový rozdiel (pozri prehľad na s. 156).

Odpor R rezistora v obvode striedavého prúdu je rovnaký ako v obvode jednosmerného prúdu; nazýva sa tiež rezistancia. Rezistancia nemá vplyv na fázový rozdiel alebo fázový posun striedavého napätia a prúdu.

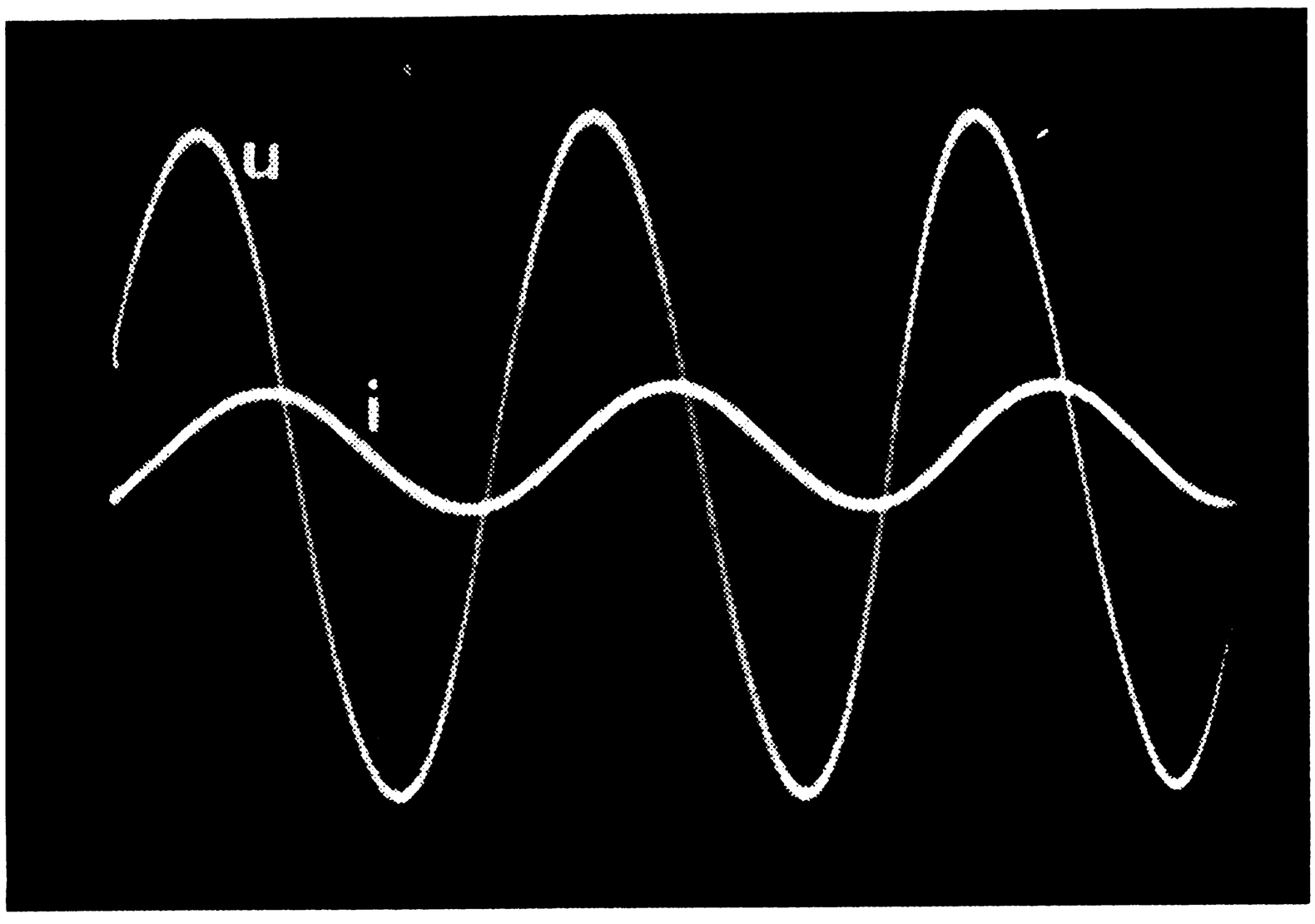
5.2 Obvod striedavého prúdu s indukčnosťou

Na obr. 5-2 je obvod striedavého prúdu s cievkou, ktorá má iba indukčnosť *L*. Keď cievku pripojíme k zdroju striedavého napätia, prechádza obvodom striedavý prúd a okolo cievky vzniká meniace sa magnetické pole. To spôsobuje, že sa v cievke indukuje napätie, ktoré podľa Lenzovho zákona má opačnú polaritu ako zdroj napätia. Následkom toho dosahuje prúd v obvode najväčšiu hodnotu neskôr ako napätie. Prúd sa za napätím oneskoruje a vzniká **záporný fázový posun.**



5-2
Obvod striedavého prúdu s cievkou

Osciloskopom sa presvedčíme, že krivka prúdu je posunutá vzhľadom na krivku napätia na časovej osi o $-\frac{1}{4}T$ (obr. 5-3). Vo fázorovom



5-3
Fázové posunutie napätia a prúdu v obvode s cievkou

diagrame (pozri prehľad na s. 156) je fázor prúdu posunutý vzhľadom na fázor napätia o uhol $\frac{\pi}{2}$ rad proti zmyslu rotácie fázorov. Pre okamžitú hodnotu prúdu teda platí

$$i = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -I_m \cos \omega t$$

Veľkosť napätia, ktoré sa v cievke indukuje, závisí od časových zmien magnetického poľa, čiže od frekvencie striedavého prúdu. Preto sa cievka správa ako odpor, ktorého veľkosť sa s rastúcou frekvenciou zväčšuje. Presvedčíme sa o tom tak, že v obvode na obr. 5-2 budeme zväčšovať frenkvenciu striedavého prúdu. Výchylka ručičky ampérmetra sa zmenší, cievka kladie prúdu väčší odpor.

Veľkosť indukovaného napätia však závisí aj od vlastnej indukčnosti cievky. Keď v obvode na obr. 5-2 zväčšíme indukčnosť cievky napr. uzavretím jadra, výchylka rúčky ampérmetra sa zmenší. Cievka kladie striedavému prúdu väčší odpor.

Cievka však má iba zdanlivo vlastnosť odporu, lebo sa v nej elektromagnetická energia nemení na teplo ako pri rezistore. V cievke len vzniká a zaniká magnetické pole, čo sa prejavuje fázovým rozdielom napätia a prúdu v obvode. Preto sa veličina

$$X_L = \frac{U_m}{I_m}$$

nazýva **induktancia,** a nie odpor. Jednotkou induktancie je ohm. Z pokusov vyplýva, že

$$\boxed{X_L = \omega L}$$

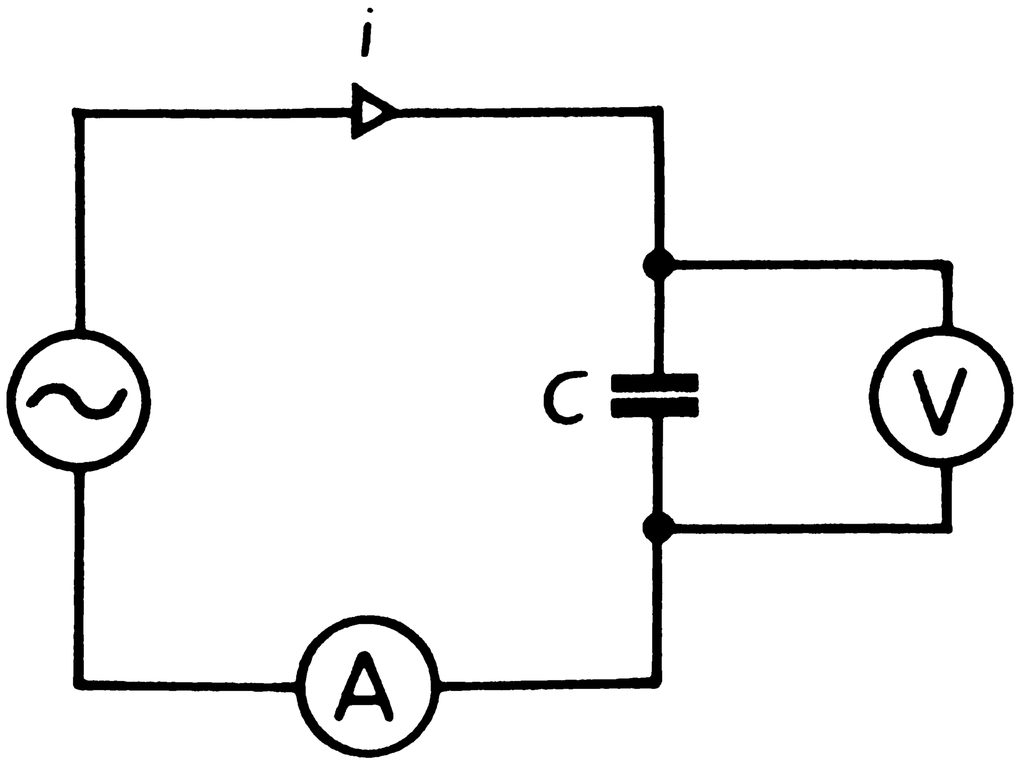
Indukčnosť L cievky v obvode striedavého prúdu spôsobuje fázový posun prúdu za napätím o uhol $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad a svojou induktanciou ovplyvňuje prúd v obvode. Induktancia je priamo úmerná indukčnosti cievky a frekvencii striedavého prúdu.

V technickej praxi sa na dosiahnutie veľkých induktancií používajú cievky nazvané *tlmivky*. Tlmivky na striedavé prúdy s nízkou frekvenciou obsahujú veľa závitov izolovaného drôtu navinutého na železnom uzavretom jadre. Tlmivky na vysokofrekvenčné striedavé prúdy majú feritové jadro a v obvodoch pre veľmi vysoké frekvencie postačuje niekoľko voľne navinutých závitov drôtu.

Skutočné cievky majú okrem indukčnosti aj odpor. Keď je odpor taký malý, že platí $R \ll \omega L$, môžeme ho zanedbať a cievka má približne vlastnosti ideálnej cievky. Keď odpor v porovnaní s indukčnosťou nemôžeme zanedbať, musíme pre cievku použiť vzťah pre zložený obvod striedavého prúdu (pozri laboratórne cvičenie 9).

5.3 Obvod striedavého prúdu s kapacitou

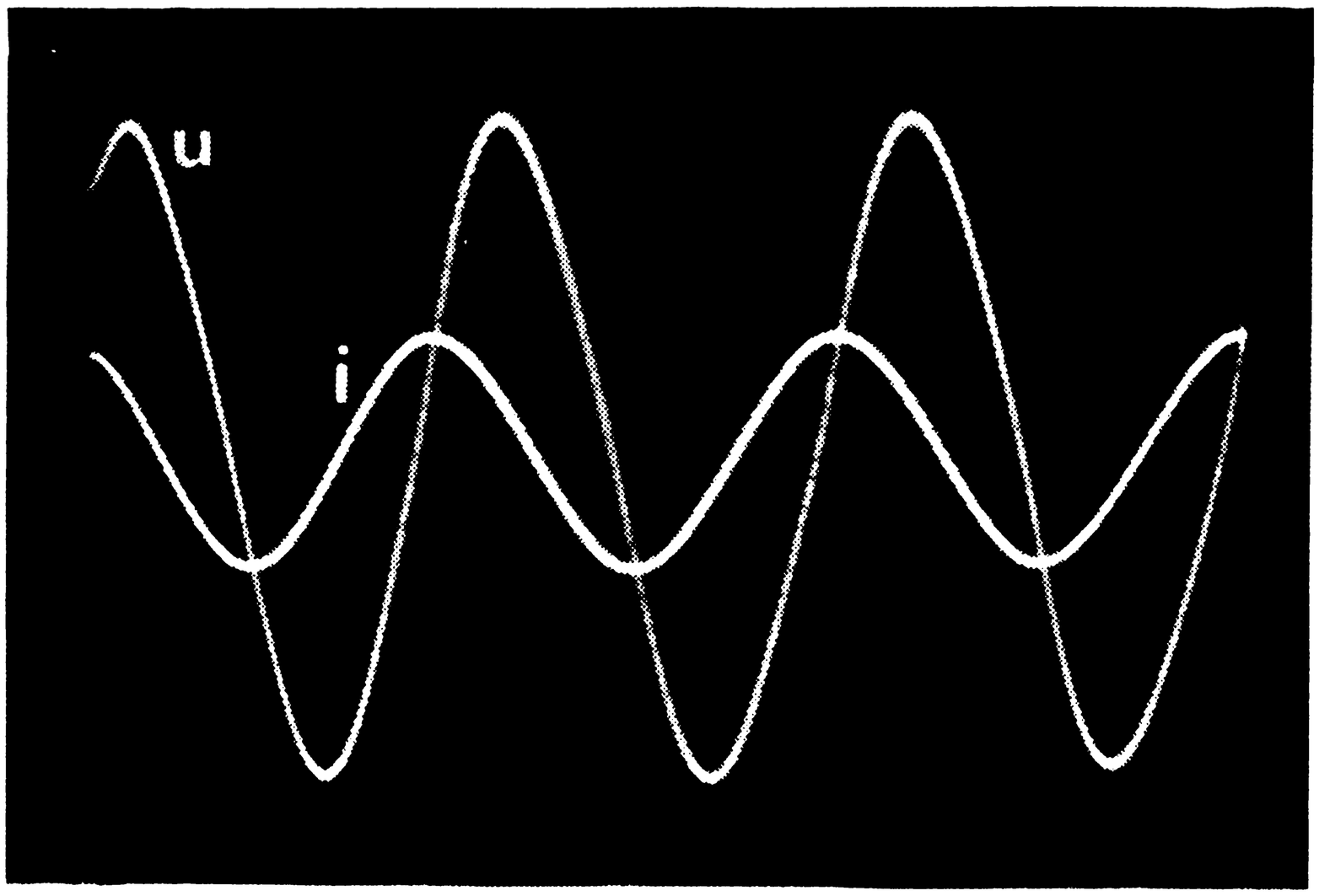
Opačné účinky ako cievka má v obvode striedavého prúdu kondenzátor s kapacitou C (obr. 5-4). Keď ho pripojíme k zdroju striedavého napätia, periodicky sa nabíja a vybíja. Nabíjací prúd kondenzátora je najväčší v okamihu, keď je kondenzátor nenabitý, t. j. keď napätie medzi platňami kondenzátora je nulové. Naopak v okamihu, keď je kondenzátor nabitý na napätie U_m, je v obvode nulový prúd. Dielektrikom medzi platňami kondenzátora však vodivostný prúd neprechádza. Mení sa iba intenzita elektrického poľa a dielektrikum sa striedavo polarizuje.



5-4
Obvod striedavého prúdu s kondenzátorom

Osciloskopom sa opäť presvedčíme, že krivka prúdu je časovo posunutá o $\frac{1}{4}\,T$ pred krivkou napätia (obr. 5-5), takže vo fázorovom diagrame fázor prúdu zviera s fázorom napätia uhol $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad (pozri prehľad na s. 156). Okamžitú hodnotu prúdu v obvode s kondenzátorom vyjadríme rovnicou

$$i = I_{\mathrm{m}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_{\mathrm{m}} \cos \omega t$$



5-5
Fázové posunutie napätia a prúdu v obvode s kondenzátorom

Čím väčšia je frekvencia striedavého prúdu a čím väčšia je kapacita kondenzátora, tým väčšia je amplitúda nabíjacieho a vybíjacieho prúdu. Kondenzátor má podobné vlastnosti ako odpor, ktorý sa so zväčšujúcou frekvenciou a kapacitou zmenšuje. Pretože v obvode s kapacitou nenastáva premena elektromagnetickej energie na teplo, ale iba periodicky vzniká a zaniká elektrické pole, kondenzátor má len zdanlivo vlastnosti odporu. Veličina

$$X_{\mathrm{C}} = \frac{U_{\mathrm{m}}}{I_{\mathrm{m}}}$$

sa nazýva **kapacitancia** a jej jednotkou je ohm. Veľkosť kapacitancie obvodu striedavého prúdu určuje vzťah

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Kapacita C kondenzátora v obvode striedavého prúdu spôsobuje fázový posun prúdu pred napätím o uhol $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad a svojou kapacitanciou ovplyvňuje prúd v obvode. Veľkosť kapacitancie je nepriamo úmerná kapacite obvodu a frekvencii striedavého prúdu*.

Úlohy

1. Aký bude fázový posun napätia a prúdu v obvode so skutočnou cievkou alebo kondenzátorom za predpokladu, že časť elektromagnetickej energie striedavých prúdov sa bude meniť na teplo?
2. Vedením sa súčasne prenáša nízkofrekvenčný a vysokofrekvenčný signál. Navrhnite, ako možno obidva signály od seba oddeliť.
3. Určte induktanciu cievky so zanedbateľným odporom R a s vlastnou indukčnosťou 0,1 H, ak ňou prechádza striedavý prúd s frekvenciou 10^4 Hz. [6,3 kΩ]
4. V obvode striedavého prúdu s premennou frekvenciou je cievka s indukčnosťou 0,05 H. Pri akej frekvencii bude jej induktancia $X_L = 50\ \Omega$? [160 Hz]
5. Určte kapacitanciu kondenzátora s kapacitou 1 μF pripojeného k zdroju striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. [3,2 kΩ]

5.4 Zložený obvod striedavého prúdu

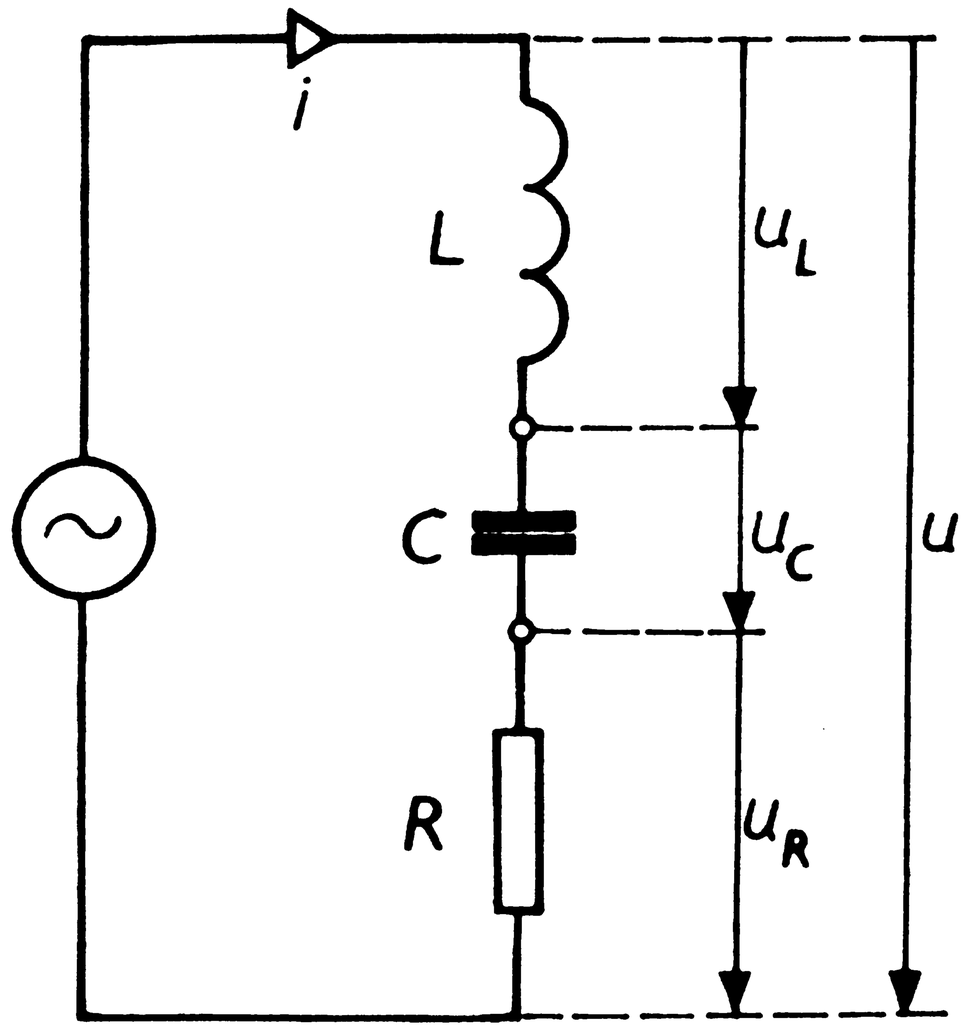
Obvody striedavého prúdu v praxi nebývajú jednoduché a ich prvky mávajú zvyčajne niekoľko parametrov — odpor, indukčnosť a kapacitu. Tak vznikajú často veľmi zložité obvody. Vlastnosti týchto obvodov sa určujú fázorovým diagramom alebo výpočtom. Na zovšeobecnenie úvah

---

* Napríklad pri frekvencii 50 Hz má kondenzátor s kapacitou 300 μF kapacitanciu $X_C \doteq 10\ \Omega$. Pri vysokej frekvencii rozhlasového vysielania na stredných vlnách ($f = 0{,}5$ MHz) dosiahneme rovnakú kapacitanciu už pri kapacite 0,03 μF.

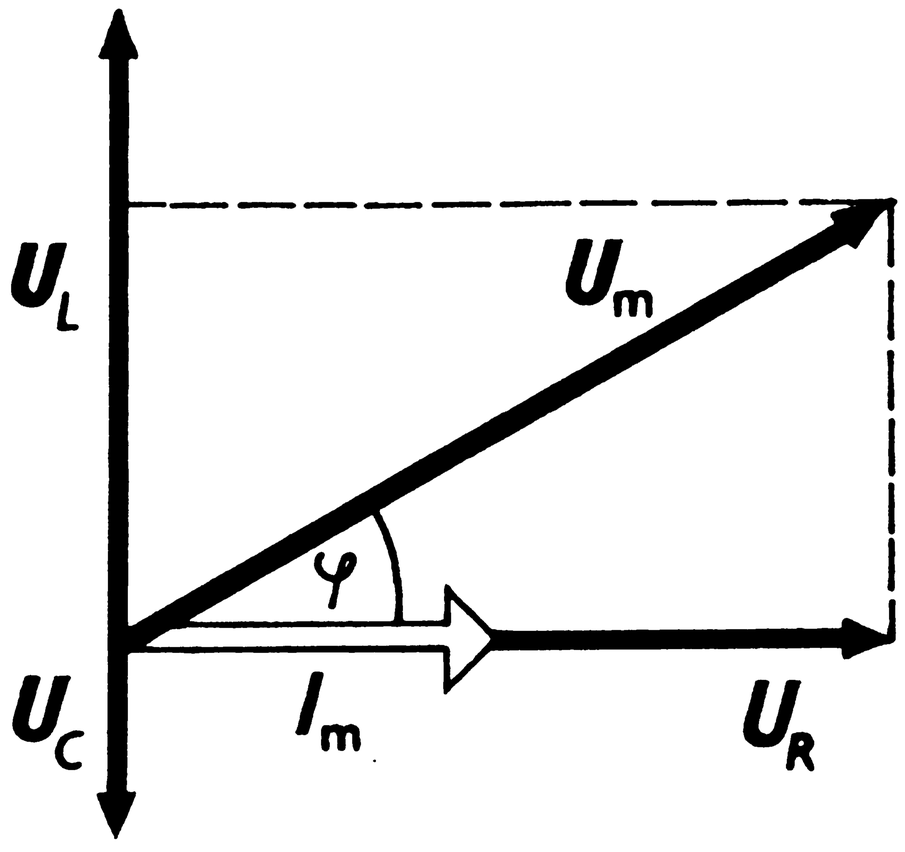
o obvodoch striedavého prúdu uvedieme príklad obvodu s rezistanciou, induktanciou a kapacitanciou v prvkoch spojených za sebou. Takýto obvod skrátene nazveme obvod s *RLC* v sérii (obr. 5-6).

5-6
Obvod s *RLC* v sérii



Prechodom striedavého prúdu týmto obvodom vznikajú na jeho jednotlivých prvkoch napätia, ktoré majú rôznu veľkosť a sú vzájomne fázovo posunuté. To znamená, že vo fázorovom diagrame obvodu s *RLC* v sérii (obr. 5-7) má fázor prúdu $\boldsymbol{I}_m$ súhlasný smer s fázorom napätia $\boldsymbol{U}_R$ na odpore, avšak fázor napätia $\boldsymbol{U}_L$ na cievke s fázorom prúdu zviera uhol $\frac{\pi}{2}$ rad a fázor napätia $\boldsymbol{U}_C$ na kondenzátore zviera s fázorom prúdu uhol $-\frac{\pi}{2}$ rad.

5-7
Fázorový diagram v obvode s *RLC* v sérii



Fázor výsledného napätia $\boldsymbol{U}_m$ nájdeme ako geometrický súčet jednotlivých fázorov napätí vo fázorovom diagrame. Veľkosť fázora $\boldsymbol{U}_m$ vypočítame pomocou Pytagorovej vety. Platí

$$U_m^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = I_m^2 \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]$$

Obvod ako celok možno charakterizovať jediným parametrom, ktorý sa nazýva **impedancia** Z. Z Ohmovho zákona pre impedanciu vyplýva vzťah

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

v ktorom $X = X_L - X_C$ je **reaktancia.** Reaktancia charakterizuje vlastnosti tej časti obvodu striedavého prúdu, v ktorej sa elektromagnetická energia nemení na teplo, ale iba na energiu elektrického a magnetického poľa.

Vzťah pre impedanciu obvodu s RLC v sérii platí všeobecne pre ľubovoľný obvod striedavého prúdu s prvkami, ktorých parametre možno považovať za sériovo spojené. Napríklad obvod s RL v sérii má impedanciu $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ a pod. Z fázorového diagramu na obr. 5-7 tiež vyplýva, že pre $U_L > U_C$ je fázový rozdiel prúdu a napätia kladný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a induktanciu. Naopak keď platí $U_L < U_C$, je fázový rozdiel prúdu a napätia záporný a obvod má také vlastnosti, akoby obsahoval iba rezistanciu a kapacitanciu.

Pre fázový posun φ napätia a prúdu nájdeme z fázorového diagramu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

takže φ leží v intervale $-\frac{\pi}{2}$ rad $\leqq \varphi \leqq +\frac{\pi}{2}$ rad. Hraničné prípady nastávajú pri $R = 0\ \Omega$.

Osobitný prípad vzniká, keď je splnená podmienka

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

Potom sa vplyvy indukčnosti a kapacity na napätie v obvode navzájom rušia, reaktancia $X = 0\ \Omega$ a obvod má vlastnosti rezistancie ($\varphi = 0$ rad).

Z uvedenej podmienky vyplýva, že

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

čiže frekvencia striedavého prúdu sa zhoduje s frekvenciou vlastného kmitania obvodu

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Už vieme, že je to prípad rezonancie obvodu *LC*. Amplitúda prúdu v obvode dosahuje najväčšie hodnoty, obmedzené iba rezistanciou obvodu.

Tým sa obvod s *RLC* odlišuje od oscilačného obvodu *LC*. V ňom sú prvky s parametrami *L* a *C* spojené vedľa seba (pozri prehľad na s. 156). Obvod má v rezonancii najväčšiu impedanciu, takže napätie na obvode dosahuje maximum. Prívodmi k obvodu prechádza najmenší prúd, ale vnútri obvodu prebieha elektromagnetické kmitanie s najväčšou amplitúdou prúdu.

Úlohy

1. Zostavte fázorový diagram obvodu s *RLC* v sérii pri $X_L = R$ a $X_C = 2R$ a určte fázový posun napätia a prúdu v obvode. $\left[-\frac{\pi}{4}\text{ rad}\right]$
2. V obvode s *RLC* v sérii platí, že pri frekvencii 50 Hz je $X_L = 2X_C$. Ako sa musí zmeniť frekvencia, aby nastala rezonancia? [35 Hz]
3. V obvode striedavého prúdu sú spojené sériovo rezistor s odporom 600 Ω, cievka s indukčnosťou 0,5 H a kondenzátor s kapacitou 0,2 μF. Vypočítajte impedanciu obvodu pri frekvencii a) $f_1 = 400$ Hz; b) $f_2 = 600$ Hz. [a) 950 Ω; b) 820 Ω]

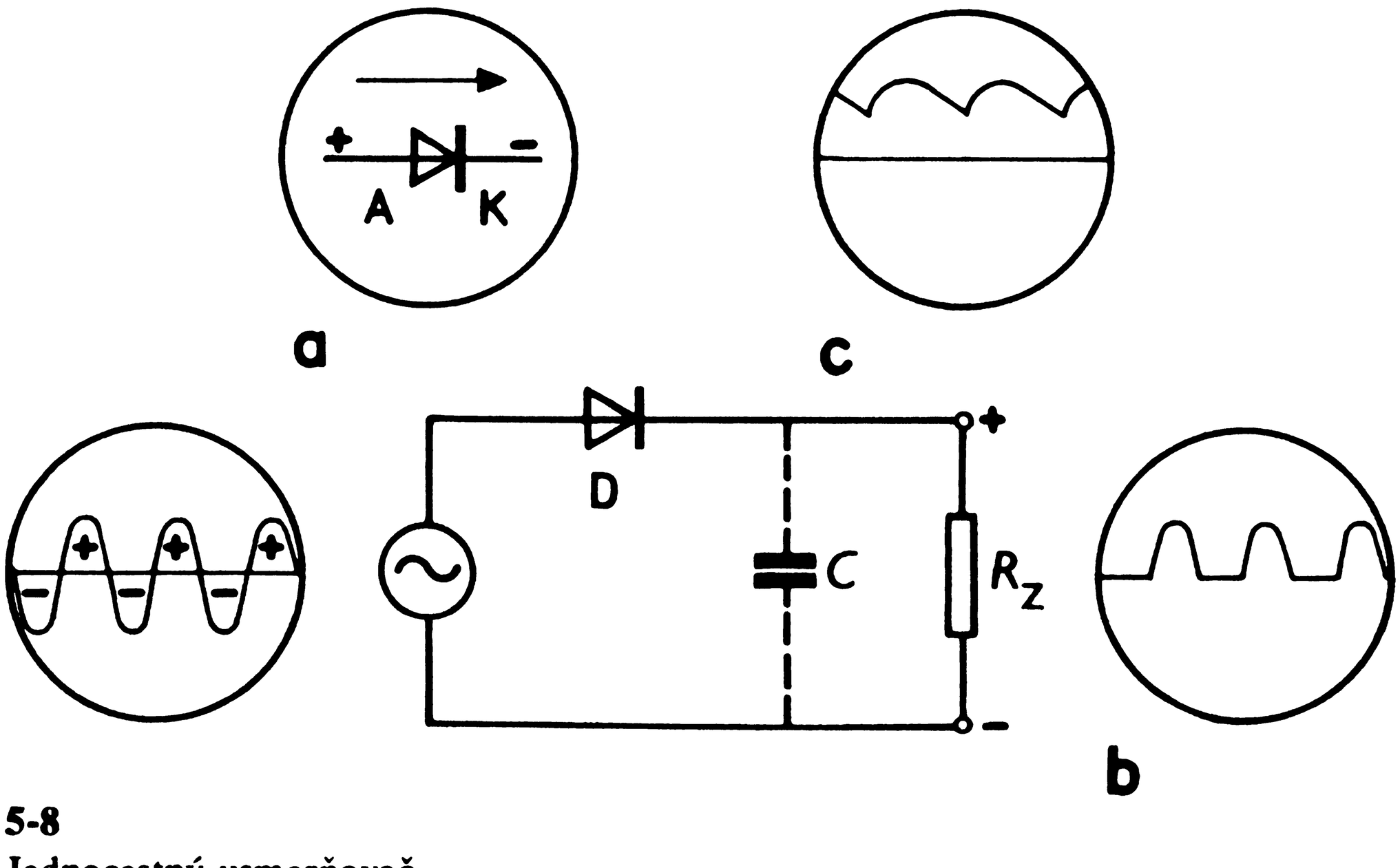
5.5 Usmerňovač

Dosiaľ sme uvažovali o obvodoch striedavého prúdu s prvkami, pre ktoré platí Ohmov zákon. Súčasťou obvodu striedavého prúdu však môžu byť aj prvky, ktorých odpor závisí od veľkosti a polarity pripojeného napätia, takže Ohmov zákon platí iba v obmedzenom rozsahu hodnôt napätia. Keď

k týmto obvodovým prvkom pripojíme striedavé napätie, bude sa odpor prvku počas periódy meniť, čo bude mať vplyv na časový priebeh prúdu.

Príkladom takéhoto prvku je **polovodičová dióda,** ktorej princíp bol vysvetlený v učive 2. ročníka. Diódou prechádza prúd iba pri istej polarite napätia, to znamená, keď je anóda A pripojená ku kladnému pólu zdroja napätia (priepustný smer — obr. 5-8a). Pri opačnej polarite napätia má dióda veľký odpor a prechádza ňou iba nepatrný prúd (záverný smer).

Keď diódu zapojíme do obvodu striedavého prúdu, pracuje ako elektrický ventil. Prechádza ňou prúd iba v kladných polperiódach vstupného striedavého napätia, kým v záporných polperiódach napätia obvodom prúd neprechádza. Výstupné napätie na pracovnom rezistore R_z je jednosmerné a pulzujúce (tepavé — obr. 5-8b). Nastalo usmernenie striedavého prúdu, pričom sa využíva iba jedna polovica periódy striedavého napätia. Dióda pracuje ako **jednocestný usmerňovač** a obvodom prechádza jednosmerný prúd.

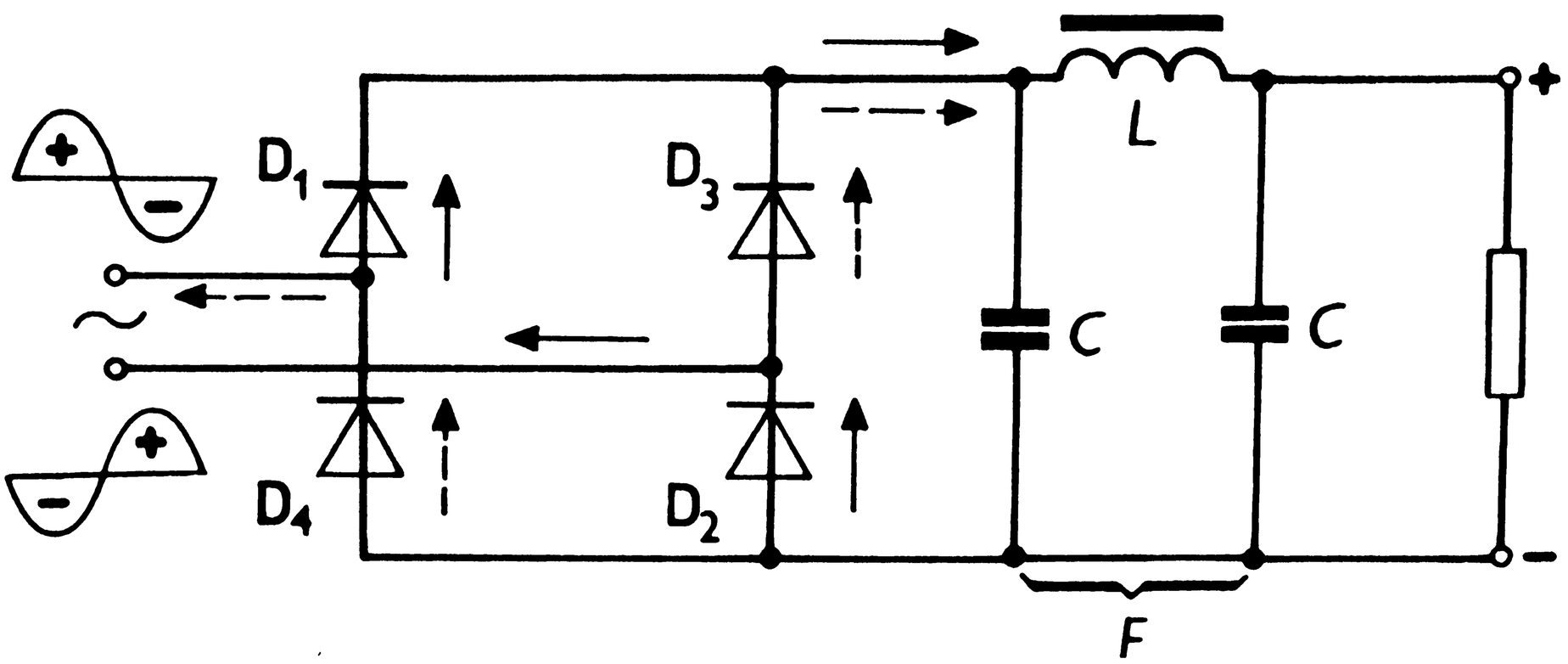


5-8
Jednocestný usmerňovač

V praxi treba pulzáciu výstupného napätia usmerňovača znížiť, aby vzniklo ustálené jednosmerné napätie. To sa dosahuje napr. pomocou kondenzátora C, pripojeného paralelne k výstupu usmerňovača (čiarkovane na obr. 5-8). V kladných polperiódach sa kondenzátor nabíja

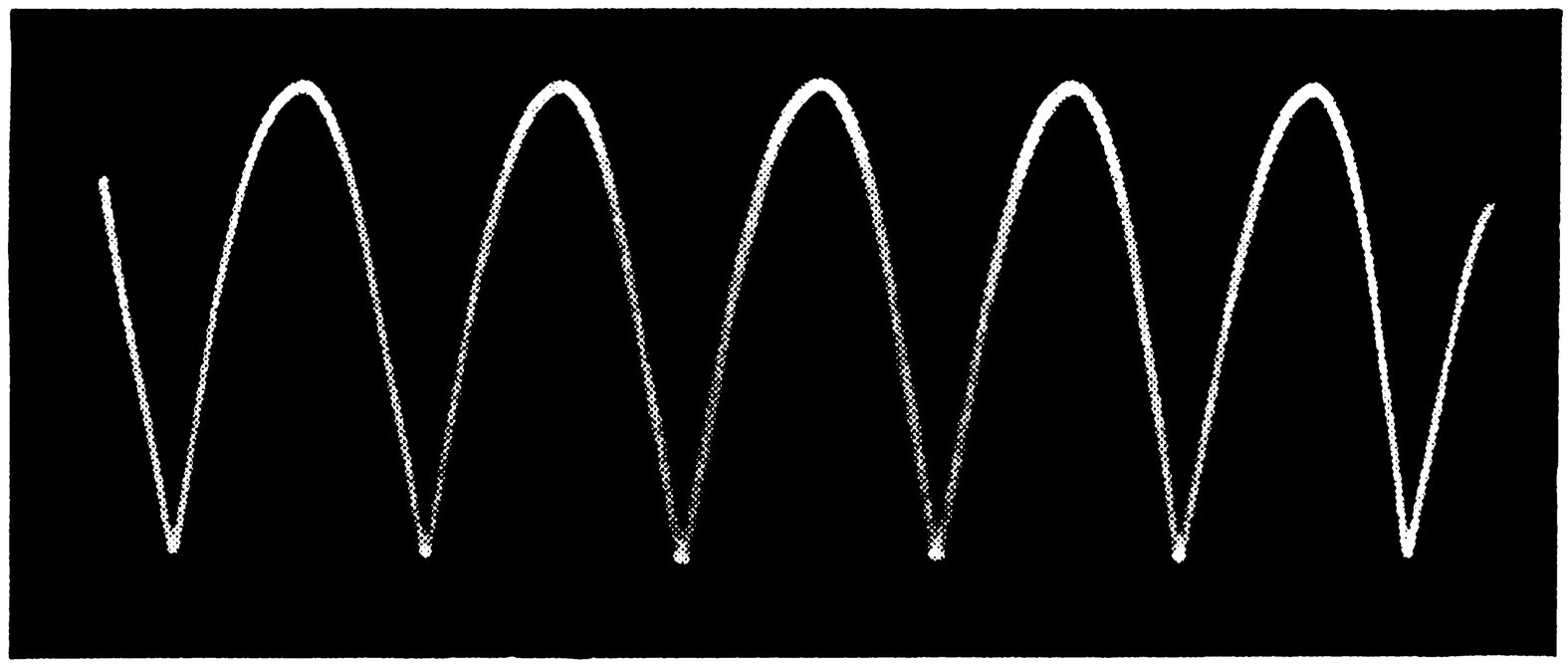
a v záporných polperiódach sa cez rezistor R_z vybíja. Kondenzátorom sa pulzácia usmerneného napätia čiastočne vyhladí* (obr. 5-8c).

Ďalšie zníženie pulzácie usmerneného prúdu sa dosiahne takým zapojením diód, aby sa využili obe polperiódy striedavého napätia. V technickej praxi sa na tento účel najčastejšie používa sústava štyroch diód, ktorá tvorí *Graetzovo* (grécovo) *zapojenie diód* (obr. 5.9 — ľavá časť). Dvojice diód D_1, D_2, D_3, D_4 sú striedavo zapojené v priepustnom a závernom smere, takže napätie na výstupe usmerňovača pulzuje s dvojnásobnou frekvenciou (obr. 5-10a). Pomocou kondenzátora možno pulzujúce napätie opäť vyhladiť (obr. 5-10b). V usmerňovačoch sa však na tento účel používajú zložité filtre tvorené kondenzátormi s veľkou kapacitou a rezistormi, príp. tlmivkami (*F* na obr. 5-9).



5-9
Dvojcestný usmerňovač s Graetzovým zapojením diód

5-10
Výstupné napätie dvojcestného usmerňovača



* Vyhladenie pulzácie je tým účinnejšie, čím väčšia je kapacita C kondenzátora a odpor R_z rezistora. Keď $R_z \to \infty$ (usmerňovač naprázdno), má usmernené napätie hodnotu zodpovedajúcu amplitúde striedavého napätia.

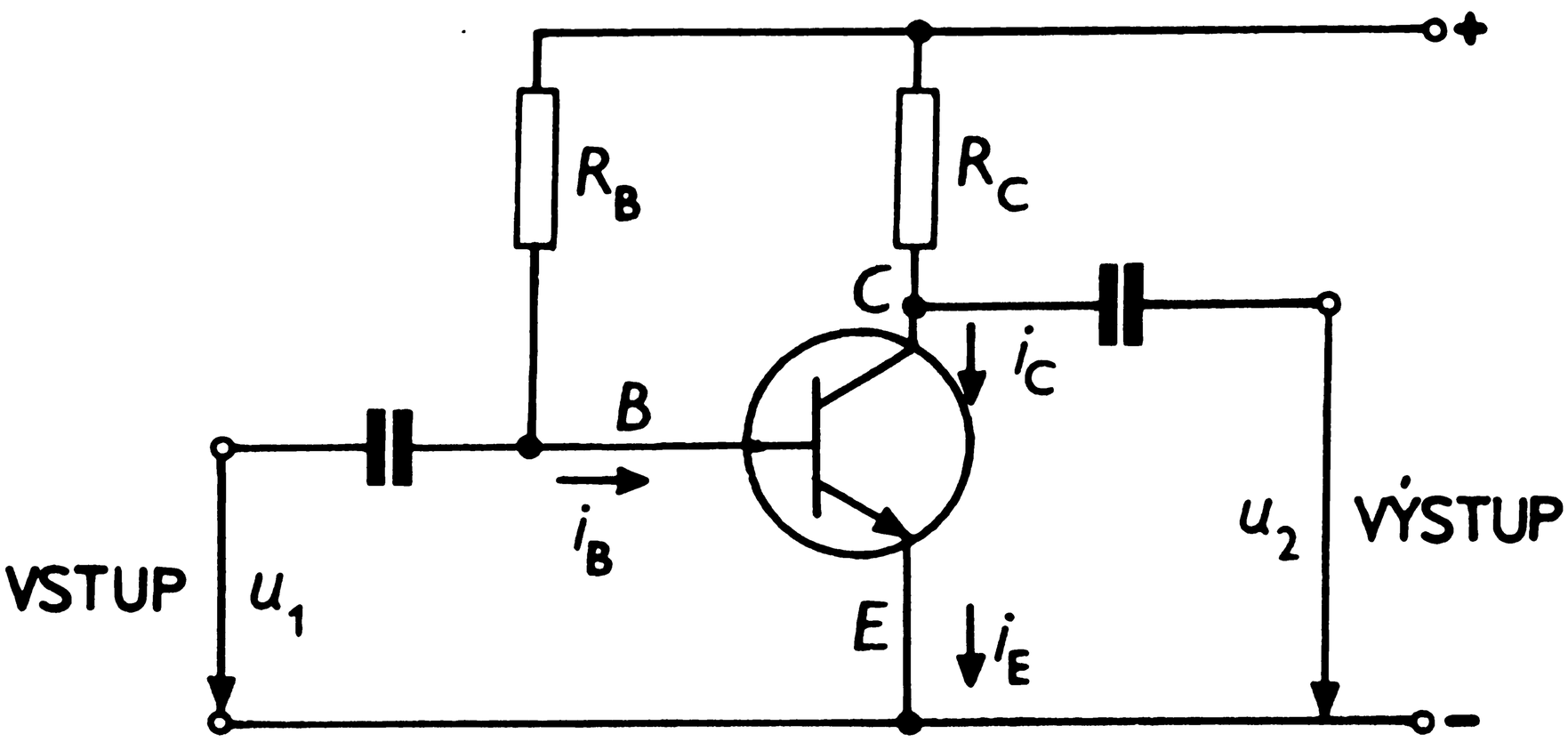
Usmerňovač striedavého napätia napájaný z elektrovodnej siete je funkčnou časťou väčšiny elektronických prístrojov a zariadení. Získava sa tak jednosmerné napätie na napájanie ďalších častí prístroja. Dióda vo funkcii usmerňovača sa však uplatňuje aj v mnohých iných zariadeniach, napr. v meracích prístrojoch, ako detektor signálov v rozhlasovom prijímači a pod.

5.6 Zosilňovač

Všetky obvody striedavého prúdu môžeme považovať za sústavy, ktoré majú vstup a výstup. Na vstup privádzame isté *vstupné napätie* a na výstupe získavame *výstupné napätie*, ktoré zodpovedá vlastnostiam obvodu. Napríklad vstupné napätie usmerňovača je striedavé a výstupné je jednosmerné.

Podobne môžeme posudzovať obvod s tranzistorom, ktorého princíp bol vysvetlený v 2. ročníku. Základnú vlastnosť tranzistora vyjadríme poznatkom, že veľmi malé napätie vzbudzuje v obvode bázy prúd, ktorý je príčinou veľkého prúdu v kolektorovom obvode. To znamená, že malé vstupné napätie sa pomocou tranzistora mení na veľké výstupné napätie. Nastáva zosilnenie vstupného napätia, tranzistor pracuje ako **zosilňovač.**

Základná schéma tranzistorového zosilňovača je na obr. 5-11. Zosilňované napätie u_1 privádzame na vstup zosilňovača striedavého napätia, ktorý je spojený s bázou tranzistora. Na výstupe zosilňovača, ktorý je spojený s kolektorom tranzistora, získame zosilnené napätie u_2 s oveľa



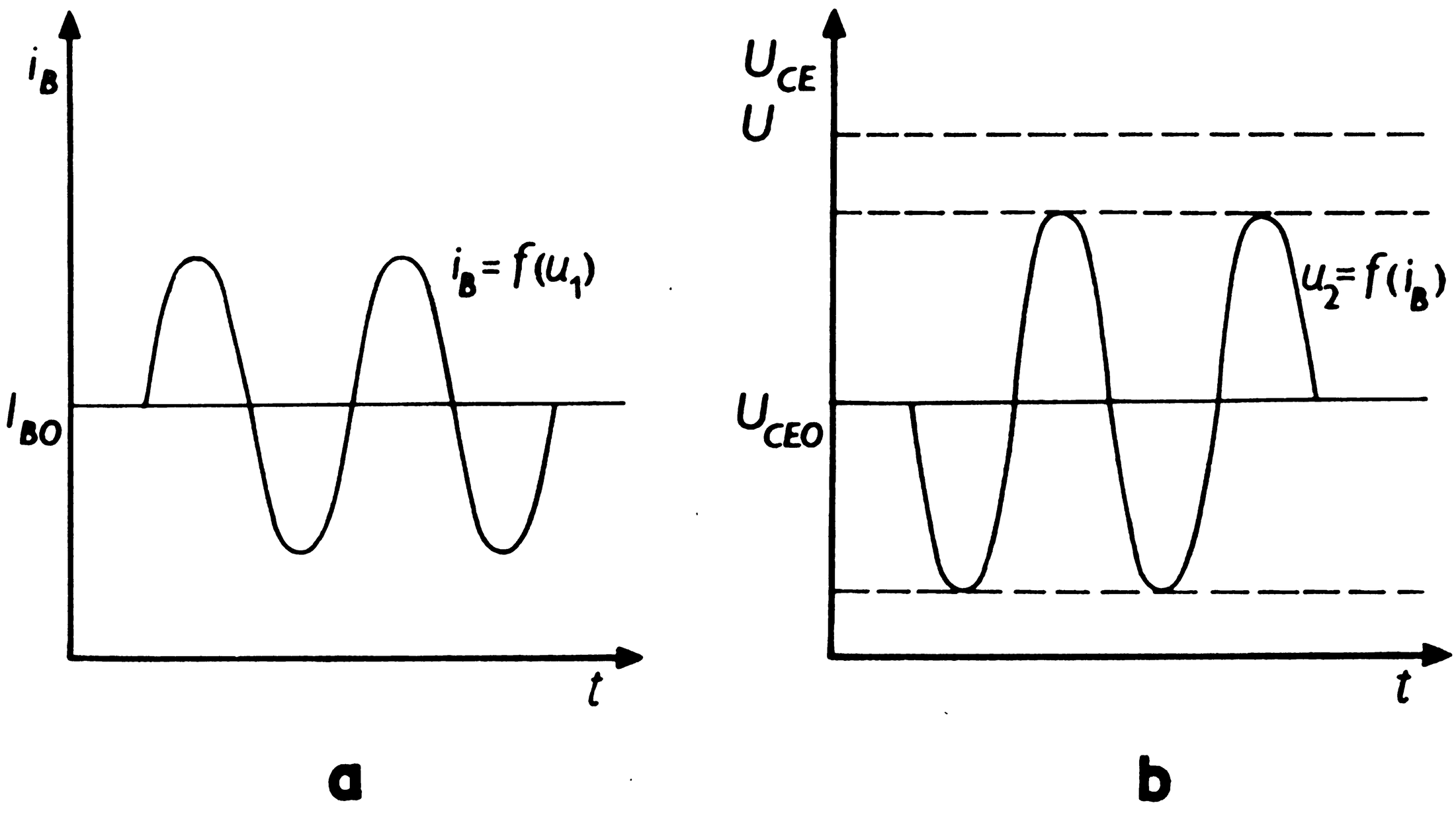
5-11
Tranzistorový zosilňovač

väčšou amplitúdou. Tento poznatok je kvantitatívne vyjadrený veličinou zosilnenie A

$$A = \frac{u_2}{u_1}$$

Vstup a výstup zosilňovača je od ďalších obvodov oddelený kondenzátormi. Pre zosilňované striedavé napätie predstavujú malú impedanciu, ale pre jednosmerné napätie je obvod kondenzátorom prerušený. Takto sa vstup a výstup zosilňovača oddeľuje od jednosmerných zdrojov, ktorými sú napájané obvody tranzistora.

Báza B tranzistora je spojená cez rezistor s odporom R_B s kladným pólom napájacieho zdroja. Preto vstupným obvodom prechádza istý jednosmerný prúd, ktorý predstavuje pokojový prúd bázy I_{B0}. Ak pripojíme vstupné striedavé napätie, mení sa prúd bázy periodicky okolo hodnoty I_{B0} (obr. 5-12a).



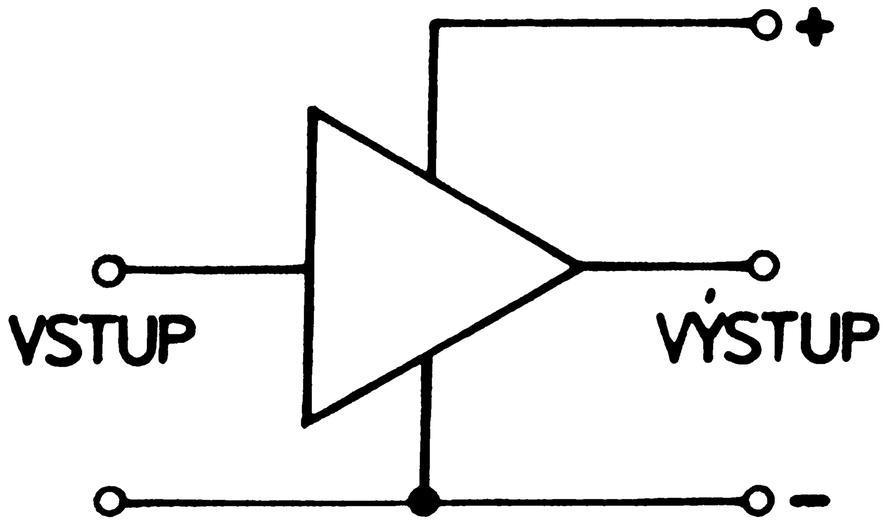
5-12
K vysvetleniu činnosti zosilňovača

Kolektor C je pripojený ku kladnému pólu zdroja cez pracovný odpor R_C. Tranzistor môžeme považovať za obvodový prvok, ktorého odpor sa mení podľa prúdu bázy. Rezistor R_C a tranzistor takto tvoria dvojicu sériovo spojených obvodových prvkov. Keď sa vplyvom vstupného napätia zväčší prúd bázy, zmenší sa odpor tranzistora a na kolektore je

menšie napätie. Keď sa vstupné napätie zmenší, napätie na tranzistore sa naopak zväčší. Vstupné a výstupné napätie majú opačnú fázu (obr. 5-12b).

Obvod na obr. 5-11 predstavuje jeden stupeň zosilňovača. Aby sa dosiahlo väčšie zosilnenie, spájajú sa jednotlivé stupne do viacstupňových zosilňovačov. Spojenie sa uskutoční tak, že výstupné napätie jedného stupňa je súčasne vstupným napätím nasledujúceho stupňa.

Pokrok polovodičovej techniky umožňuje konštruovať celé sústavy zosilňovačov v tvare integrovaných obvodov. Taký zosilňovač tvorí v elektrickom prístroji jediný obvodový prvok, ktorý už nerozčleňujeme na jednotlivé súčiastky. Preto sa zosilňovač tvorený integrovaným obvodom kreslí v schémach jednou značkou (obr. 5-13). Označujú sa iba vstupné a výstupné svorky, svorky na pripojenie napájacieho zdroja, prípadne svorky na pripojenie pomocných obvodov.



5-13
Schéma zosilňovača s integrovaným obvodom

Úlohy

1. Nakreslite schému dvojstupňového zosilňovača. Akú fázu má výstupné napätie tohto zosilňovača vzhľadom na vstupné napätie?
2. Dokážte, že zosilnenie viacstupňového zosilňovača je určené súčinom zosilnenia jednotlivých stupňov.
3. V nízkofrekvenčných zosilňovačoch sa vo vstupnom a výstupnom obvode používajú kondenzátory s kapacitami rádovo 10^6 pF. Určte ich kapacitanciu pre frekvenciu 1 kHz. [rádovo $10^2\ \Omega$]

5.7 Výkon striedavého prúdu v obvode s odporom

Pre výkon P jednosmerného prúdu platí vzťah $P = UI = RI^2$. Keďže v obvode striedavého prúdu sa prúd a napätie neustále menia, bude sa meniť aj výkon a jeho okamžitá hodnota

$$p = ui$$

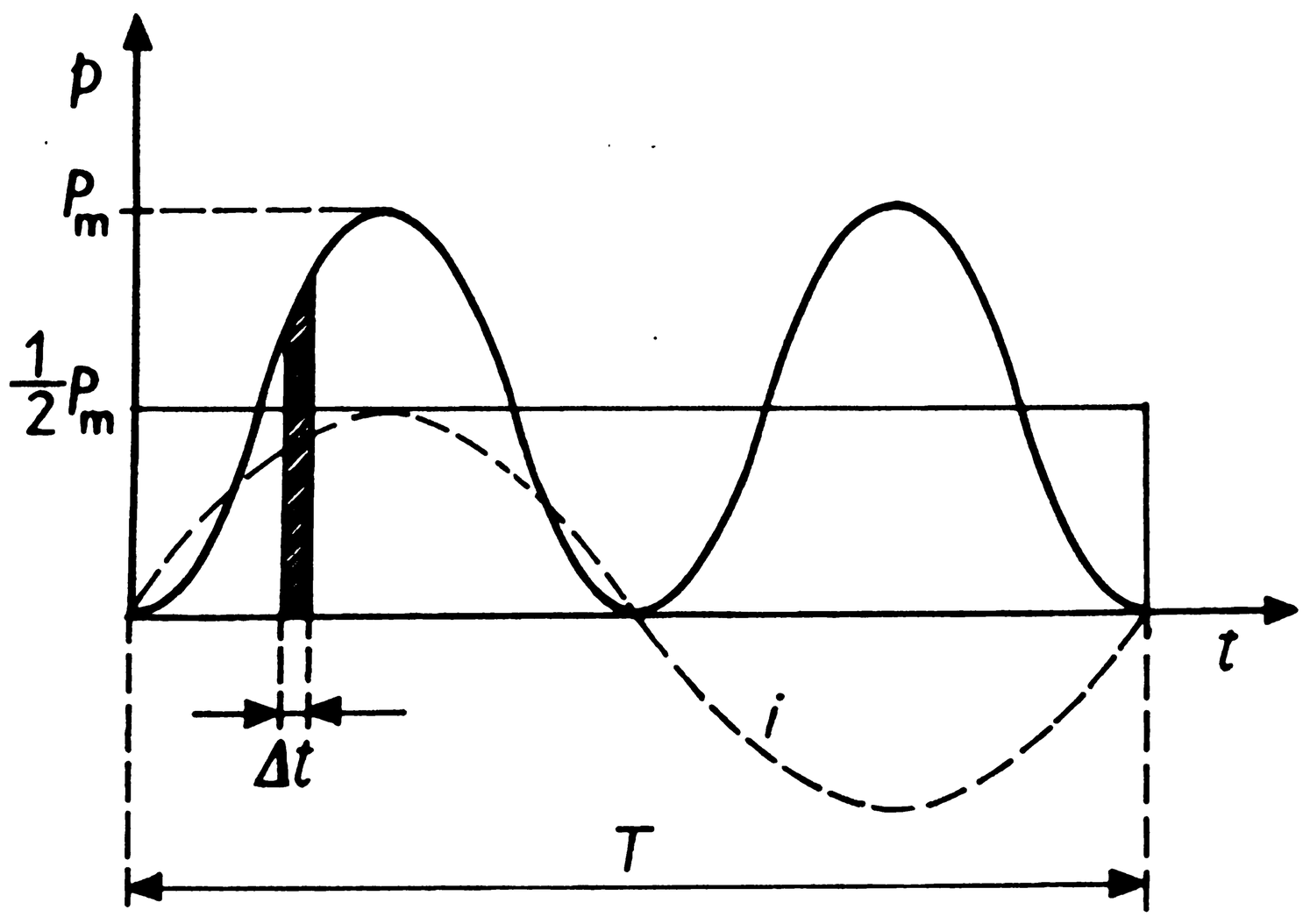
Pre obvod, ktorý obsahuje iba rezistor, platí rovnica

$$p = Ri^2 = RI_m^2 \sin^2 \omega t$$

Graf tejto funkcie je na obr. 5-14 (pre porovnanie je na obr. čiarkovane znázornený aj graf okamžitej hodnoty prúdu). Z grafu je zrejmé, že okamžitá hodnota výkonu sa mení s dvojnásobnou frekvenciou ako prúd a dosahuje amplitúdu

$$P_m = RI_m^2$$

Pomocou grafu na obr. 5-14 môžeme určiť aj strednú hodnotu výkonu. Na to potrebujeme poznať celkovú prácu striedavého prúdu za periódu T (alebo energiu, ktorá sa v rezistore za periódu zmení na teplo). Za veľmi krátky časový okamih Δt vykoná sa element práce $\Delta W = p\,\Delta t$; veľkosť tohto elementu je úmerná obsahu vyšrafovanej plochy. Celková práca $W = \Sigma \Delta W$ je úmerná obsahu plochy ohraničenej osou času a krivkou grafu okamžitého výkonu.



5-14
K vysvetleniu výkonu striedavého prúdu

Z grafu priamo vidíme, že obsah vymedzenej plochy má rovnakú veľkosť ako obsah plochy obdĺžnika, ktorého jedna strana je úmerná perióde a druhá polovici amplitúdy výkonu

$$W = \frac{P_m}{2} T = \frac{1}{2} I_m^2 R T$$

Stredná hodnota výkonu

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1}{2} P_m = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

Fyzikálne môžeme tento výsledok vysvetliť tak, že harmonický striedavý prúd s amplitúdou I_m má rovnaký stredný výkon ako ustálený jednosmerný prúd s takou veľkosťou I, že platí

$$I^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

čiže

$$\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m}$$

Podobnou úvahou by sme dospeli k záveru, že v obvode s odporom má striedavý prúd s napätím $u = U_m \sin \omega t$ rovnaký výkon ako ustálený jednosmerný prúd s napätím

$$\boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m}$$

Tieto hodnoty prúdu a napätia nazývame **efektívna hodnota prúdu** a **efektívna hodnota napätia.**

Efektívne hodnoty striedavého prúdu sú hodnoty jednosmerného prúdu, ktorý má v obvode s odporom rovnaký výkon ako daný striedavý prúd. Pre výkon striedavého prúdu v obvode s odporom platí vzťah

$$P = UI$$

Efektívne hodnoty prúdu a napätia zväčša ukazujú aj meracie prístroje v obvodoch striedavého prúdu. Napríklad ak voltmetrom pripojeným k elektrovodnej sieti zmeriame napätie $U = 220$ V, znamená to, že napätie v obvode dosahuje maximálne hodnotu

$$U_m = 220 \,.\, \sqrt{2}\ \text{V} = 311\ \text{V}$$

5.8 Výkon striedavého prúdu v obvode s impedanciou

V obvode striedavého prúdu, ktorý má okrem odporu R aj parametre L a C, elektrická energia sa mení na vnútornú len v časti obvodu s odporom. Pritom je amplitúda prúdu určená impedanciou obvodu Z

$$I_m = \frac{U_m}{Z}$$

Stredný výkon striedavého prúdu môžeme teda vyjadriť rovnicou

$$P = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} I_m \frac{U_m}{Z} R = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{R}{Z} = IU \frac{R}{Z}$$

Z fázorového diagramu obvodu s RLC v sérii (obr. 5-7) vyplýva, že

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}$$

takže pre výkon striedavého prúdu vo všeobecnom prípade obvodu s ľubovoľnou impedanciou platí vzťah

$$\boxed{P = UI \cos \varphi}$$

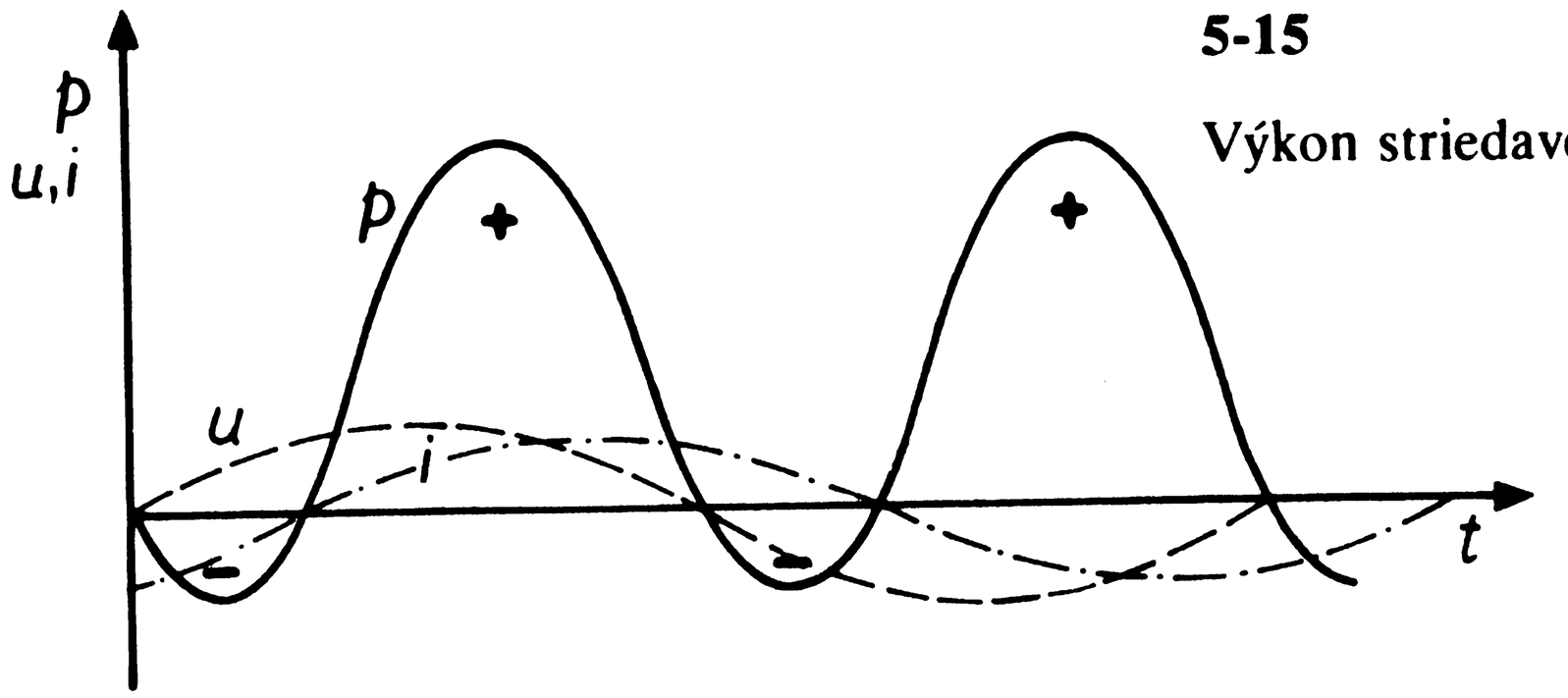
Činiteľ $\cos \varphi$ sa nazýva **účinník** a φ je fázový posun napätia a prúdu v obvode. Fyzikálny význam účinníka je v tom, že udáva účinnosť prenosu energie zo zdroja striedavého prúdu do obvodu striedavého prúdu, čiže do spotrebiča. Účinník nadobúda hodnoty od 0 do 1.

Výkon vyjadrený vzťahom $P = UI \cos \varphi$ je **činný výkon,** pretože určuje

časť výkonu striedavého prúdu, ktorá sa v obvode mení na teplo alebo na užitočnú prácu. Činný výkon sa vyjadruje v jednotkách watt. Niekedy sa vyjadruje aj zdanlivý výkon $P_z = UI$, ktorý je dôležitý pri konštrukcii elektrických strojov.

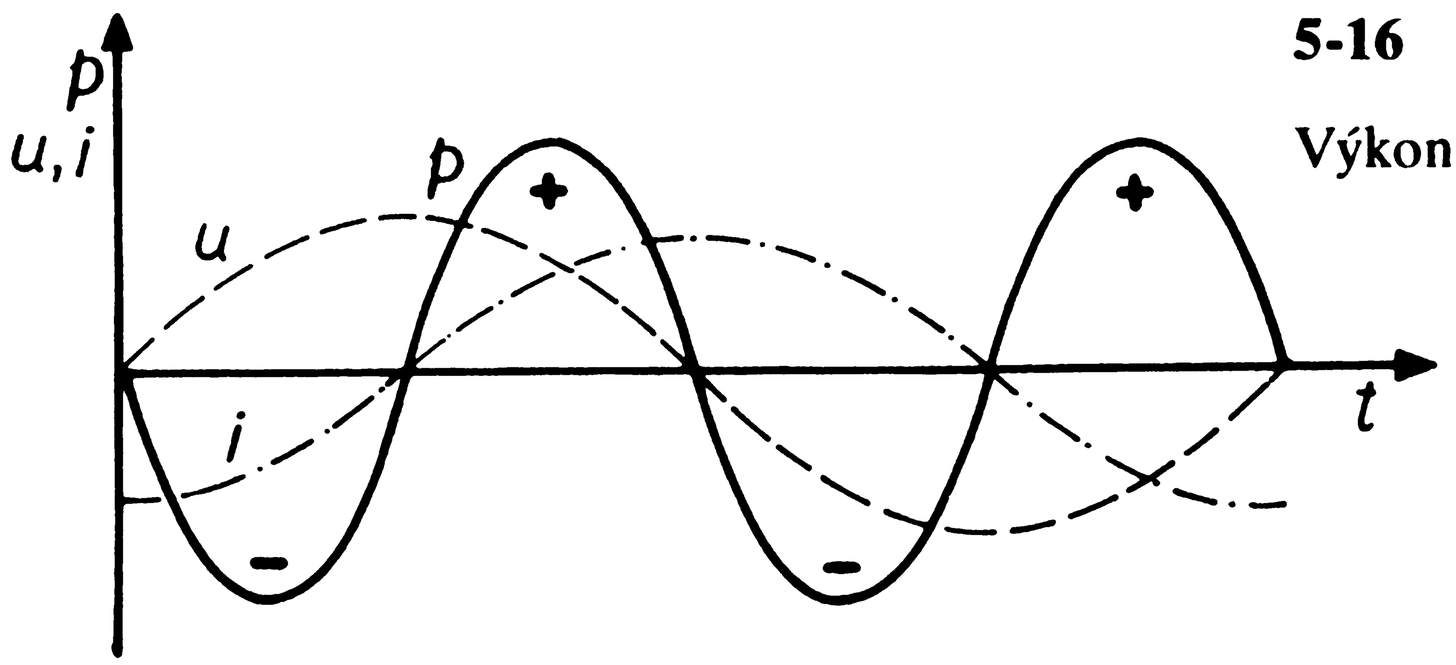
Činný výkon je najväčší, keď $\cos \varphi = 1 (\varphi = 0 \text{ rad})$. V tomto prípade sa najväčšia časť energie striedavého prúdu mení na teplo, príp. na inú formu energie. Tak je to napr. v obvode s odporom, alebo v obvode LC pri rezonančnej frekvencii.

Keď je medzi napätím a prúdom v obvode veľký fázový rozdiel, má účinník malú hodnotu, čo znamená, že sa účinne využíva len malá časť energie zdroja striedavého prúdu. Ostatná energia sa bez využitia periodicky prenáša od zdroja k spotrebiču a späť. Časť energie sa mení v prívodných vodičoch na teplo, čo označujeme ako stratu energie.



5-15

Výkon striedavého prúdu pri $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$



5-16

Výkon striedavého prúdu pri $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Na obr. 5-15 je graficky znázornený všeobecný prípad obvodu, v ktorom prúd a napätie sú fázovo posunuté o uhol φ, pre ktorý platí $0 \text{ rad} < \varphi < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$. Činný výkon je úmerný rozdielu obsahov plôch ohrani-

čených kladnými a zápornými hodnotami súčinu *ui*. Keď $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad (obr. 5-16), sú tieto plochy rovnaké a celková práca vykonaná striedavým prúdom za periódu je nulová. Výkon je štvrtinu periódy kladný, energia postupuje zo zdroja k spotrebiču. V nasledujúcej štvrtine periódy je výkon záporný; energia prenesená k spotrebiču v predchádzajúcej štvrtine periódy sa bez zmeny vracia späť do zdroja.

Tento dej nastáva napr., ak je spotrebičom cievka alebo kondenzátor. V prvej štvrtine periódy sa tvorí magnetické pole cievky, príp. elektrické pole kondenzátora — elektrická energia prechádza do spotrebiča. V ďalšej štvrtine periódy sa naopak cievka alebo kondenzátor stáva zdrojom energie, ktorá sa vracia späť do pôvodného zdroja. Energia takto neúčinne kmitá medzi zdrojom a spotrebičom.

Tento poznatok je dôležitý pri konštrukcii rozličných elektrických strojov a zariadení, kde treba dbať na to, aby účinník nebol malý. Inak by sa potrebný výkon dosiahol až pri väčšom prúde. V dôsledku toho však vznikajú väčšie straty energie v prívodnom vedení. Tak je to napr. pri elektromotoroch, ktoré majú veľkú indukčnosť. Tu sa zlepšenie účinníka dosahuje pripojením osobitných kompenzačných kondenzátorov. Zvyšovanie hodnoty účinníka je dôležitou úlohou hospodárneho využívania elektrickej energie.

Úlohy

1. Určte časové okamihy v priebehu periódy harmonického striedavého napätia, pri ktorých sa okamžité napätie rovná hodnote efektívneho napätia. $\left[\frac{1}{8}T; \frac{3}{8}T\right]$
2. Okamžitá hodnota striedavého napätia pri fáze $\frac{\pi}{6}$ rad je 155 V. Určte amplitúdu a efektívnu hodnotu striedavého napätia. [310 V; 219 V]
3. V obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz má napätie efektívnu hodnotu 120 V. Určte čas, za ktorý svieti tlejivka v každej polperióde striedavého napätia, ak zápalné aj zhášacie napätie tlejivky je 84 V. $\left[\frac{1}{150}\text{ s t. j. }\frac{2}{3}\text{ celkovej doby zapnutia}\right]$
4. Na štítku elektromotora na striedavý prúd sú tieto údaje: 220 V, 5 A, cos $\varphi = 0{,}8$. Aký je činný výkon motora? [880 W]
5. Na svorkách zdroja striedavého napätia s výkonom 8 kW je amplitúda napätia 311 V a pripojeným obvodom prechádza prúd s amplitúdou 71 A. Určte fázový rozdiel napätia a prúdu v obvode. [43°]

6. STRIEDAVÝ PRÚD V ENERGETIKE

Pre rozvoj národného hospodárstva má veľký význam dostatok elektrickej energie, ktorá je potrebná ako pre priemyselnú a poľnohospodársku výrobu, tak aj pre spotrebu v domácnostiach. Bez mnohostranného využitia elektrickej energie si v súčasnosti už nevieme predstaviť život. Kedykoľvek môžeme dať do chodu spotrebiče, ktoré nám uľahčujú prácu, premenou elektrickej energie získame svetlo aj teplo. Elektrická energia je nevyhnutná pre činnosť elektronických zariadení, v oznamovacej technike, v doprave atď. Takto elektrická energia ovplyvňuje a utvára celkový štýl života spoločnosti.

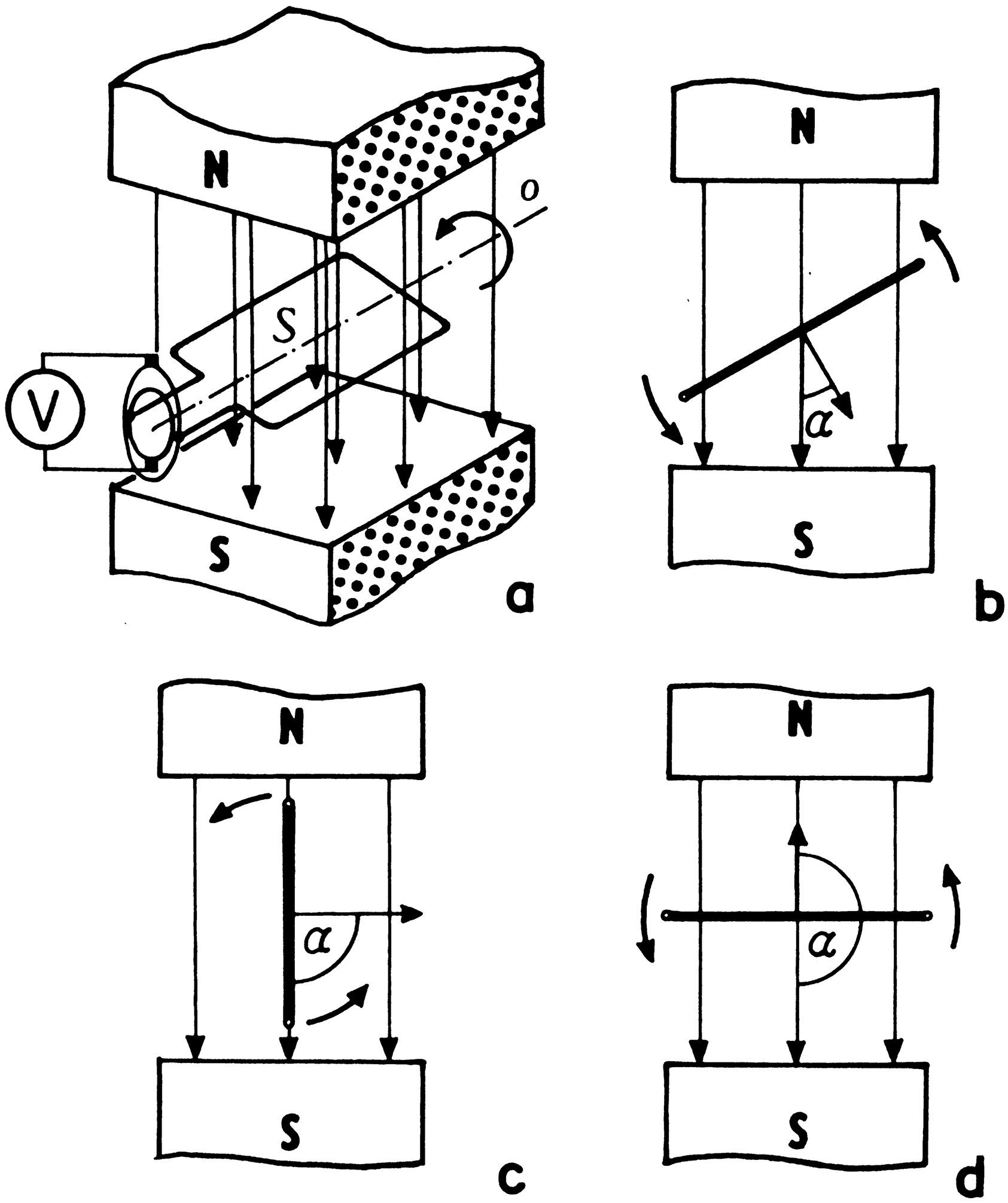
Elektrická energia sa získava z primárnych zdrojov energie, ako je uhlie, ropa, voda v priehradách a jadrové palivo*. Tieto zdroje poskytujú elektrickú energiu v elektrárňach. Tu pracujú výkonné generátory striedavého napätia, ktoré sa nazývajú alternátory. V generátoroch sa na princípe elektromagnetickej indukcie indukuje striedavé napätie s frekvenciou 50 Hz. Toto napätie je zdrojom striedavého prúdu, ktorý sa rozvádza do miest spotreby pomocou elektrickej rozvodnej siete.

6.1 Generátor striedavého prúdu

Faradayov objav elektromagnetickej indukcie umožnil skonštruovať zariadenie, v ktorom možno získať elektrickú energiu na energetické účely. Tento spôsob výroby striedavého napätia a prúdu vysvetlíme na príklade

* V súčasnosti sa veľká pozornosť venuje aj netradičným zdrojom energie, najmä využitiu slnečnej energie a geotermálnej energii.

jednoduchého generátora, v ktorom sa otáča vodivá slučka, príp. cievka v homogénnom magnetickom poli (obr. 6-1).



6-1
Princíp generátora striedavého napätia

Cievka tvorí **rotor** generátora a permanentné magnety alebo elektromagnety, ktoré tvoria homogénne magnetické pole, nazývame **stator.** Keď sa vodivá slučka otáča uhlovou rýchlosťou ω, mení sa magnetický indukčný tok plochou S slučky (na obr. 6-1 je znázornený počtom indukčných čiar prechádzajúcich slučkou). Vzhľadom na obr. 6-1 je indukčný tok určený vzťahom

$$\phi = BS \cos \alpha$$

kde $\alpha = \omega t$ je uhol medzi vektorom magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ a normálou plochy S slučky.

Podľa Faradayovho zákona $U_i = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ zmeny indukčného toku vyvolávajú vznik indukovaného napätia, ktoré nameriame na koncoch cievky. Keďže zmena indukčného napätia je najväčšia v okamihu, keď sa vodiče slučky pohybujú kolmo na indukčné čiary (obr. 6-1c), má v tomto okamihu indukované napätie najväčšiu hodnotu. Naopak v okamihu, keď sa vodiče pohybujú v smere indukčných čiar (obr. 6-1d), je zmena magnetického indukčného toku najmenšia a indukované napätie je nulové. Závislosť indukovaného napätia od času je daná sínusoidou a pre jeho okamžitú hodnotu platí vzťah

$$u = U_m \sin \omega t$$

V otáčavej slučke sa indukuje harmonické napätie s amplitúdou U_m. Veľkosť U_m závisí nielen od veľkosti magnetickej indukcie B a plochy slučky S, ale aj od uhlovej frekvencie ω ($U_m = BS\omega$).

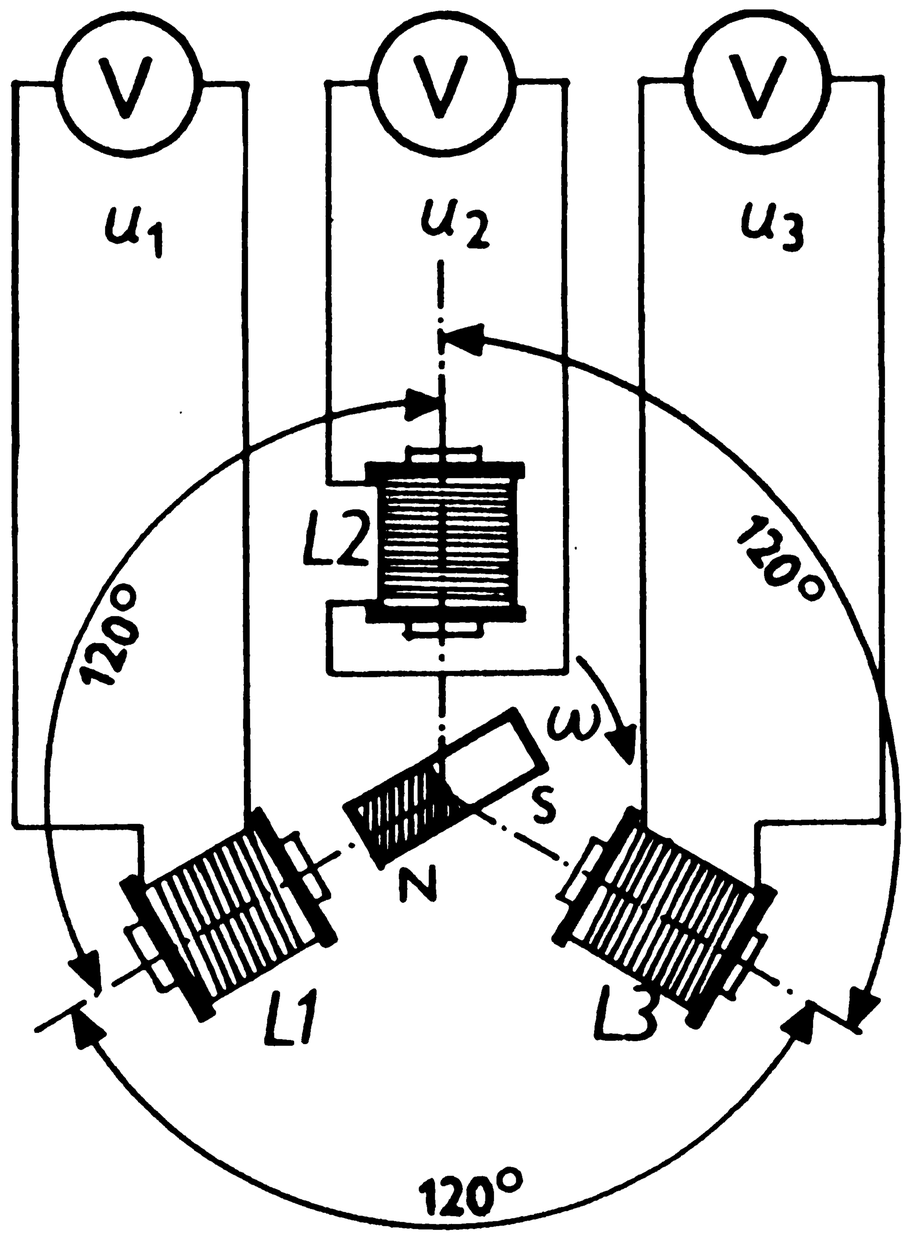
Keď sa v homogénnom magnetickom poli otáča cievka s N závitmi, napätia jednotlivých závitov sa sčítajú a platí $U_m = NBS\omega$.

Pre činnosť generátora nie je dôležité, či sa otáča cievka v magnetickom poli, alebo naopak rotuje elektromagnet a cievka je v pokoji. Preto sa častejšie používa druhý spôsob, keď sa striedavý prúd z generátora odvádza pevnými svorkami. Odber prúdu je oveľa jednoduchší a vznikajú menšie straty, ako keby sa prúd odoberal z rotora.

6.2 Trojfázová sústava striedavých napätí

Zdrojom striedavého napätia v elektrárňach je **trojfázový alternátor.** Princíp tohto alternátora vysvetlíme na modeli podľa obr. 6-2. Stator alternátora tvoria tri cievky, ktorých osi zvierajú navzájom uhly 120°. Uprostred medzi cievkami sa otáča magnet. Indukované napätia v jednotlivých cievkach sú fázovo posunuté o $\frac{1}{3}$ periódy a platia pre ne rovnice

6-2
Princíp vzniku trojfázového napätia

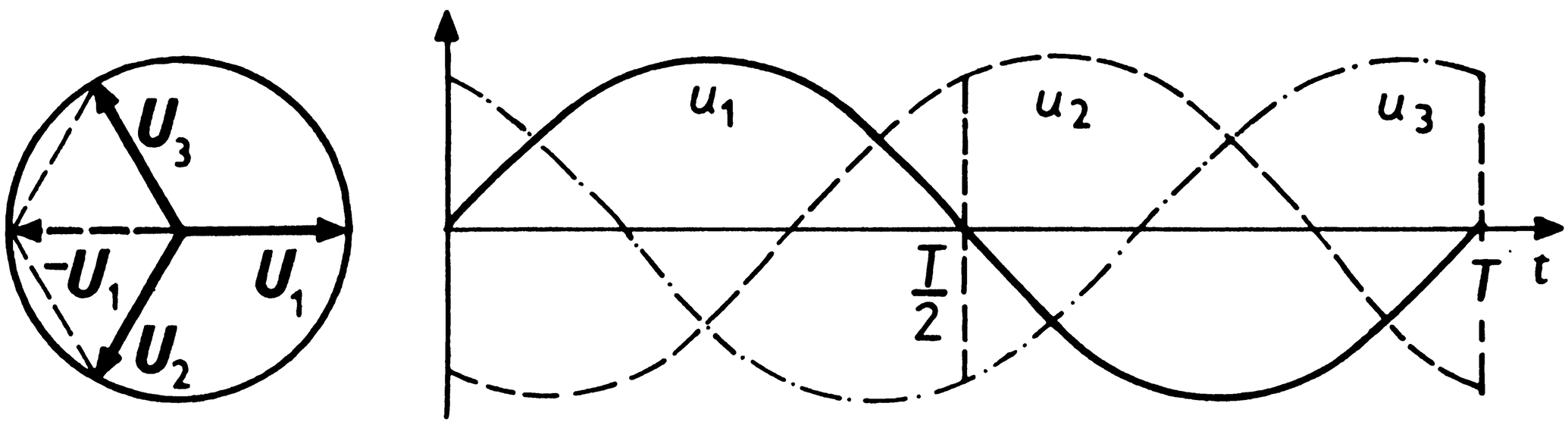


$$u_1 = U_1 \sin \omega t$$

$$u_2 = U_2 \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) \qquad (6.1)$$

$$u_3 = U_3 \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

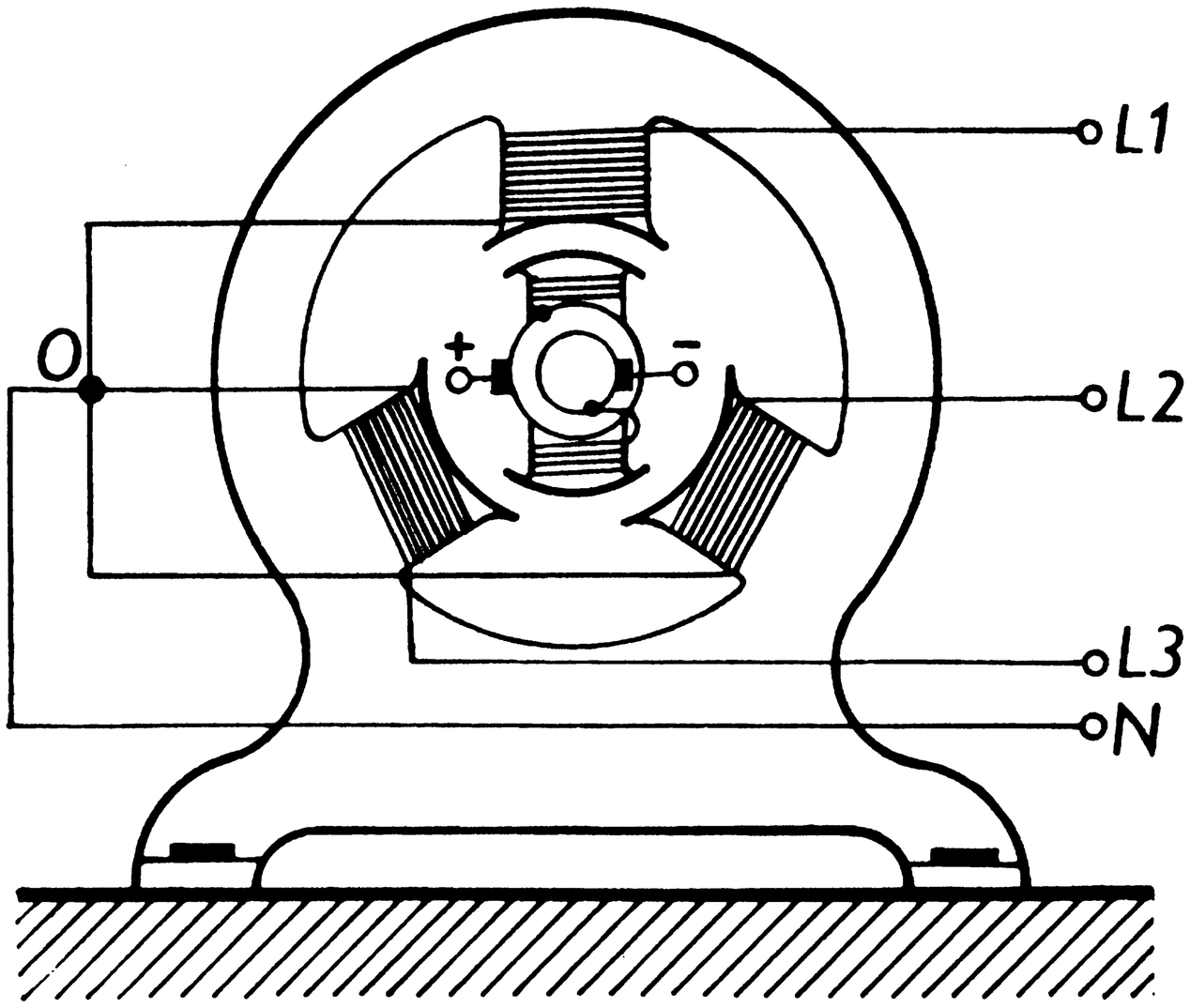
Fázorový a časový diagram týchto napätí je na obr. 6-3.



a b

6-3
Fázorový a časový diagram trojfázového napätia

Trojfázový alternátor, ktorý sa využíva v energetike (obr. 6-4), má dve hlavné časti. Stator (obr. 6-5) sa skladá z plášťa, ktorý je pevne priskrutkovaný na nosnú plošinu generátora, lebo musí odolávať veľkému momentu sily. Jadro statora je zložené z tenkých izolovaných plechov a v jeho drážkach je uložené vinutie fázových cievok. Konce cievok sú vyvedené na svorkovnice alternátora.

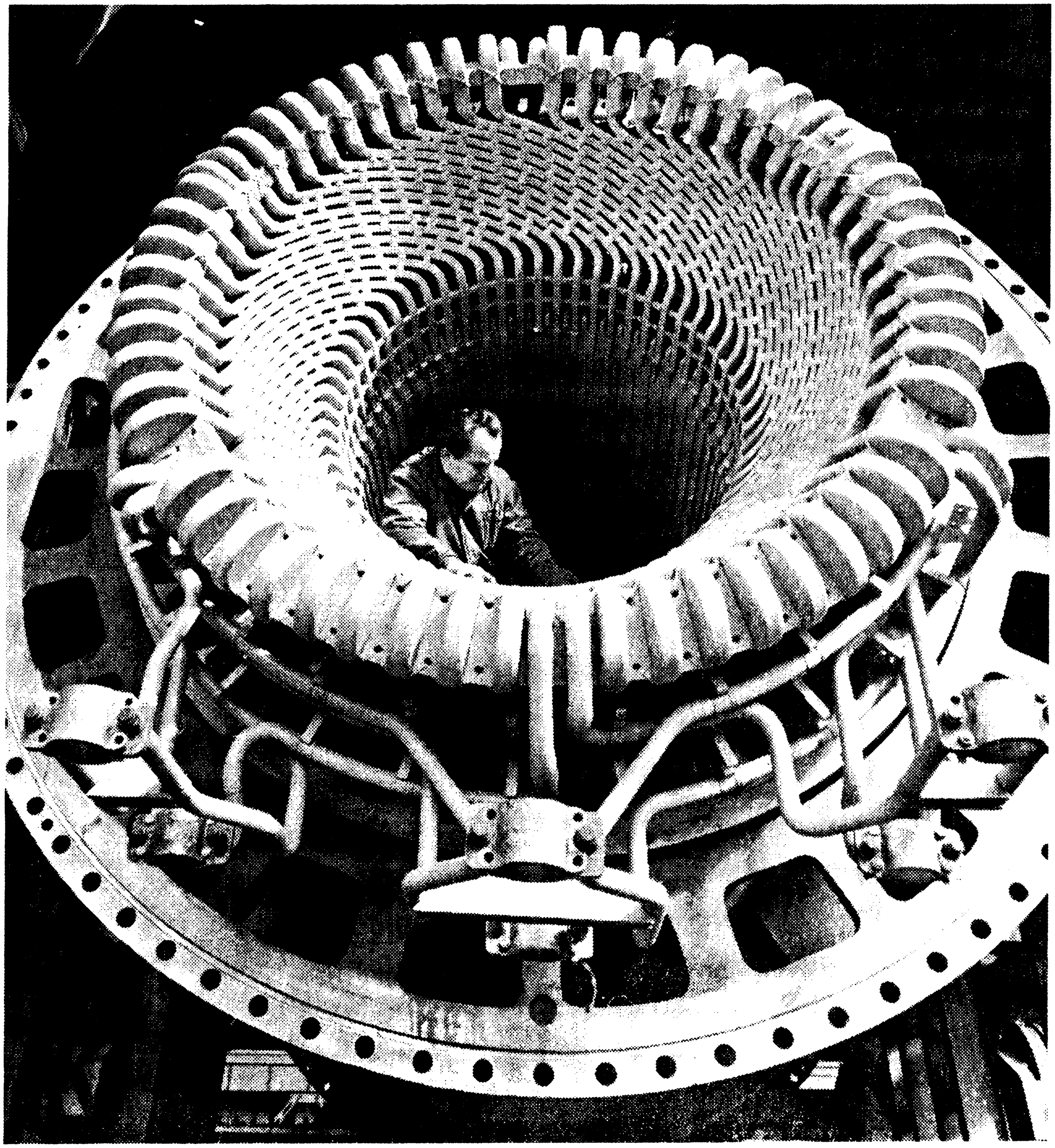


6-4
Trojfázový alternátor

Rotor alternátora je vlastne silný elektromagnet uložený na oceľovej osi v strede alternátora. Na obvode rotora sú vyfrézované drážky, do ktorých je vložené budiace vinutie. Týmto vinutím prechádza prúd z generátora jednosmerného napätia, ktoré je umiestené na spoločnej osi a nazýva sa budič.

Rotory alternátorov bývajú zvyčajne konštruované na frekvenciu otáčania 3 000 otáčok za minútu, takže alternátor je zdrojom troch napätí s frekvenciou 50 Hz. Jednotlivé napätia sú fázovo posunuté o 120°. V elektrárňach bývajú alternátory zväčša spojené s hriadeľom hnacej turbíny. Celý agregát sa nazýva **turboalternátor.**

Napätie z trojfázového alternátora by sme mohli rozvádzať šiestimi vodičmi. V technickej praxi sa však využívajú sústavy, v ktorých sú vodiče vhodným spôsobom navzájom prepojené. Najrozšírenejšia je **trojfázová sústava striedavých napätí,** ktorú tvoria tri **fázové vodiče** *L1*, *L2*, *L3* a jeden **nulovací vodič** *N*, ktorý býva uzemnený. Obvody fázových vodičov nazývame **fázy** sústavy.



6-5

Stator alternátora

Pri utváraní trojfázovej sústavy striedavých napätí vychádzame z rovníc (6.1), znázornených diagramami na obr. 6-3. Keby sme napr. v čase $t = \frac{T}{2}$ okamžité napätia sčítali, zistíme, že $u_1 + u_2 + u_3 = 0$ V. Podobný výsledok dostaneme aj pri iných časoch alebo súčtom fázorov na obr. 6-3a.

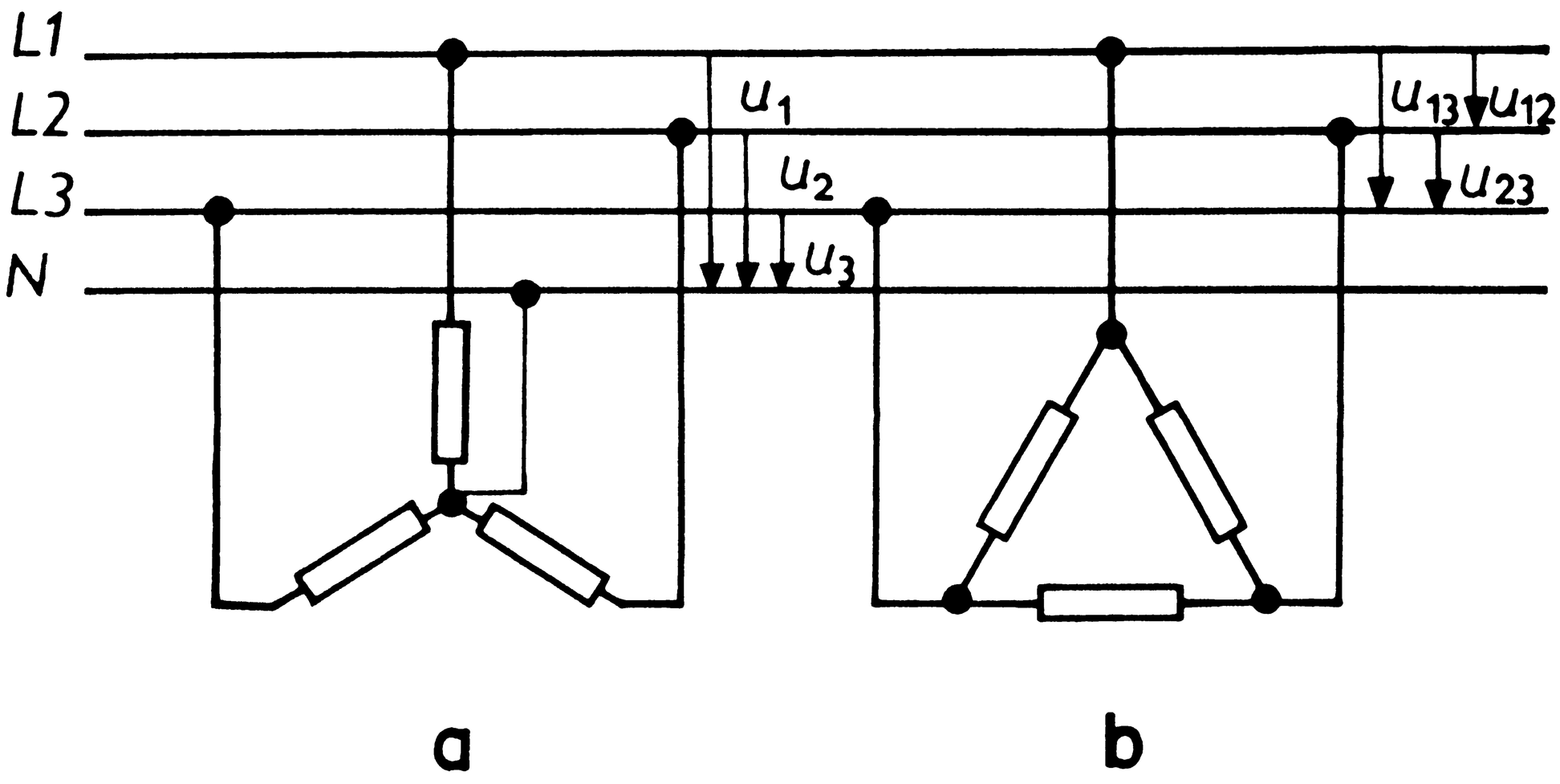
Tento poznatok umožňuje spojiť jeden koniec cievok alternátora do spoločného uzla (O na obr. 6-4). Fázové vodiče sú pripojené k druhému koncu cievok a nulovací vodič N je spojený s uzlom. Medzi fázovými vodičmi a nulovacím vodičom sú **fázové napätia** u_1, u_2, u_3. V našej spotrebiteľskej rozvodnej sieti majú fázové napätia efektívnu hodnotu $U = 220$ V. Medzi ľubovoľnými fázovými vodičmi je **združené napätie** u_{12}, u_{13}, u_{23}. Jeho efektívna hodnota je $220\sqrt{3}$ V $= 380$ V.

Elektrické spotrebiče pripájame najčastejšie k fázovému a nulovaciemu vodiču. Keď spotrebiče pripojené k jednotlivým fázovým vodičom majú rovnaký odpor R, bude nulovacím vodičom prechádzať prúd

$$i_N = i_1 + i_2 + i_3 = (u_1 + u_2 + u_3)\frac{1}{R} = 0 \text{ A}$$

takže nulovací vodič by bolo možné vynechať. V praxi nebude zaťaženie jednotlivých fáz zhodné, no prúd i_N býva zvyčajne malý. Preto ako nulovací vodič môžeme použiť drôt s menším priemerom. To má význam pre hospodárnosť výstavby rozvodnej siete.

Niektoré spotrebiče, napr. elektromotory alebo transformátory sú konštruované tak, že jednotlivé fázy rozvodnej siete sú rovnomerne zaťažované. Ich elektrický obvod (napr. vinutie) má tri rovnaké časti zapojené podľa obr. 6-6a (*spojenie do hviezdy*) alebo podľa obr. 6-6b



6-6
a) spojenie do hviezdy, b) spojenie do trojuholníka

(*spojenie do trojuholníka*). Pri spojení do hviezdy sú jednotlivé časti spotrebiča pripojené k fázovému napätiu (220 V). Pri spojení do trojuholníka sú pripojené k vyššiemu združenému napätiu (380 V). Preto je výkon spotrebiča pri tomto spojení väčší.

Úlohy

1. Prečo je jadro statora alternátora zložené z plechov navzájom oddelených izolačnou vrstvou, kým jadro rotora je zhotovené z jedného kusa ocele?
2. V minulosti sa používala aj spotrebiteľská sieť s fázovým napätím 120 V alebo 127 V. Akú hodnotu malo v tejto sieti združené napätie?
3. Na indikáciu napätia sa v spotrebiteľskej sieti používa tlejivka, ktorej elektródy sa pri napätí vyššom ako 80 V rozžeravia do červena. Ako toutu pomôckou určíme fázový a nulovací vodič?

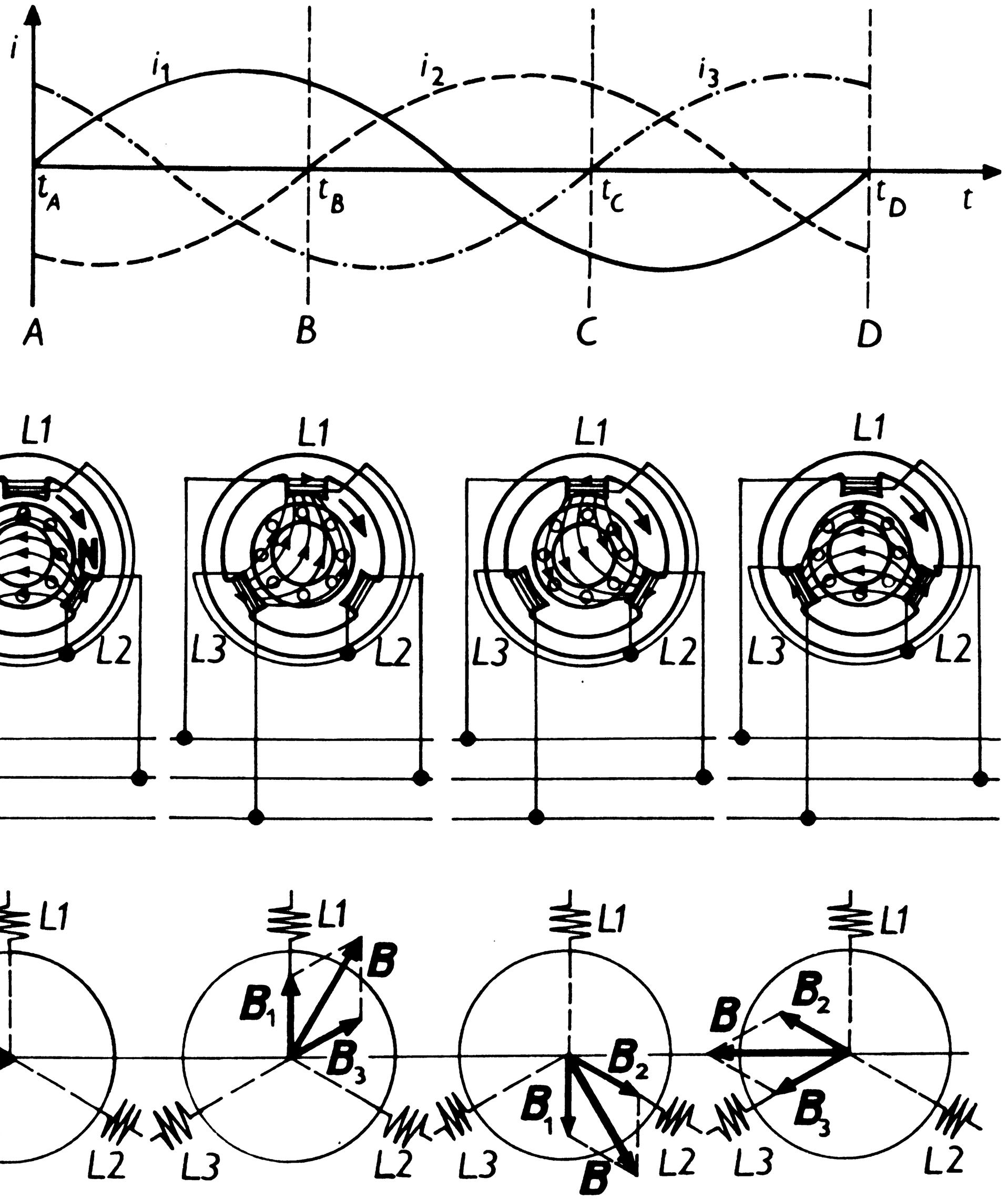
6.3 Elektromotor na trojfázový prúd

Veľký praktický význam trojfázových prúdov je daný možnosťou konštrukcie jednoduchých a výkonných elektromotorov, ktorými sa elektrická energia mení na mechanickú. Elektromotory sa zakladajú na pohybe vodičov s prúdom v magnetickom poli, ktoré zväčša býva budené prúdom vo vinutí statora.

Aby sme mohli vysvetliť princíp elektromotora na trojfázový prúd, vrátime sa k pokusu na obr. 6-2. Urobíme však zmenu, t. j. nebudeme otáčať magnetom, ale pripojíme cievky k trojfázovému napätiu z iného zdroja. Prúd v cievkach utvára magnetické pole, ktoré pôsobí na magnet. Magnet sa začne otáčať s rovnakou frekvenciou, ako je frekvencia striedavého prúdu.

Príčinou otáčania magnetu je vznik magnetického poľa, ktorého vektor magnetickej indukcie periodicky mení smer. Je to **točivé magnetické pole.** Jeho vznik objasníme pomocou obr. 6-7. Osi cievok opäť zvierajú uhol 120° a sú pripojené k fázovým vodičom. V hornej časti obrázka sú časové diagramy prúdu v cievkach, v dolnej časti je znázornený tvar indukčných čiar výsledného magnetického poľa v časoch

$$t_A = 0\ \text{s}, \quad t_B = \frac{1}{3}T, \quad t_C = \frac{2}{3}T, \quad t_D = T$$



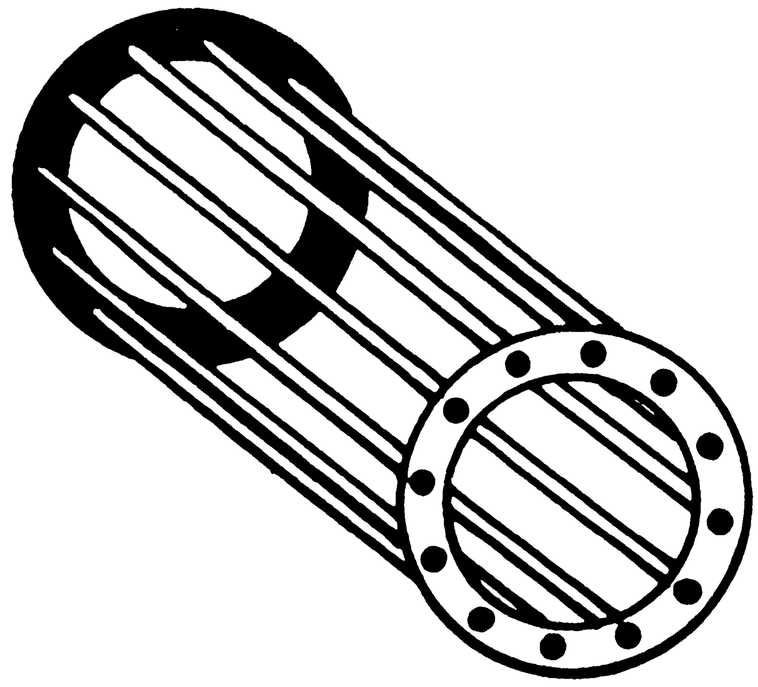
6-7
Vznik točivého magnetického poľa

V okamihu t_A je prúd vo vinutí fázy $L1$ nulový. Vinutím fázy $L2$ a $L3$ prechádza rovnako veľký prúd opačného smeru. Indukčné čiary smerujú od vinutia fázy $L2$ k vinutiu fázy $L3$. Podobnou úvahou nájdeme smer indukčných čiar v okamihoch t_B, t_C, t_D a zistíme, že indukčné čiary výsledného magnetického poľa sa budú otáčať v smere šípky s periódou T.

Základnou časťou trojfázového elektromotora je *stator*, ktorého kon-

štrukcia je podobná ako pri alternátore. *Rotor* alebo *kotva* je zhotovená z oceľových plechov s drážkami, v ktorých sú uložené silné vodiče z hliníka alebo z medi. V čelách rotora sú vodiče spojené prstencami, takže vinutie má tvar klietky (*klietkové vinutie* — obr. 6-8). Prierez vodičov závisí od výkonu, na aký je motor skonštruovaný. Keďže sú vodiče navzájom spojené, tento druh motora nazývame **motor s kotvou nakrátko.** Charakteristické je, že k rotoru nevedú prívodné vodiče.

6-8
Kotva s klietkovým vinutím

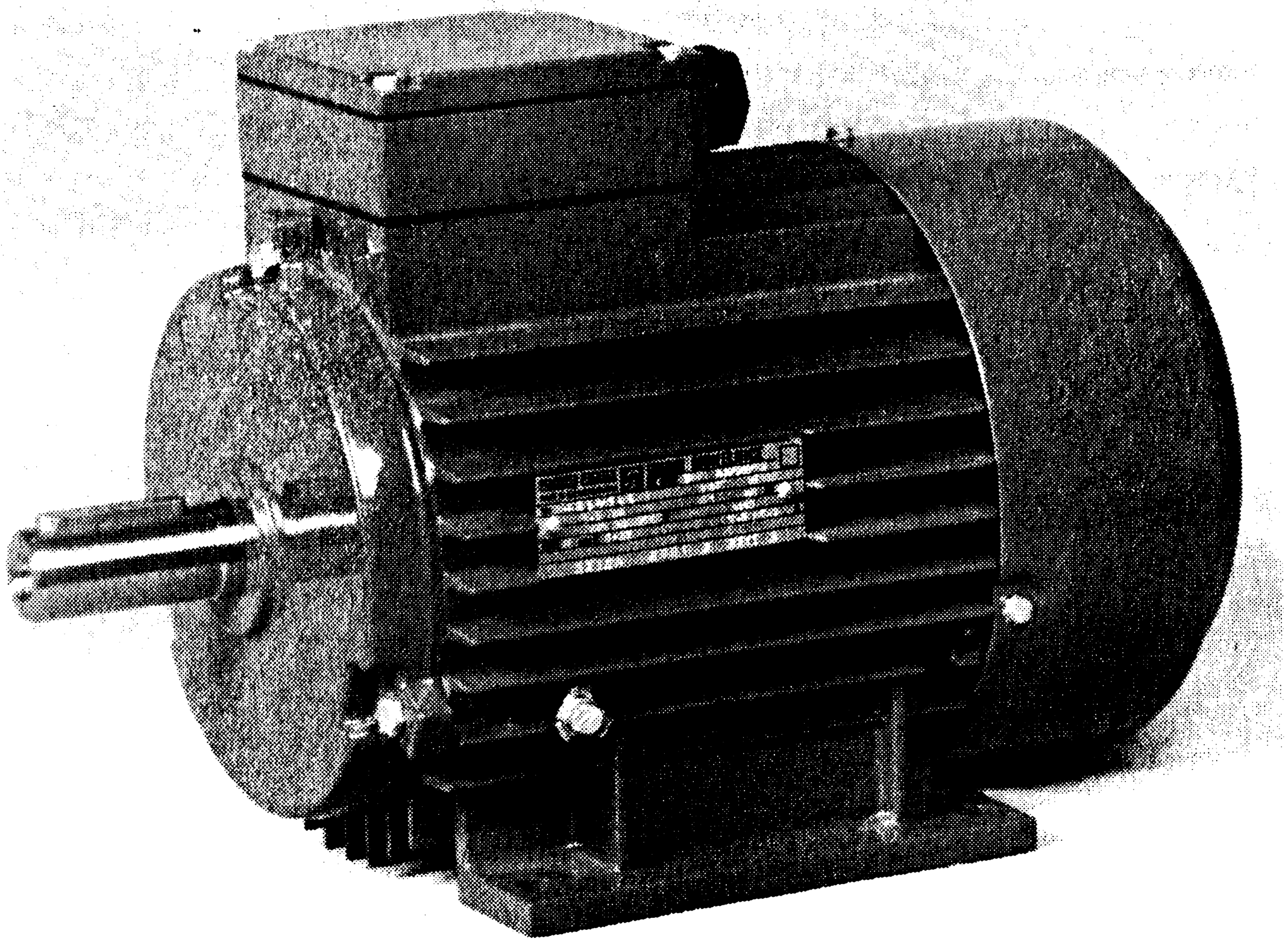


Točivé magnetické pole cievok statora indukuje vo vinutí kotvy veľké prúdy. To má za následok vznik síl, ktoré kotvu roztočia v smere rotácie točivého poľa. Kotva sa však nikdy nemôže otáčať rovnakou frekvenciou, ako sa otáčal magnet, t. j. synchrónne s točivým poľom. Pri synchrónnom otáčaní by totiž vinutie kotvy bolo vzhľadom na indukčné čiary relatívne v pokoji, prúd by sa v ňom neindukoval a príčina otáčania by zanikla. Preto sa rotor otáča vždy s menšou frekvenciou, alebo asynchrónne. Elektromotory tohto druhu nazývame trojfázové **asynchrónne elektromotory** (obr. 6-9).

Rozdiel frekvencie f_p otáčania točivého poľa a frekvencie f_r otáčania kotvy sa vyjadruje v percentách a volá sa **sklz**

$$s = \frac{f_p - f_r}{f_p}$$

Keby kotva pri otáčaní neprekonávala nijaký odpor, bola by jej frekvencia otáčania približne rovnaká ako frekvencia točivého poľa. Ak motor koná prácu, napr. keď je prevodom spojený s nejakým strojom, ktorý uvádza do pohybu, bude sa otáčať pomalšie. Indukčné čiary točivého magnetického poľa pretínajú vodiče rotora a vinutím prechádza indukova-



6-9
Asynchrónny elektromotor

ný prúd. Tento prúd je tým väčší, čím väčší je sklz a tým sa súčasne zväčšuje moment otáčania motora. V praxi býva pri úplnom zaťažení elektromotora sklz 2 % až 5 %.

Asynchrónne elektromotory majú v porovnaní s inými druhmi elektromotorov veľa predností. Majú jednoduchú konštrukciu aj obsluhu, dlhú životnosť a neznečisťujú okolité prostredie. Preto sa najviac využívajú najmä tam, kde netreba meniť frekvenciu otáčania, napr. pri pohone strojov, čerpadiel.

Úlohy

1. Čím väčší je sklz, tým väčší je príkon motora. Vysvetlite.
2. Prečo vzniká v sieti pri zapnutí elektromotora prúdový náraz?

3. Akú hodnotu má sklz v okamihu zapnutia elektromotora?
4. Akým spôsobom dosiahneme zmenu smeru otáčania kotvy elektromotora?
5. Pri poruche jednej fázy sa elektromotor neroztočí a hrozí nebezpečenstvo, že „zhoria" aj ostatné fázové vinutia. Vysvetlite.
6. Asynchrónne elektromotory s malým výkonom sa konštruujú aj ako jednofázové. Aby sa roztočili, treba osobitným vinutím utvoriť dvojfázové točivé pole. Aké je fázové posunutie zložiek tohto poľa, ak je pomocné vinutie pripojené na zdroj jednofázového prúdu cez kondenzátor? Akú musí mať kondenzátor kapacitu?

6.4 Transformátor

Transformátory sú zariadenia, ktorými sa premieňajú (transformujú) striedavé prúdy a napätia na iné hodnoty napätia a prúdu s rovnakou frekvenciou. Rozdeľujeme ich na jednofázové a trojfázové. Ich princíp je založený na elektromagnetickej indukcii.

Jednofázový transformátor sa skladá z dvoch samostatných cievok (primárnej a sekundárnej) umiestených na spoločnom uzavretom jadre z mäkkej ocele. Do primárnej cievky C_1 (obr. 6-10a, b) sa privádza zo zdroja s efektívnym napätím striedavý prúd, ktorý tvorí v jadre periodické premenné magnetické pole. Vplyvom zmien magnetického indukčného toku sa v závitoch cievok indukuje elektromotorické napätie. V cievke s N závitmi sa pri zmene magnetického indukčného toku $\Delta\phi$ za dobu Δt indukuje elektromotorické napätie, ktorého okamžitá hodnota

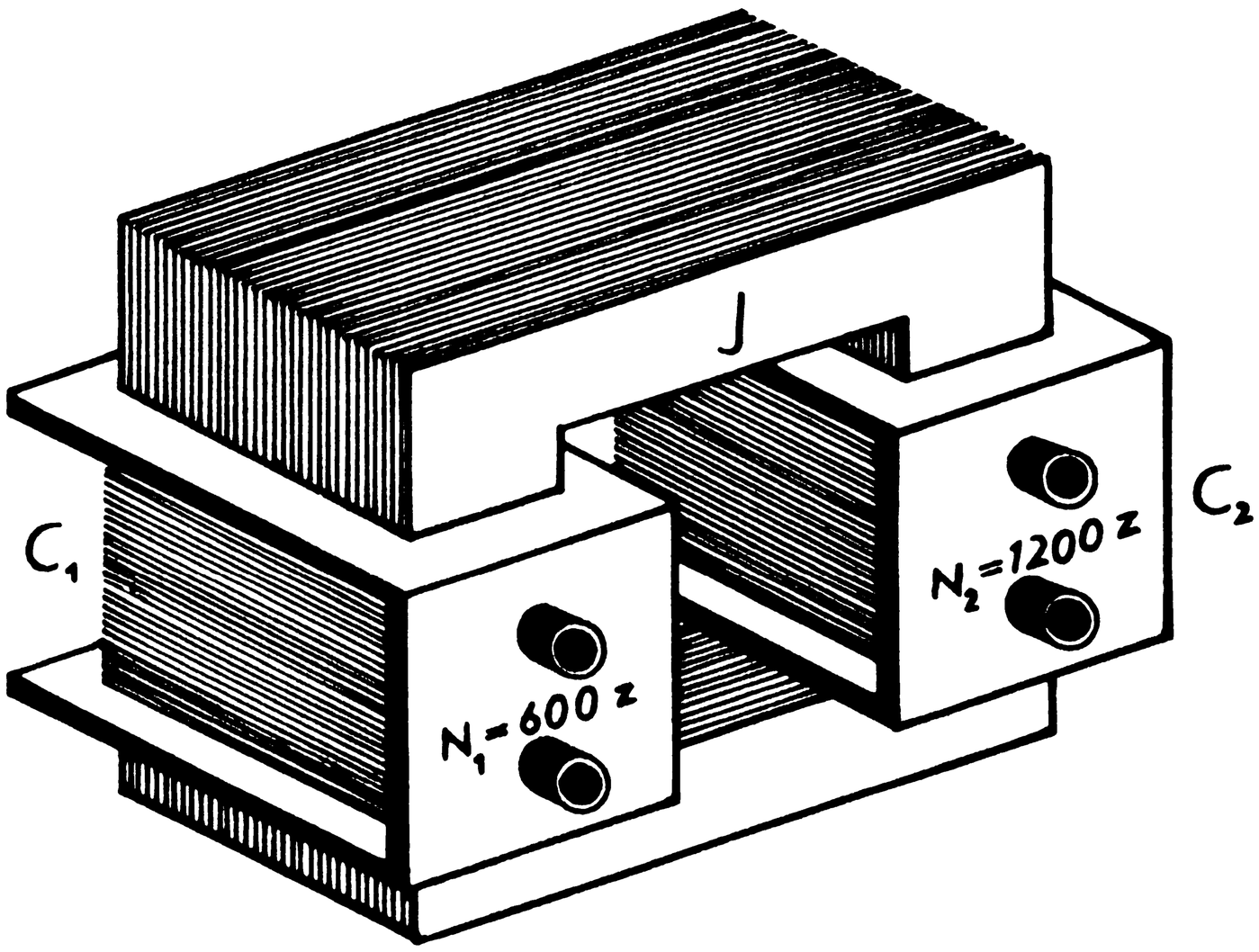
$$u = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

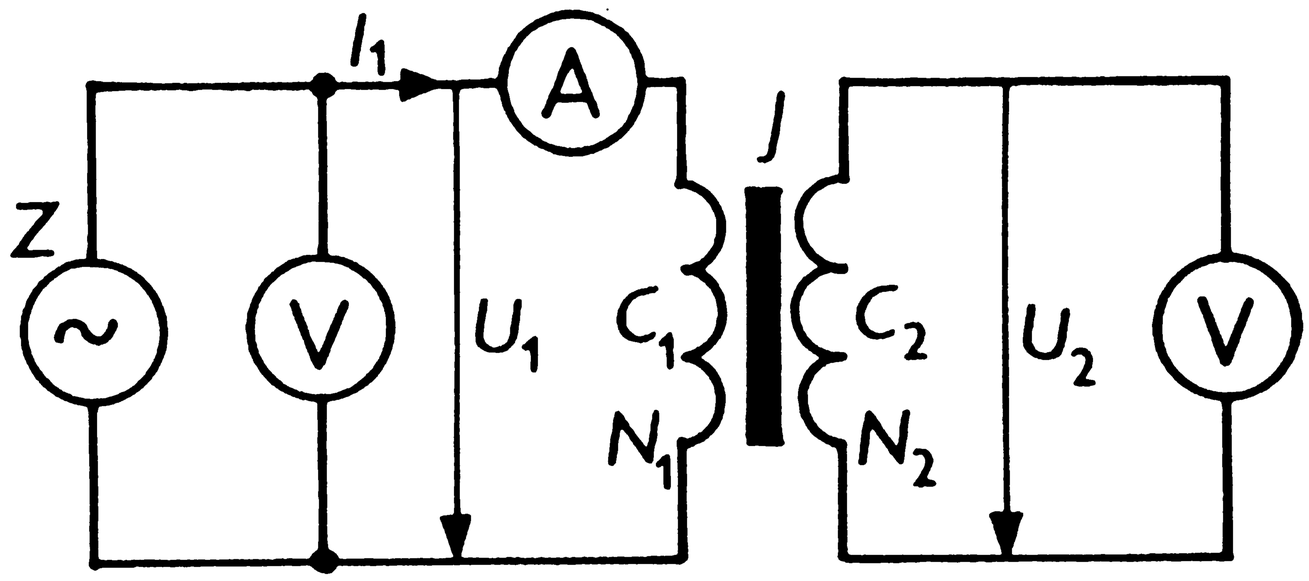
Keď označíme počet závitov primárnej cievky N_1, počet závitov sekundárnej cievky N_2, okamžité napätie indukované v primárnej cievke u_1 a okamžité napätie indukované v sekundárnej cievke u_2, dostaneme

$$u_1 = -N_1\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad u_2 = -N_2\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Pre pomer efektívnych hodnôt indukovaných napätí platí **rovnica transformátora**

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_2}{N_1} = k} \qquad (6.2)$$





6-10
Transformátor

Zo vzťahu (6.2) vidíme, že pri istom napätí privedenom na primárnu cievku sa na sekundárnej cievke indukuje napätie väčšie (*transformácia nahor*) alebo menšie (*transformácia nadol*), podľa toho, aký je pomer počtu závitov. Pomer $k = \frac{N_2}{N_1}$ sa volá **transformačný pomer transformátora.** Pri transformácii nahor $N_2 > N_1$ a $k > 1$, pri transformácii nadol $N_2 < N_1$ a $k < 1$.

Transformačný pomer sme odvodili za zjednodušených podmienok. Neuvažovali sme o stratách, ktoré vznikajú premenou elektrickej energie na vnútornú energiu vinutia a jadra transformátora. Transformátor pracoval bez zaťaženia, naprázdno, sekundárnym vinutím neprechádzal žiadny prúd ($I_2 = 0$ A). Keď odoberáme zo sekundárneho vinutia prúd, zväčšuje sa aj prúd I_1 prechádzajúci primárnym vinutím. Hoci sú odpory cievok malé, vznikajú vo vinutí straty. Preto býva sekundárne napätie zaťaženého transformátora o 2 % až 10 % menšie, ako zodpovedá transformačnému pomeru. V transformátore vznikajú straty

zahrievaním vodičov cievok, vírivými prúdmi a hysteréziou. Keďže tieto straty nemožno celkom potlačiť, býva účinnosť malých transformátorov 90 % až 95 % a veľkých transformátorov až 98 %.

V súlade so zákonom zachovania energie musí sa príkon P_1 transformátora pri zanedbateľných stratách rovnať jeho výkonu P_2 v sekundárnej časti

$$P_1 = P_2$$

alebo

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

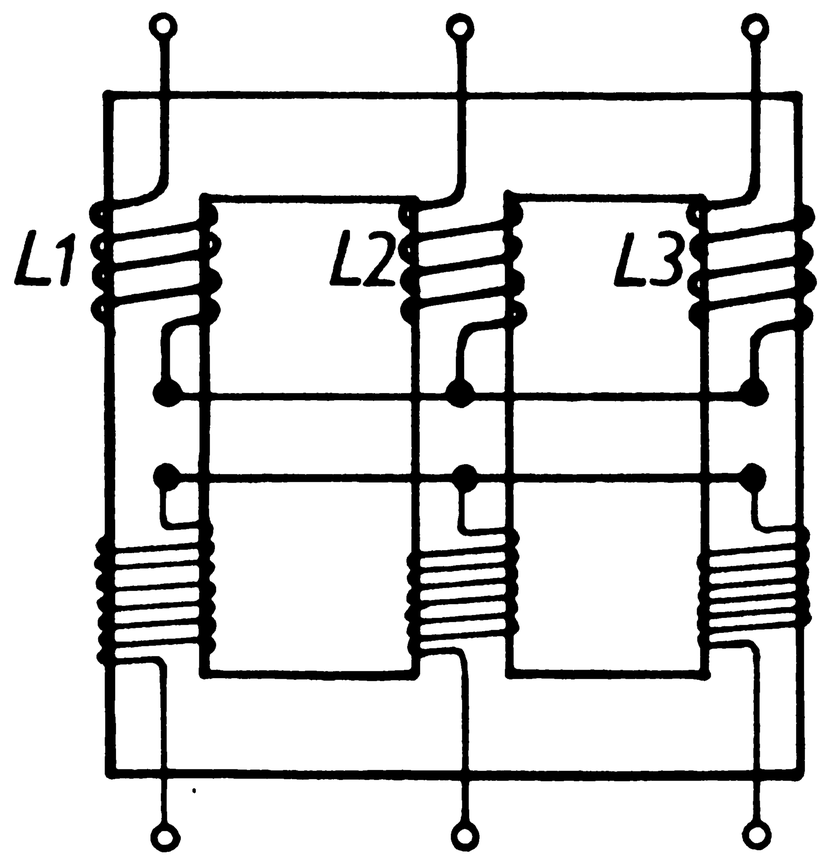
čiže

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

To znamená, že **prúdy sa transformujú v obrátenom pomere počtu závitov.** Pri vyššom sekundárnom napätí môžeme z transformátora odoberať menší prúd a naopak.

Jednofázové transformátory sa používajú tam, kde potrebujeme meniť hodnotu prúdu alebo napätia, napr. v rozhlasových prijímačoch a televízoroch, v meracích prístrojoch.

Na transformáciu trojfázového prúdu v energetike sa používajú **trojfázové transformátory**. Majú podobnú konštrukciu ako jednofázové transformátory. Jadro trojfázového transformátora má tri magnetické vetvy (obr. 6-11). Každá fáza má vlastné primárne a sekundárne vinutie. Cievky



6-11
Trojfázový transformátor

primárneho, príp. sekundárneho vinutia sú navzájom spojené do hviezdy alebo do trojuholníka.

Transformátory na veľké výkony sa pri práci veľmi zahrievajú, preto sa musia chladiť. Väčšie transformátory bývajú ponorené v špeciálnej nádobe s olejom, ktorý odvádza teplo a chladí sa cez steny nádoby vzduchom.

Úlohy

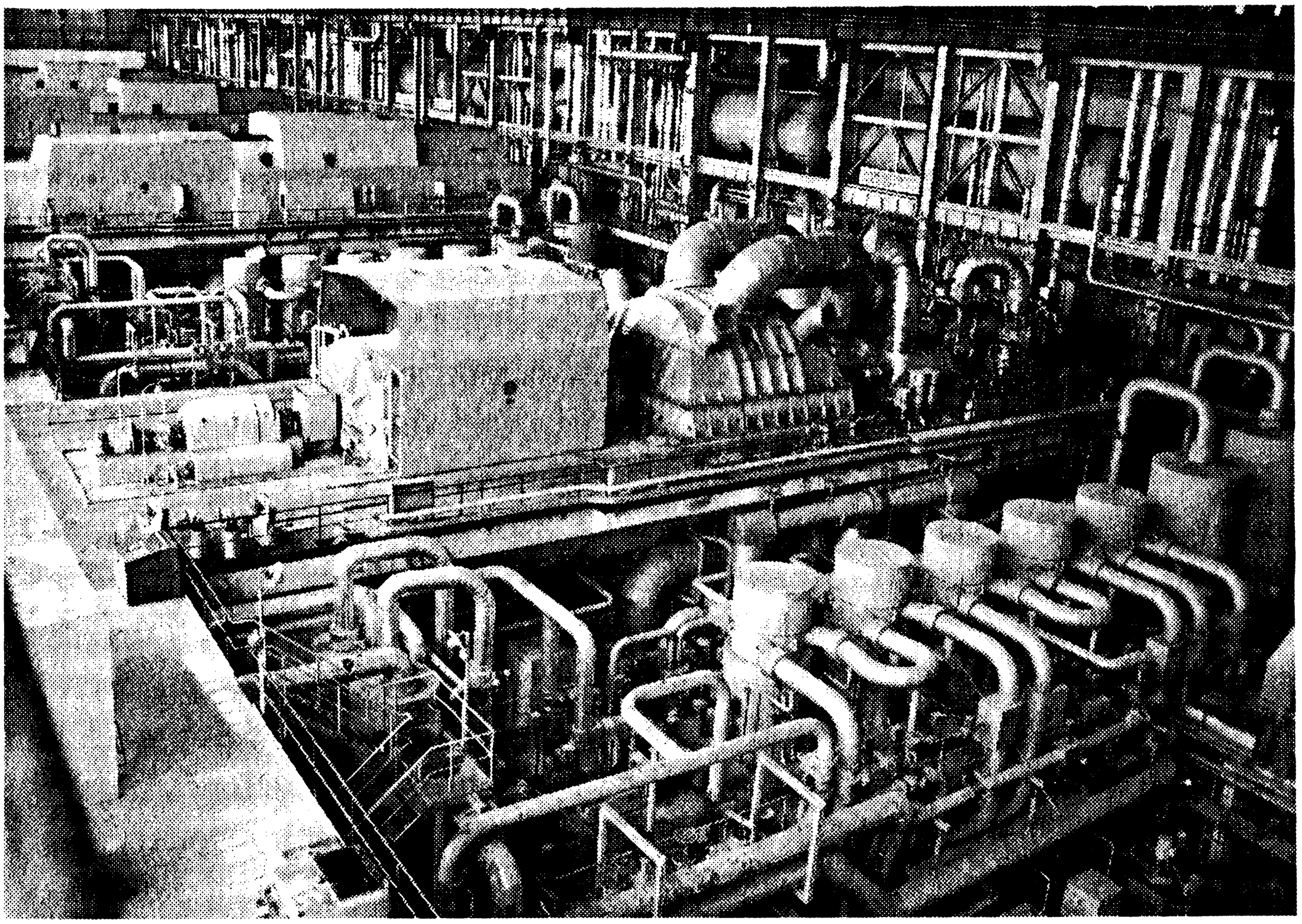
1. Transformátor má primárnu cievku so 660 závitmi a sekundárnu cievku s 30 závitmi. Primárna cievka je pripojená na zdroj striedavého napätia 220 V. Určte sekundárne napätie nezaťaženého transformátora. [10 V]
2. Príkon transformátora je 800 W, účinnosť 96 %. Aký je prúd prechádzajúci pri odporovom zaťažení sekundárnym vinutím, ak sekundárne napätie je 100 V? [7,7 A]
3. Určte transformačný pomer transformátora, ktorý zapojíme na sieťové napätie a zo sekundárneho vinutia chceme odoberať napätie 10 V a prúd 2 A. Aký prúd prechádza primárnym vinutím transformátora? O stratách neuvažujeme. [$4{,}5 \cdot 10^{-2}$; 90 mA]

6.5 Elektráreň

Hlavným zdrojom elektrickej energie pre potreby národného hospodárstva sú elektrárne. Podľa toho, aký primárny zdroj energie sa v nich využíva, rozdeľujeme elektrárne na tepelné, jadrové a vodné (hydroelektrárne).

V tepelných elektrárňach sa energia získava spaľovaním uhlia alebo iných palív (napr. oleja, plynu). Uhlie sa mele a potom sa spaľuje v kotloch so sústavou rúrok. Rúrkami prúdi voda a mení sa na paru s vysokou teplotou a tlakom. Napríklad v turbogenerátore s výkonom 200 MW sa používa para so vstupnou teplotou 535 °C a tlakom 13 MPa.

Vnútorná energia pary sa mení na mechanickú energiu rotora turbíny, ktorý má veľkú frekvenciu otáčania. Turbína je mechanicky spojená s rotorom alternátora, v ktorom sa mechanická energia mení na elektrickú. Hriadeľ agregátu turboalternátora je vodorovný (obr. 6-12). Pri



6-12
Turboalternátor v tepelnej elektrárni (turbína je vpravo, alternátor vľavo)

chode, ale najmä pri zapnutí turboalternátora je dôležité, aby celá sústava bola správne nafázovaná. To znamená, že frekvencia a fáza napätia alternátora musí súhlasiť s frekvenciou a fázou trojfázového napätia v prenosovej sústave.

Keď energiu paliva považujeme za 100%, potom spálením v elektrárni vzniká para, ktorá má až 87 % tejto energie. To znamená, že kotol elektrárne pracuje s účinnosťou 87 %. Premena vnútornej energie pary na mechanickú energiu prebieha v turbíne s oveľa menšou účinnosťou, maximálne 35 %. V alternátore sa mechanická energia mení na elektrickú s účinnosťou 98 %. Výsledná účinnosť všetkých zariadení v elektrárni je asi 30 %. Aby sa teda získala elektrická energia 1 kW.h, čo zodpovedá 3,6 MJ, treba asi 12 MJ spalného tepla uhlia. Aby sa zlepšila celková účinnosť tepelnej elektrárne, využíva sa para vystupujúca z turbíny napr. na vykurovanie bytov alebo skleníkov. Takto možno dosiahnuť celkovú účinnosť sústavy 60 % až 70 %.

Jadrová elektráreň je v podstate tepelná elektráreň, v ktorej sa energia potrebná na výrobu pary získava premenou jadrovej energie. Prvá jadrová elektráreň V1 v Jaslovských Bohuniciach pri Trnave má dva bloky s výkonom 440 MW a je tu aj ďalšia jadrová elektráreň V2 tiež s dvoma blokmi rovnakého výkonu. Vo výstavbe je jadrová elektráreň v Mochovciach s výkonom 4 × 440 MW.

Vo vodných elektrárňach sa energia vodného toku v rieke mení na elektrickú energiu. Na pohon alternátora sa používa vodná turbína. Celý agregát býva najčastejšie v zvislej polohe. Frekvencia otáčania vodných turbín je menšia ako pri parných turbínach. Preto sa používajú alternátory, ktorých rotor tvorí elektromagnet s viacerými pólmi, alebo sa medzi turbínu a alternátor zaraďuje mechanický prevod, ktorý upravuje frekvenciu otáčania rotora alternátora.

Výkon vodných elektrární závisí od rozdielu výšok hladín vodného toku v mieste elektrárne (*spád*) a od objemu vody, ktorý turbínou preteká za jednotku času (*prietok*). Aby sa energia vodného toku využila čo najefektívnejšie, budujú sa veľké priehrady. Priehrady sú zdrojom energie pre špičkové elektrárne, ktoré pracujú v čase najväčšieho odberu elektrickej energie.

Významným typom vodnej elektrárne je prečerpávacia elektráreň. Jej agregát pracuje tak, že v čase malého odberu energie prečerpáva vodu do vyššie položenej nádrže. Vodou z nádrže sa potom poháňa turbína v čase špičkového odberu energie. V SR je najväčšia elektráreň tohto typu na Čiernom Váhu.

6.6 Prenosová sústava energetiky

Z elektrárne treba energiu dopraviť na miesto spotreby. Deje sa to rozsiahlou sieťou rozvodu elektrickej energie nielen v rámci jedného štátu, ale elektrickou sieťou sú spojené jednotlivé štáty, dokonca aj svetadiely. Podľa vzdialenosti, na ktorú sa energia prenáša, rozlišujeme **blízky prenos** (oblastný, krajový) a **diaľkový prenos** (medzikrajový, medzištátny, medzikontinentálny).

Vedením možno istý elektrický výkon prenášať rozličným prúdom. Napríklad výkon 100 W možno prenášať prúdom 1 A pri napätí 100 V, alebo prúdom 100 A pri napätí 1 V. Prenesený výkon je v obidvoch prípadoch rovnaký.

Pri prechode elektrického prúdu sa však aj najlepšie vodiče zahrievajú a vznikajú straty. Príčinou strát je premena elektrickej energie na vnútornú energiu vedenia prenosovej sústavy. Vplyvom strát sa prenášaný výkon znižuje o hodnotu

$$P = I^2 R$$

Odpor vedenia

$$R = \varrho \frac{l}{S}$$

kde ϱ je merný odpor materiálu vedenia, l je dĺžka vedenia a S je prierez vodičov. Tieto veličiny sú určené konštrukčnými požiadavkami na vedenie ; ich voľbou nemožno straty príliš ovplyvniť. To znamená, že o veľkosti strát rozhoduje prúd vo vedení, ktorý bude tým menší, čím väčšie bude elektrické napätie. Keď napätie zväčšíme na dvojnásobok, prúd sa zmenší na polovicu a straty na štvrtinu. Preto je prenos elektrickej energie najhospodárnejší pri veľmi vysokom napätí. Pri ňom prechádzajú vedením menšie prúdy a na jeho konštrukciu možno použiť vodiče s menším prierezom.

V alternátoroch získavame zvyčajne trojfázové napätie 6,3 kV až 16,5 kV, ktoré sa v rozvodniach elektrární transformuje na 110 kV, 220 kV alebo 400 kV.

Prúd sa z rozvodní elektrární vedie diaľkovým vedením k mestám a továrňam. Vodiče diaľkového vedenia sú zavesené na vysokých stožia-

roch pomocou mohutných izolátorov. V transformačných staniciach sa vysoké napätie transformuje na 22 kV. V mestských štvrtiach a obciach sú ďalšie transformátory s výstupným napätím 3×380 V/220 V, ktoré sa v súčasnosti rozvádza zväčša káblami k jednotlivým spotrebiteľom.

Úlohy

1. Výkon 6 kW sa má prenášať pri napätí 110 V a potom pri napätí 220 V s rovnakými stratami. Aký musí byť pomer prierezov vedenia v oboch prípadoch? [4 : 1]
2. Zdroj dodáva výkon 500 kW, ktorý sa má prenášať medenými vodičmi na vzdialenosť 10 km. Napätie zdroja 20 kV sa môže zmenšiť stratami vo vedení iba o 10 %. Aký najmenší prierez drôtu musíme zvoliť na konštrukciu vedenia? Merný odpor medi je $1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$. [4,4 mm²]

6.7 Medzinárodná spolupráca v energetike

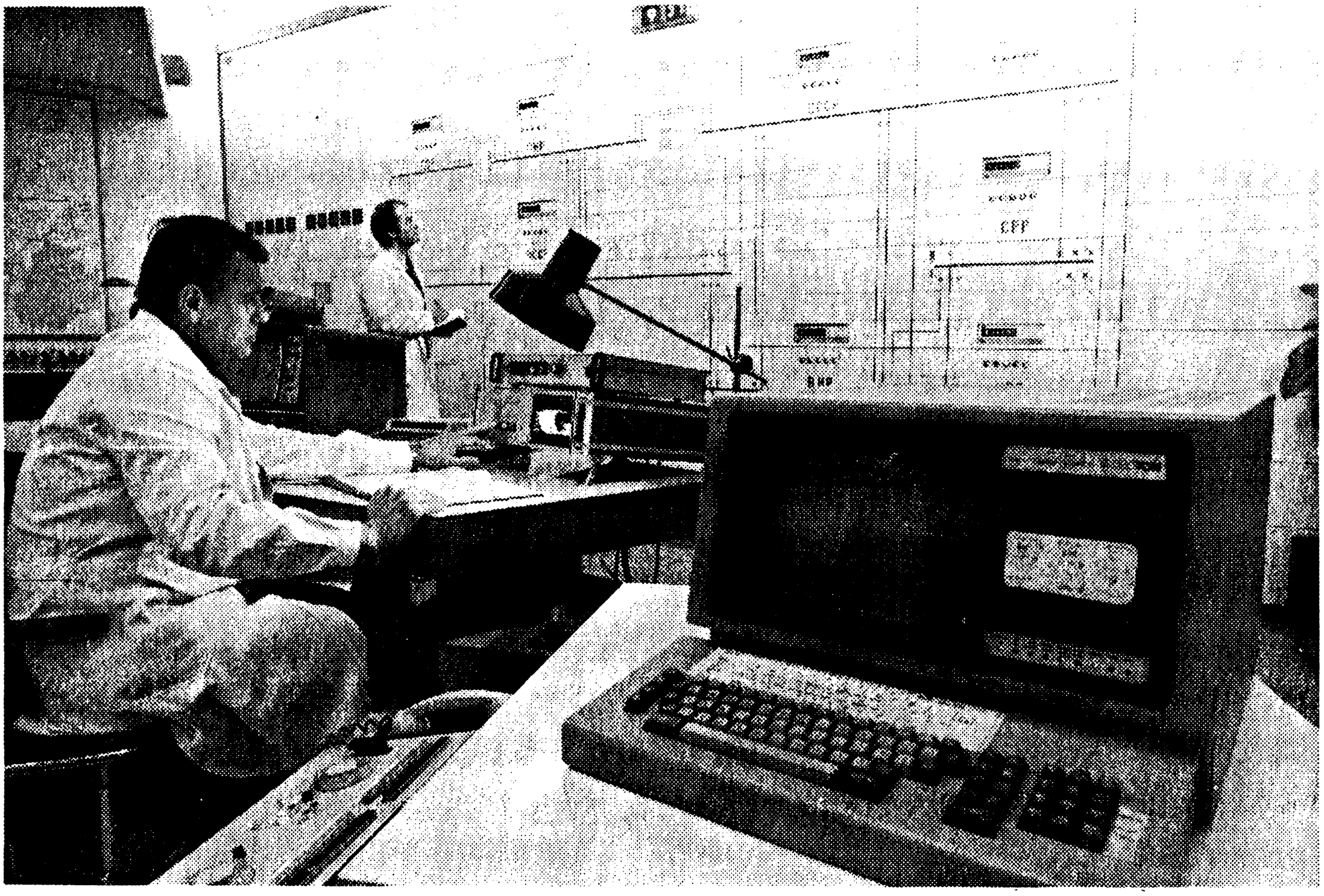
Dôležitým činiteľom, od ktorého závisí rozvoj všetkých odvetví národného hospodárstva, je spoľahlivá palivo-energetická základňa, najmä elektroenergetika. Približne tretina investícií do priemyslu sa u nás vkladá do energetiky.

Také náročné úlohy samozrejme nemožno plniť vlastnými silami, je potrebná medzinárodná spolupráca aj pri budovaní veľmi nákladných energetických zariadení, aj pri zaisťovaní zdrojov energie na činnosť elektrární prepojením energetických sústav jednotlivých krajín.

Až donedávna bola táto spolupráca obmedzená prevažne len na krajiny strednej a východnej Európy, v ktorých sa od roku 1960 budovalo jednotné združenie národných energetických sústav. Tým sa vytvorili podmienky na vývoz a dovoz elektrickej energie podľa okamžitých potrieb jednotlivých krajín, v ktorých napríklad vzhľadom na geografickú polohu vzniká energetická špička v inom dennom čase. Priamu väzbu na tento systém majú aj energetické systémy Rakúska a štátov bývalej Juhoslávie. Činnosť celej energetickej sústavy, ktorej dĺžka v smere rovnobežiek dosahuje 8 000 km, je riadená počítačmi.

Ďalší rozvoj energetiky predpokladá prehĺbenie medzinárodnej spolupráce, ktorá sa týka nielen budovania nových energetických zariadení, ale najmä zaistenia ich bezpečnej prevádzky a zmenšenia negatívnych vplyvov činnosti elektrární na životné prostredie.

Postupne bude treba obmedziť výrobu elektrickej energie v tepelných elektrárňach, ktoré produkujú veľké množstvo škodlivín a sú záťažou pre životné prostredie. Naša energetika predpokladá zvýšenie podielu jadrových elektrární na produkcii elektrickej energie obdobne, ako je to v mnohých vyspelých krajinách západnej Európy. U nás je potreba elektrickej energie krytá jadrovými elektrárňami zhruba na 26 %. Ústredným problémom jadrovej energetiky však zostáva zaistenie bezpečnej prevádzky jadrových reaktorov, čo výrazne zvyšuje náklady na výstavbu a prevádzku týchto zariadení. Nejde len o potenciálnu možnosť úniku rádioaktívnych látok do ovzdušia, ale bez problémov nie je napríklad ani ukladanie a likvidácia vysoko rádioaktívneho materiálu



6-13
Energetický dispečing

„vyhoretých“ palivových článkov. Vzhľadom na obmedzené palivo-energetické zdroje sa u nás bez jadrovej energetiky zrejme nezaobídeme. Ide však o to, aby u nás postavené jadrové elektrárne boli maximálne bezpečné. Preto treba prehĺbiť medzinárodnú spoluprácu s krajinami, ktoré dosahujú v projektovaní a výstavbe jadrových elektrární najlepšie výsledky.

Za perspektívny prínos k rozvoju energetiky sa považujú netradičné zdroje energie, ako je slnečná energia, geotermálna energia a pod. Málo sa dosiaľ využíva na energetické účely zemný plyn, ktorého spaľovaním vzniká podstatne menej škodlivín ako horením uhlia. Aj v oblasti využívania týchto alternatívnych zdrojov energie prináša medzinárodná spolupráca rad výsledkov, ktoré môžu priniesť riešenie niektorých súčasných problémov v energetike.

Závažným nedostatkom prekonanej koncepcie rozvoja priemyslu je jeho extenzívny rast a vysoká energetická náročnosť výroby. Medzinárodná spolupráca s najvyspelejšími krajinami sveta by mala otvoriť jednu z dôležitých ciest v oblasti energetiky, tou je predovšetkým znižovanie spotreby elektrickej energie, a tým aj obmedzenie jej výroby.

6.8 Ochrana životného prostredia a bezpečnosť pri práci s elektrickými zariadeniami

Najvýznamnejšími zdrojmi energie v súčasnosti sú pevné, kvapalné a plynné palivá. Je to hnedé a čierne uhlie, lignit, živočíšne bridlice, nafta a zemný plyn (fosílne palivá). Spaľovanie týchto palív však nepriaznivo ovplyvňuje životné prostredie jednak pádom popolčeka, jednak únikom nežiadúcich zložiek (najmä oxidu siričitého) do ovzdušia. Zmiernenie týchto vplyvov vyžaduje veľké náklady na výrobu a inštaláciu odlučovačov škodlivých látok priamo v elektrárňach a na regeneráciu prírody. Preto ľudia hľadajú zdroje energie, ktoré by čo najmenej narúšali životné prostredie.

Nedostatok primárnych zdrojov energie vyžaduje, aby sme sa zamerali na hospodárne využívanie elektrickej energie. K tomu prispieva zdokona-

ľovanie konštrukcie elektrických zariadení a automatická regulácia ich chodu. Elektrickú energiu musíme šetriť nielen vo výrobe, ale aj v bežnom živote hospodárnou prevádzkou elektrických spotrebičov a dodržiavaním pravidiel bezpečnosti pri práci s elektrickými zariadeniami.

Nesprávnym zaobchádzaním s elektrickými spotrebičmi môže byť ohrozené zdravie alebo aj život človeka. Ľudské telo má totiž elektrický odpor, ktorého veľkosť nie je všade rovnaká. Napríklad suchá pokožka má veľký odpor, ale vplyvom vlhkosti sa tento odpor zmenšuje. Pri styku s vodičom pod napätím vzniká v tele prúd, ktorý je mimoriadne nebezpečný, ak prechádza srdcom. V tomto prípade má smrteľný účinok prúd okolo 10 mA. Preto je nebezpečné, keď prúd prejde z jednej ruky do druhej, alebo medzi rukou a nohou.

Z hľadiska bezpečnosti je dôležitá veľkosť napätia, na ktoré je spotrebič zapojený. Napätie do 12 V je nebezpečné vo všetkých prostrediach. Bezpečnosť pri vyšších napätiach (do 50 V striedavého a 100 V jednosmerného napätia) závisí od prostredia — vlhkosti, prašnosti a pod.

Pri práci s elektrickým zariadením na sieťové napätie 220 V musíme byť veľmi opatrní najmä preto, že jeden vodič elektrickej siete je spojený so zemou. Úraz môže pri nesprávnej inštalácii nastať nielen pri styku s fázovým vodičom, ale aj pri styku s uzemňovacím vodičom. Preto treba dbať na to, aby elektrická inštalácia zodpovedala zákonným normám.

Aby sme predišli možnému úrazu elektrickým prúdom, musíme dodržiavať bezpečnostné predpisy a zásady. Najdôležitejšie z nich sú tieto:

a) Elektrické zariadenie udržiavame v čistote a poriadku. Čistíme ho, iba keď je odpojené od siete.

b) Nedotýkame sa vnútorných častí zásuviek, pätíc žiaroviek, svoriek motorov, odkrytých častí elektrických zariadení a pod., keď sú pod napätím.

c) Prívodné šnúry k elektrickým zariadeniam musia zodpovedať norme.

d) Keď na zariadení zistíme chyby, napr. poškodenú izoláciu, zápach po spálenine, dym, iskrenie, zariadenie ihneď vypojíme.

e) Pri hasení požiaru najprv vypneme prúd. Nikdy nehasíme vodou, lebo je to smrteľne nebezpečné (voda obsahuje rozpustené látky, je teda dobre vodivá). Hasíme snehovým hasiacim prístrojom alebo pieskom.

f) Nikdy sa nedotýkame vypínačov a nepripájame elektrické šnúry do zásuviek mokrou rukou.

Keď nastane úraz elektrickým prúdom, musíme postihnutému okamžite poskytnúť prvú pomoc. Čo najskôr ho uvoľníme z vodivého obvodu tak, že:

a) prerušíme elektrický obvod (vypneme vypínač, odpojíme poistky, vytiahneme zo zásuvky šnúru);

b) odstránime od postihnutého vedenie (odtiahneme ho, alebo vedenie odstránime suchou drevenou tyčou).

Pri záchranných prácach dodržiavame tieto pokyny:

Záchranca sa musí izolovať (postihnutého chytiť iba za šaty, stáť na nevodivej podložke, obuť si gumené topánky, vyslobodzovať postihnutého iba jednou rukou, použiť gumené rukavice a pod.). Inak sa sám vystavuje nebezpečenstvu úrazu.

Keď ide o úraz vysokým napätím, odťahujeme postihnutého špeciálnym izolačným hákom. Pri neodbornom zásahu je riziko ohrozenia záchrancu veľké, preto ho má robiť iba odborník.

Pri vyslobodení postihnutého z vodivého obvodu uvoľníme odev a hneď začneme s umelým dýchaním, ktoré dávame až do príchodu lekára. Správne poskytnutá prvá pomoc môže zachrániť postihnutému život.

Zhrnutie — Striedavý prúd
Striedavý prúd v energetike

Striedavý prúd je elektromagnetické kmitanie, ktorého zdrojom je generátor striedavého prúdu. Ak je v obvode striedavého prúdu obvodový prvok s jedným parametrom (odporom, indukčnosťou, kapacitou), ide o jednoduchý obvod striedavého prúdu: obvod s R, L a C. Zložený obvod striedavého prúdu obsahuje prvky s viacerými parametrami (napr. obvod s RLC v sérii).

Parametre obvodových prvkov ovplyvňujú hodnotu striedavého napätia a prúdu v obvode a spôsobujú fázové posunutie týchto veličín (pozri prehľad na s. 156).

Do obvodu striedavého prúdu sa zapájajú také prvky, ktorých vlastnosti závisia od veľkosti a polarity striedavého napätia. Príkladom takéhoto prvku je polovodičová dióda, ktorá sa využíva vo funkcii usmerňovača, a tranzistor, ktorý pracuje ako zosilňovač.

Výkon striedavého prúdu v obvode s rezistorom

$$P = UI$$

kde

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,U_m; \qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,I_m$$

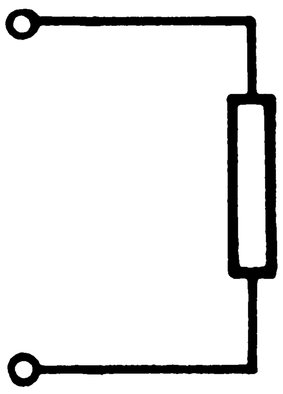
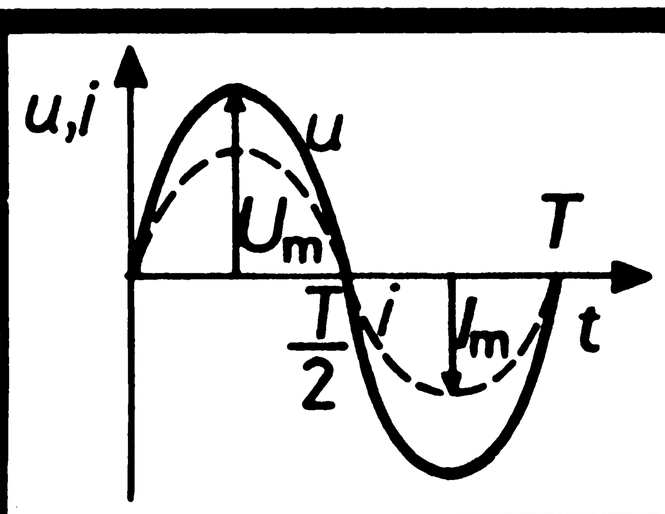
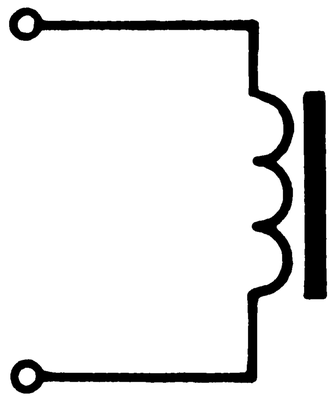
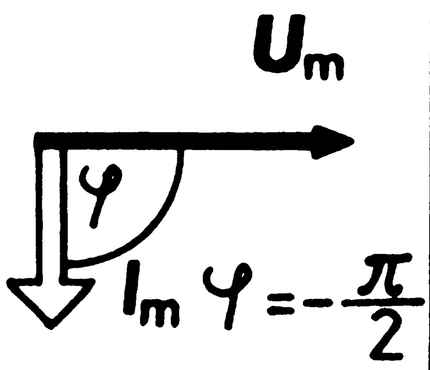
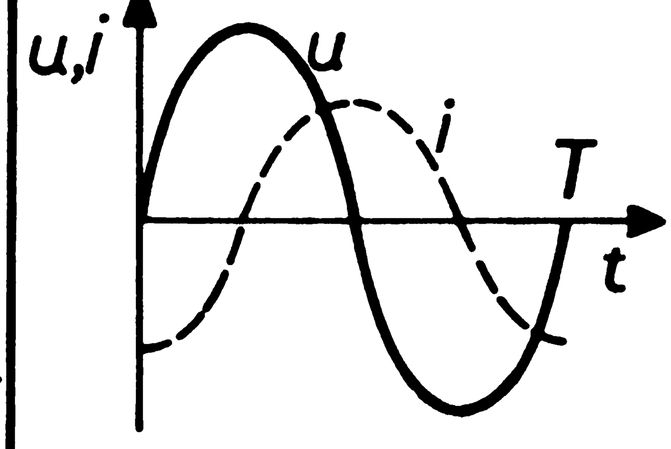
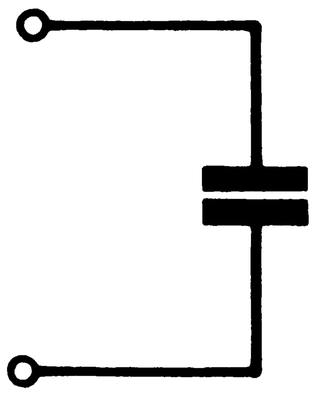
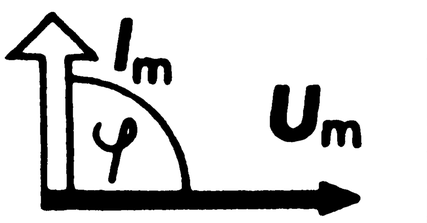
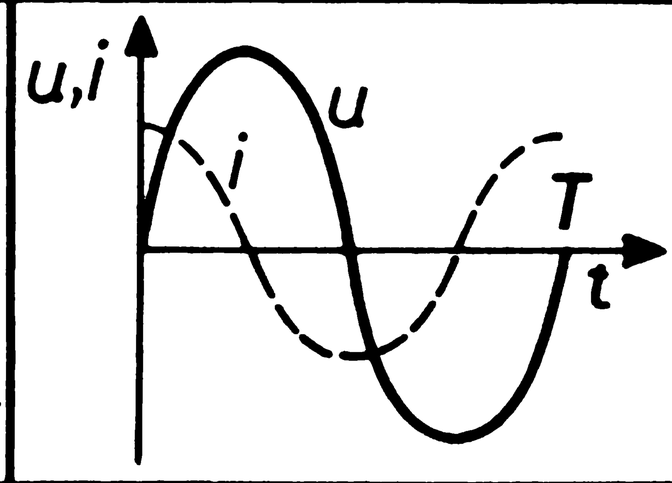
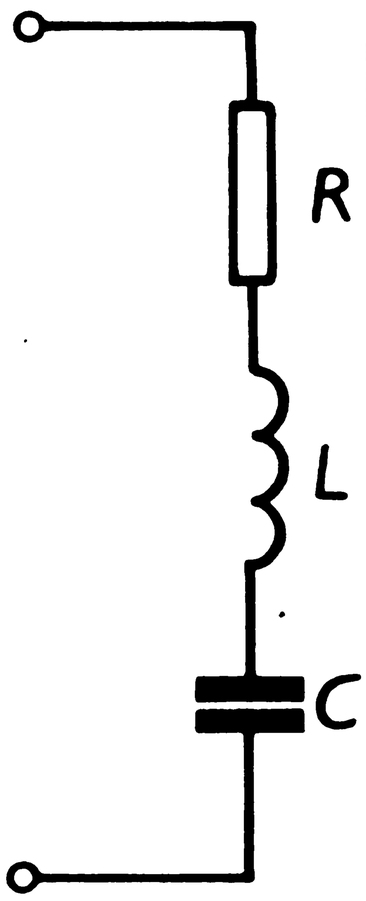
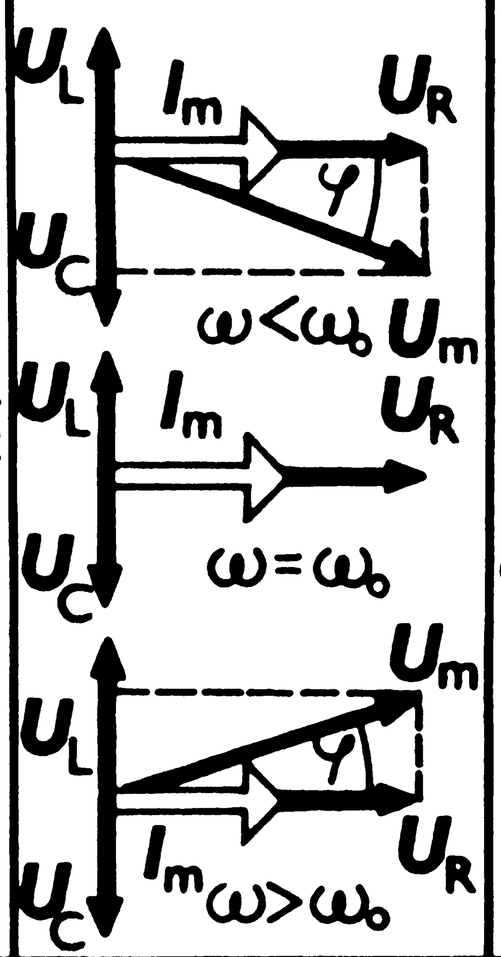
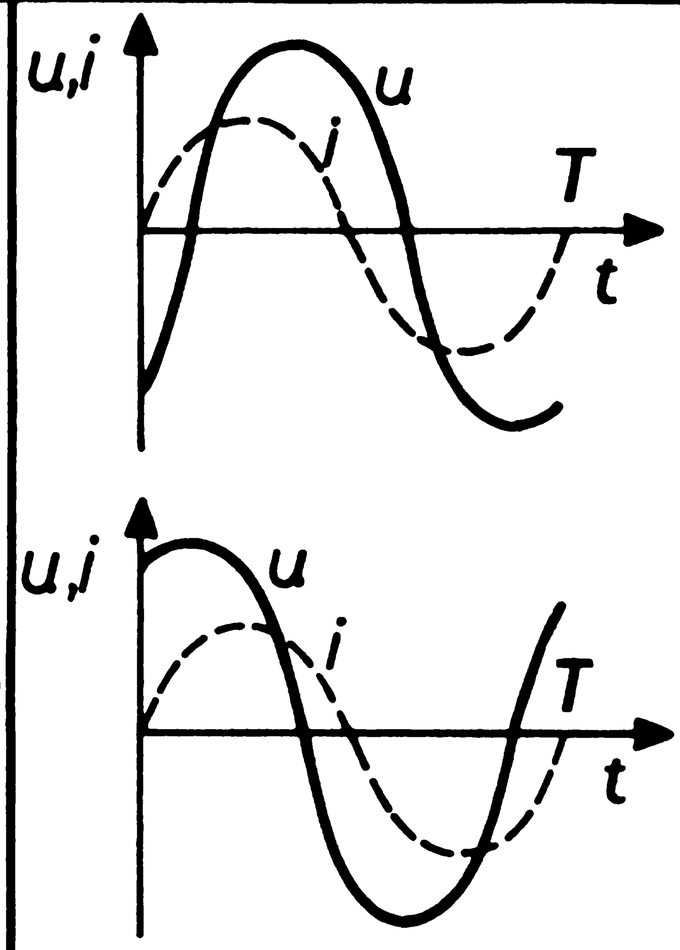
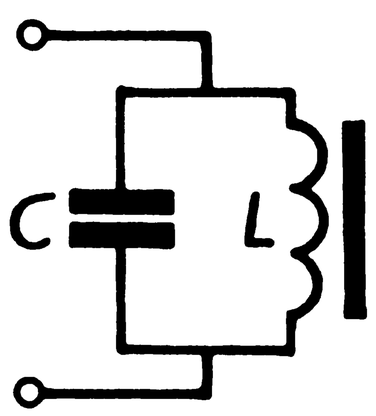
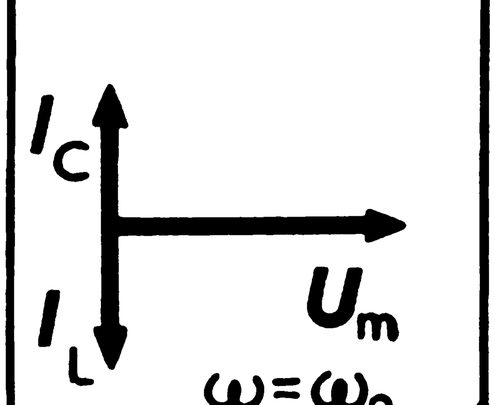
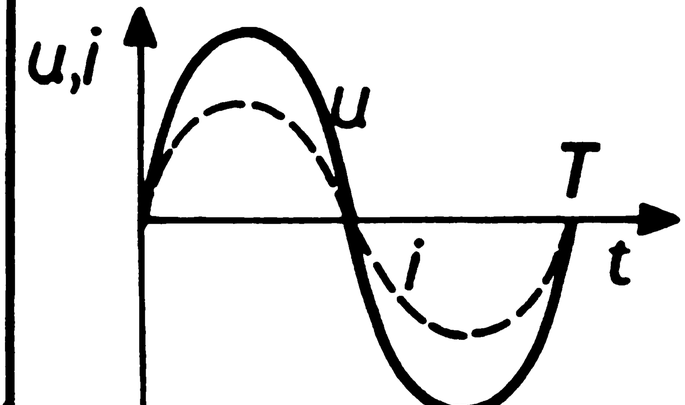
sú efektívne hodnoty striedavého napätia a prúdu s harmonickým priebehom.

Výkon striedavého prúdu v obvode s impedanciou (činný výkon)

$$P = UI\cos\varphi$$

kde $\cos\varphi$ je účinník.

V energetike sa využíva trojfázová sústava striedavého prúdu. Zdrojom trojfázového napätia je trojfázový alternátor. Zo zdroja k spotrebiču sa trojfázový prúd prenáša tromi fázovými vodičmi a jedným nulovacím vodičom. Napätie medzi fázovým a nulovacím vodičom je fázové napätie (v elektrovodnej sieti 220 V). Napätie medzi fázovými vodičmi je združené napätie (380 V). Spotrebiče na trojfázový prúd sa spájajú do hviezdy alebo do trojuholníka.

	R	$\varphi = 0$	
	$X_L = L\omega$		
	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	 $\varphi = +\frac{\pi}{2}$	
	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$		
	$Z = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}}$	 $\omega = \omega_0$	

Najdôležitejším motorom na trojfázový prúd je asynchrónny elektromotor. Prúd v cievkach statora tvorí točivé magnetické pole, v ktorom sa otáča rotor v tvare kotvy s klietkovým vinutím nakrátko. Pri otáčaní kotvy vzniká sklz, čo je rozdiel frekvencie otáčania točivého poľa a frekvencie otáčania kotvy, vo vzťahu k frekvencii otáčania poľa. Veľkosť sklzu závisí od zaťaženia motora.

Dôležitou súčasťou prenosovej sústavy energetiky je transformátor, ktorý sa skladá z uzavretého oceľového jadra a z primárneho a sekundárneho vinutia. Pre činnosť transformátora platí vzťah

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = k$$

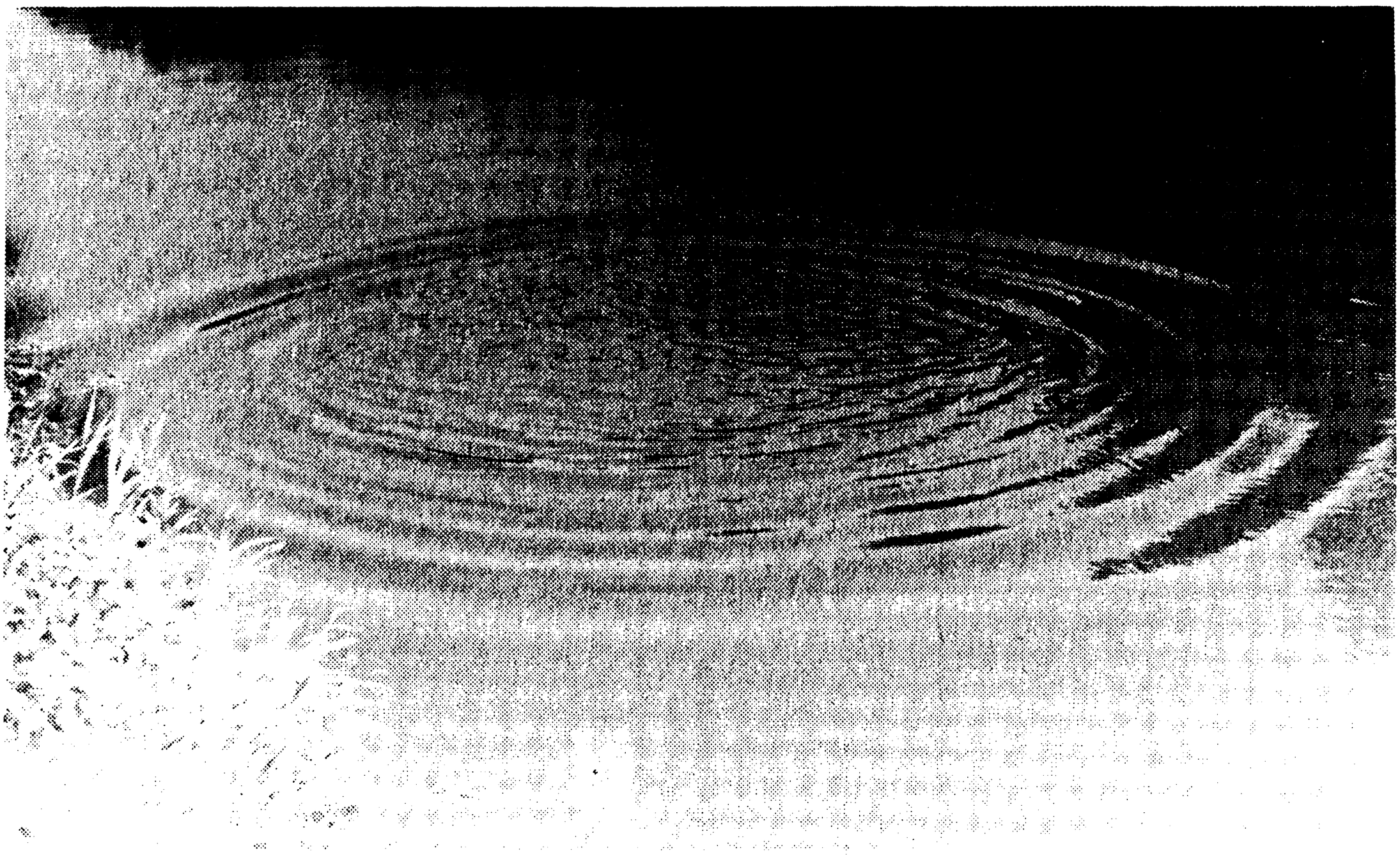
(U_1, U_2 je primárne a sekundárne striedavé napätie, I_1, I_2 je primárny a sekundárny striedavý prúd, N_1, N_2 počet závitov primárnej a sekundárnej cievky a k transformačný pomer).

Pri transformácii je výkon v obvode primárneho vinutia (ak zanedbáme straty) rovnaký ako výkon v obvode sekundárneho vinutia. Preto sa prúdy transformujú v prevrátenom pomere napätí. Na prenos energie striedavým prúdom sa v energetike využíva transformácia na vysoké napätie. Tým sa znižujú straty vo vedení.

7. MECHANICKÉ VLNENIE

Urobme jednoduchý pokus. Na vodnú hladinu hodíme kameň. Z miesta dopadu kameňa sa po vodnej hladine šíri rozruch vo forme vĺn, ktoré majú tvar sústredných kružníc. Predmety plávajúce na vodnej hladine v istej vzdialenosti od miesta dopadu kameňa sa po istom čase rozkmitajú. Kmitavý rozruch spôsobený dopadom kameňa na vodnú hladinu sa preniesol na iné miesto a tu vyvolal kmitanie.

Dej, pri ktorom sa kmitavý rozruch šíri prostredím, v našom prípade na vodnej hladine, nazývame **vlnenie** (obr. 7-1). Na to, aby sa rozkmitali ďalšie častice vodnej hladiny, musí sa prostredím prenášať energia.



7-1
Vlnenie na vodnej hladine

Vlnenie patrí medzi najrozšírenejšie fyzikálne deje. Tak sa šíri zvuk, svetlo, rozhlasový i televízny signál. Vlnenie má rôznu fyzikálnu podstatu a môže mať zložitý priebeh. Základné poznatky o vlnení si objasníme na jednom druhu vlnenia, ktorým je **mechanické vlnenie.**

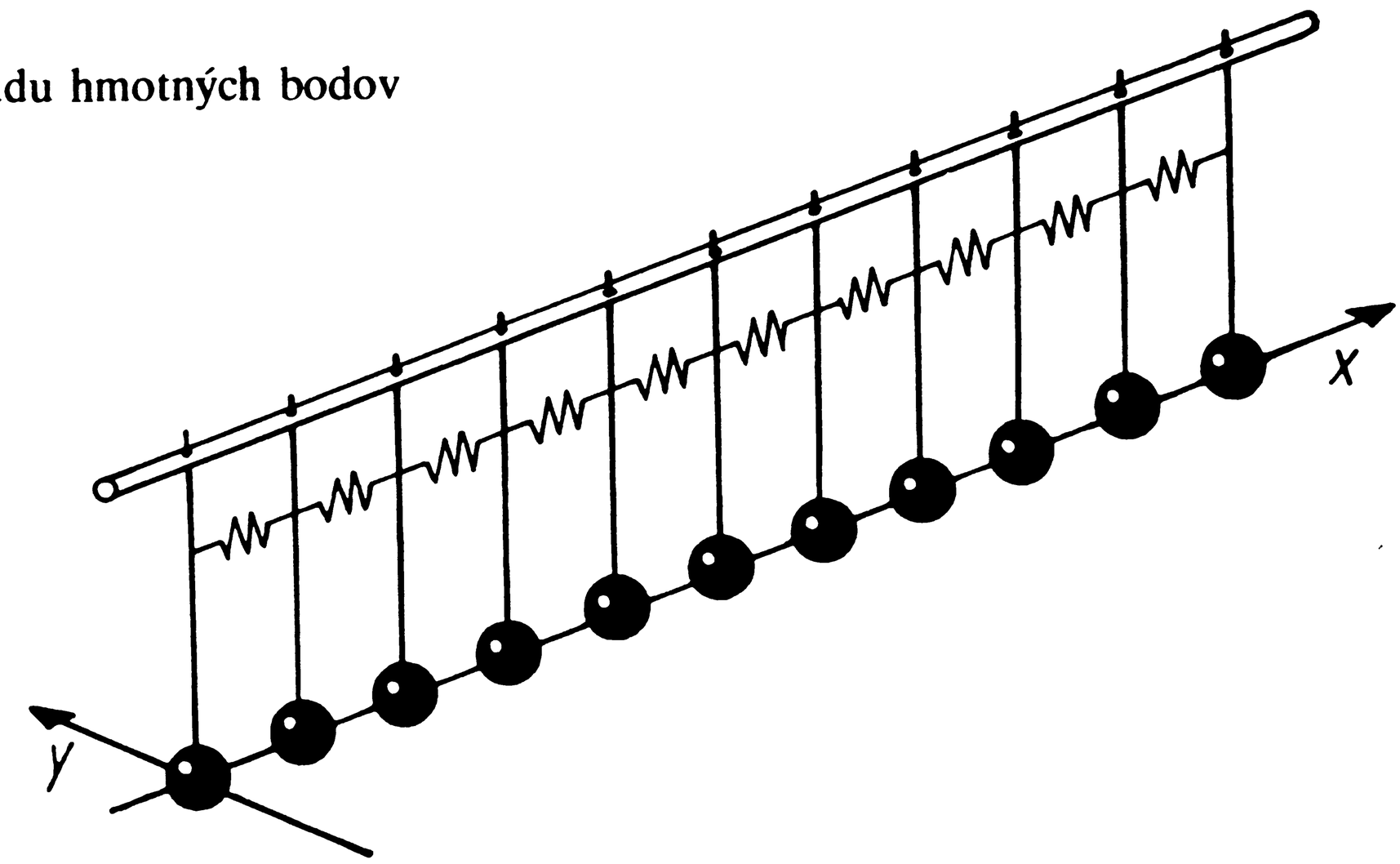
7.1 Postupné mechanické vlnenie

Mechanické vlnenie vzniká v pevných, kvapalných a plynných látkach. **Jeho príčinou je existencia väzbových síl medzi časticami (atómami, molekulami) prostredia, ktorým sa vlnenie šíri.** Kmitanie jednej častice sa väzbovými silami prenáša na ďalšie častice. Takéto prostredie nazývame *pružné prostredie.*

Pre jednoduchosť budeme uvažovať o pružnom prostredí, v ktorom sa vlnenie šíri v jednom prevládajúcom smere (kovová tyč, gumená hadica a pod.). Takéto prostredie si môžeme predstaviť ako priamy rad hmotných bodov (častíc, telies), medzi ktorými pôsobia väzbové sily.

Ako model radu hmotných bodov použijeme rad oscilátorov v tvare malých guľôčok na závesoch (kyvadielok — obr. 7-2)*. Väzbové sily

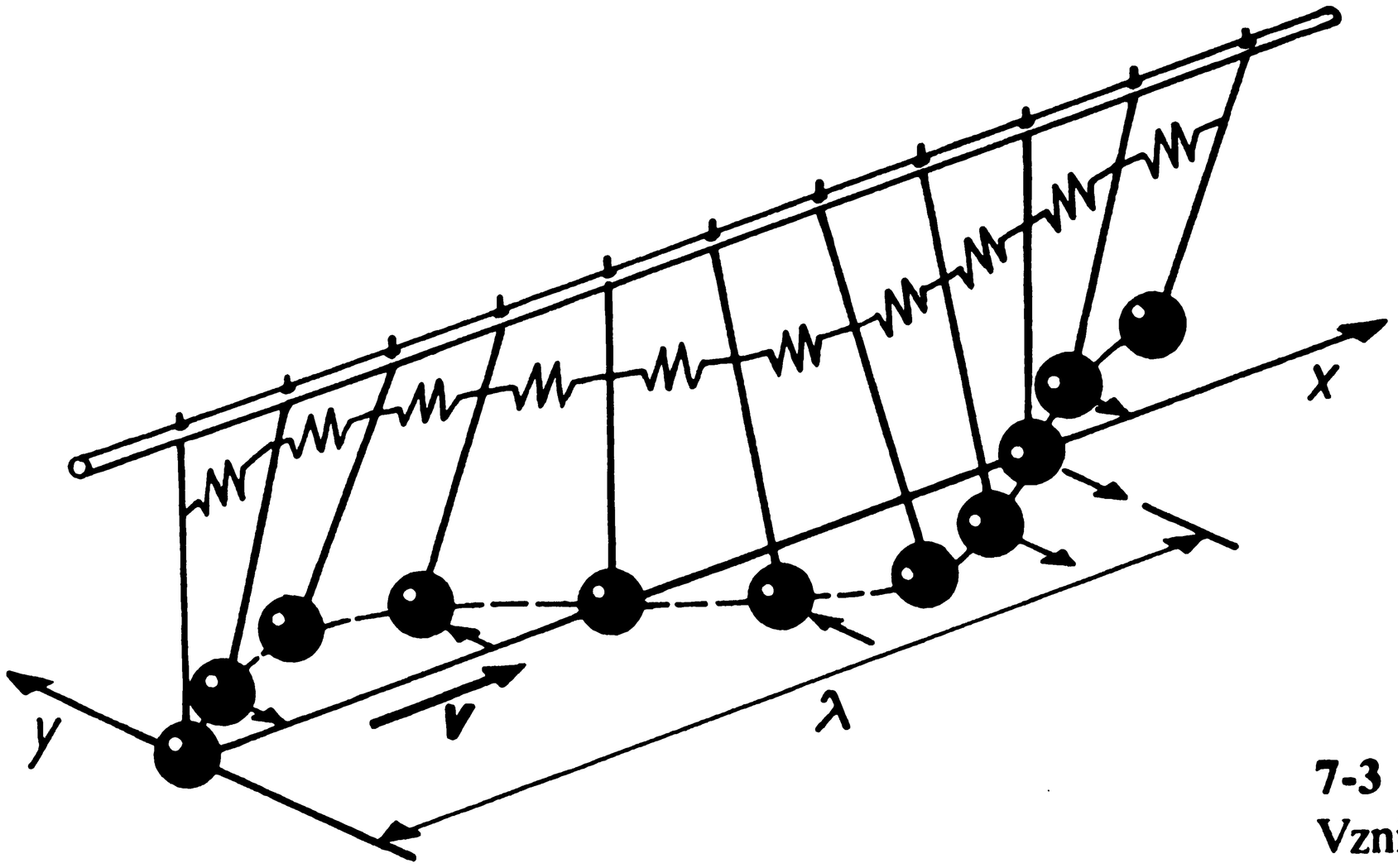
7-2
Model priameho radu hmotných bodov



* Pomôcku na demonštráciu vlnenia založenú na tomto princípe nazývame vlnostroj. Najznámejší je Machov vlnostroj; tvorí ho rad guľôčok zavesených na dvojitých závesoch.

medzi oscilátormi sú znázornené pružinami. Oscilátory kmitajú harmonicky buď v smere kolmom na priamku, pozdĺž ktorej sú rozložené, alebo v smere tejto priamky.

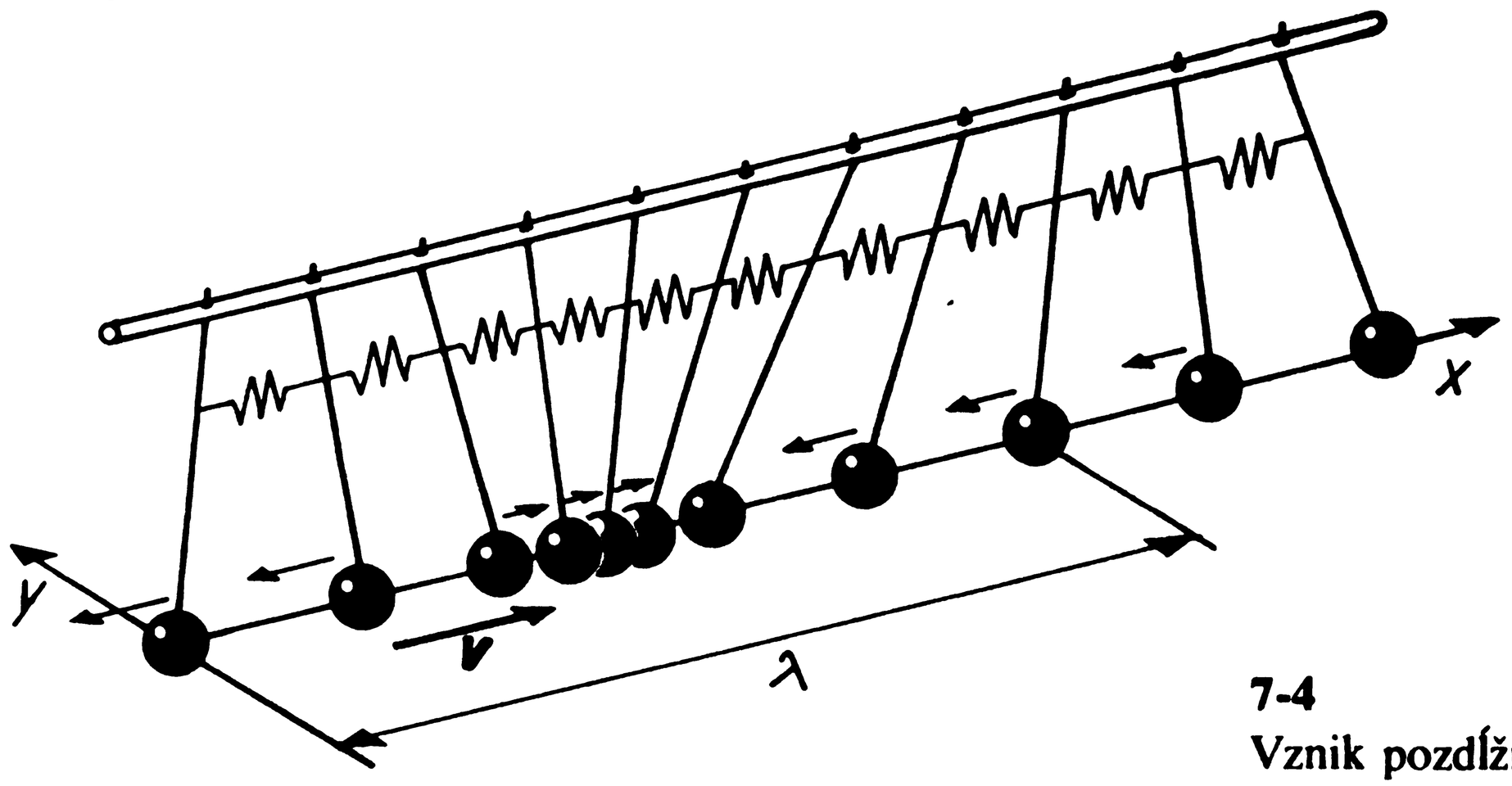
Keď prvé kyvadielko vychýlime v smere osi *y* (obr. 7-3), postupne začnú týmto smerom kmitať i ďalšie kyvadielka. Kmitavý rozruch postupuje radom kyvadielok istou rýchlosťou ***v*** v smere osi *x*. Sústavou kyvadielok sa šíri **postupné vlnenie.**



7-3
Vznik priečneho vlnenia

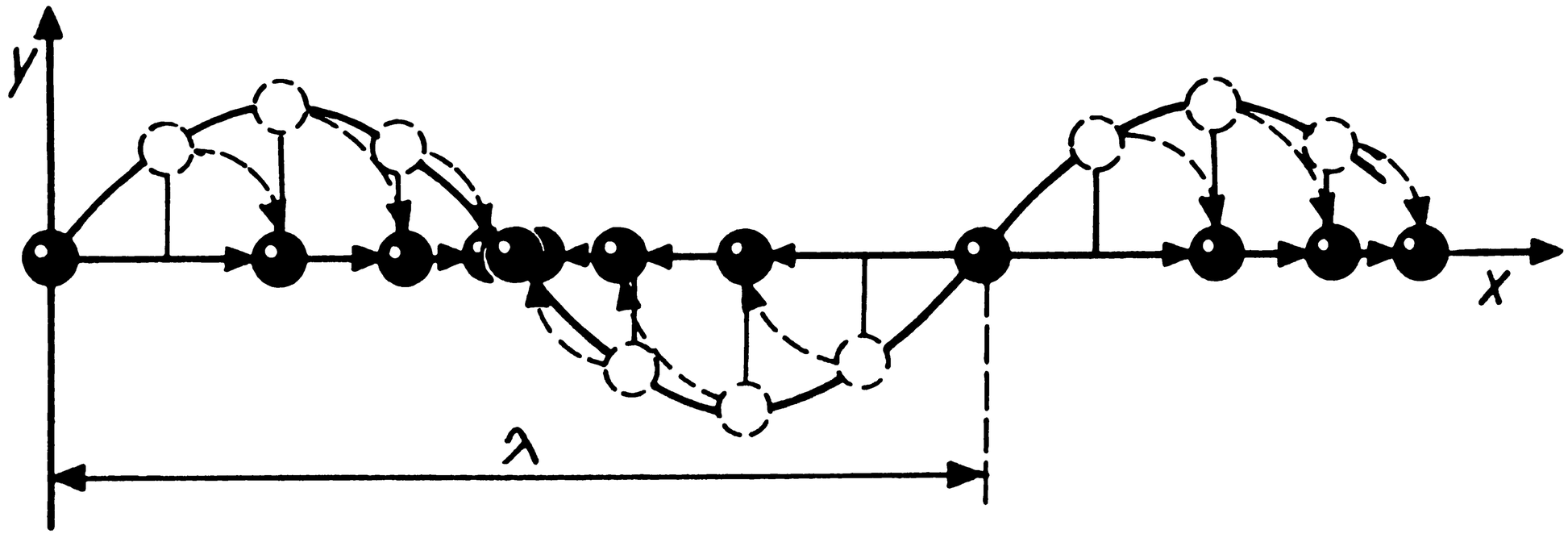
V našom prípade kmitajú oscilátory v jednej rovine a ich amplitúdy sú kolmé na smer, ktorým vlnenie postupuje. Takéto vlnenie nazývame **postupné priečne vlnenie.**

Keď kyvadielka kmitajú v smere osi *x*, t. j. v smere, ktorým vlnenie postupuje, vzniká **postupné pozdĺžne vlnenie** (obr. 7-4). Jednotlivé oscilá-



7-4
Vznik pozdĺžneho vlnenia

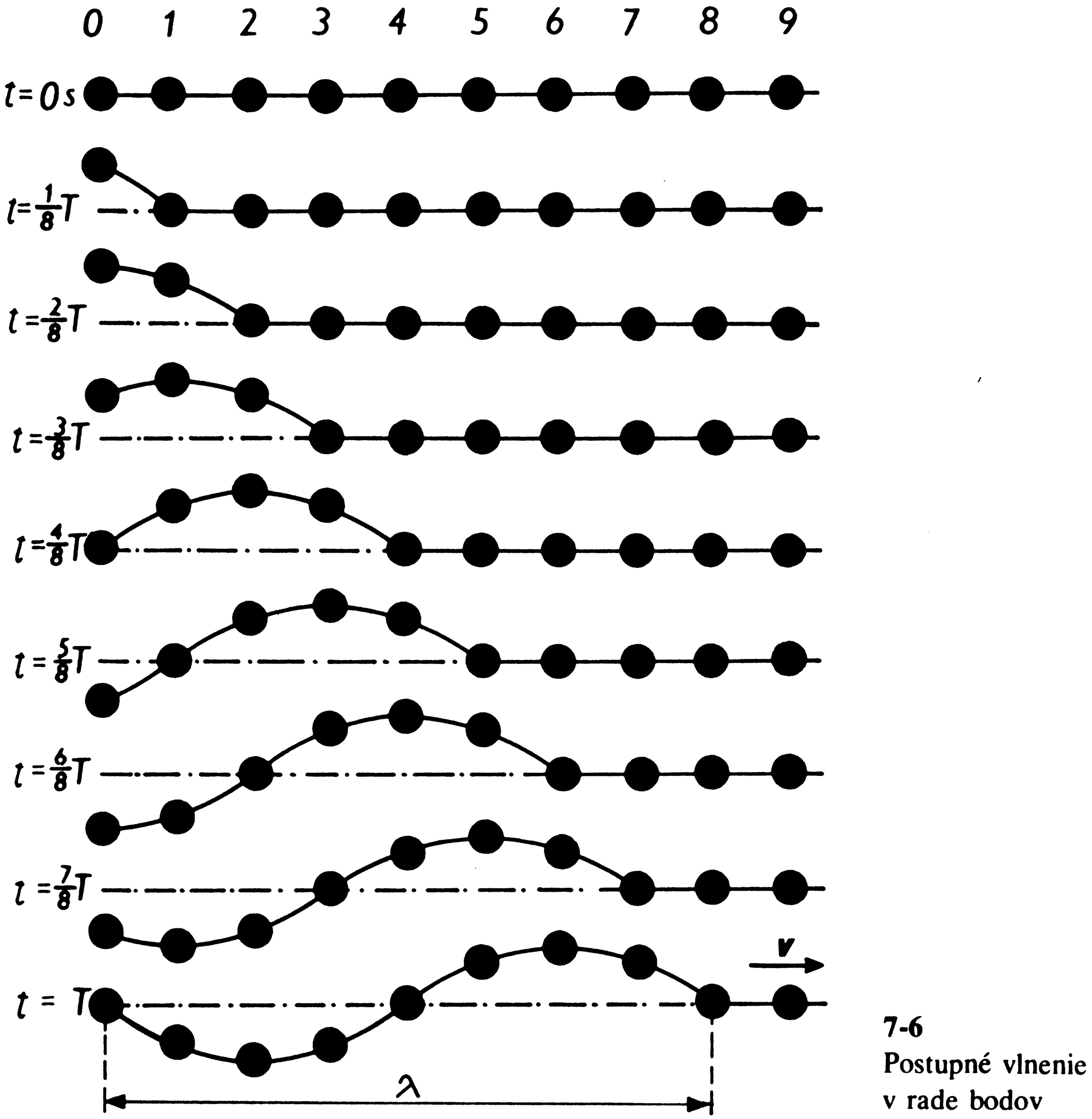
tory kmitajú opäť postupne ako pri priečnom vlnení, ale ich okamžité výchylky ležia v osi x. Môžeme si to predstaviť tak, že okamžité výchylky priečneho vlnenia sklopíme o 90° do pozdĺžneho smeru (obr. 7-5). Vidíme, že pre pozdĺžne vlnenie je charakteristické zhusťovanie a zrieďovanie kmitajúcich bodov okolo miest, v ktorých sú okamžité výchylky bodov nulové. Zhustenie, prípadne zriedenie postupuje rýchlosťou v v smere, ktorým sa vlnenie šíri.



7-5
Postupné pozdĺžne vlnenie

Získané poznatky môžeme zovšeobecniť na pružné prostredie. Častice pružného prostredia môžeme považovať za oscilátory, ktoré sú postupne rozkmitávané pôsobením väzbových síl. Postupné priečne vlnenie vzniká v telesách, ktoré sú pružné pri zmene tvaru (pevné telesá, povrch kvapalín). Postupné pozdĺžne vlnenie vzniká v telesách pružných pri zmene objemu (pevné, kvapalné aj plynné telesá). Vlnenie si v nich môžeme predstaviť ako postupné zhusťovanie a zrieďovanie častíc pružného prostredia.

Opíšeme teraz podrobnejšie, ako sa priečne vlnenie šíri radom bodov. Na obr. 7-6 sú vyznačené okamžité polohy radu bodov, do ktorých sa vlnenie dostane postupne v intervaloch $\frac{1}{8}T$ (T je perióda kmitania bodov). Ak rozruch vyjde zo začiatočného bodu O, postúpi do bodu 1 za $\frac{1}{8}T$, do bodu 2 za $\frac{2}{8}T$, do bodu 3 za $\frac{3}{8}T$ a do bodu 4 za $\frac{4}{8}T$, čiže za polovicu periódy. Za dobu T vykoná bod O celý kmit a vlnenie dospeje do bodu 8.



7-6
Postupné vlnenie v rade bodov

Vzdialenosť, do ktorej vlnenie dospeje za periódu T kmitania zdroja vlnenia (bodu O), nazveme **vlnová dĺžka** λ. Vyjadríme ju vzťahom

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

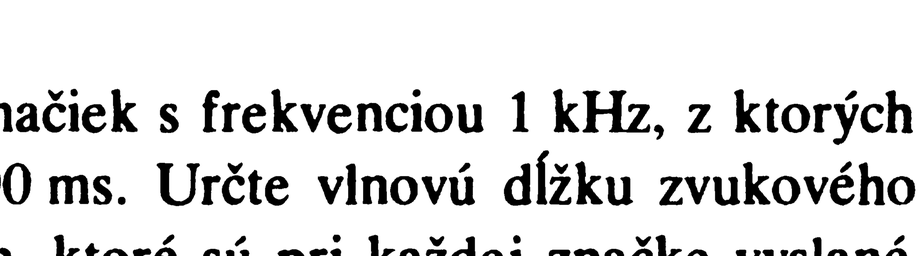
kde f je frekvencia zdroja vlnenia.

Rýchlosť ***v***, ktorou sa vlnenie šíri pružným prostredím, je **fázová rýchlosť vlnenia.** Je to rýchlosť, ktorou sa premiesťuje rovnaká fáza kmitania jednotlivých bodov. Napríklad pri priečnom vlnení sa fázovou rýchlosťou premiesťuje najväčšia výchylka v smere, ktorým vlnenie postupuje. Z tohto hľadiska **je vlnová dĺžka vzdialenosť dvoch najbližších bodov, ktoré kmitajú s rovnakou fázou.**

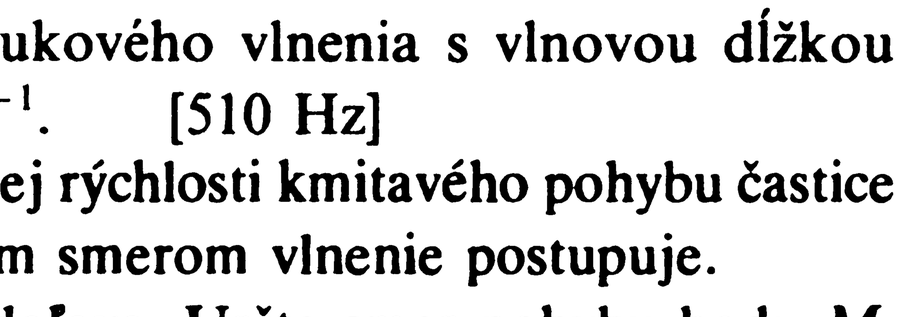
Fázová rýchlosť závisí od vlastností pružného prostredia. Pri telesách, ktorými sa môžu šíriť priečne aj pozdĺžne vlny, majú tieto vlnenia rôznu fázovú rýchlosť.

Úlohy

1. Uveďte príklady vlnenia v rozličných látkach a rozhodnite, či ide o priečne, alebo pozdĺžne vlnenie.
2. Napnutou gumenou hadicou sa kmitavý rozruch šíri rýchlejšie ako hadicou položenou voľne na hladkej podlahe. Vysvetlite.
3. Uvážte, prečo pri búrke najprv vidíme blesk a až neskôr počujeme zvuk hromu.
4. Vysvetlite, prečo vlny na pokojnej vodnej hladine, ktoré vzniknú napr. dopadom kameňa, neodnášajú plávajúce predmety, napr. padnuté lístie.
5. Určte rýchlosť vlnenia, ktoré má vlnovú dĺžku 80 cm a je budené kmitaním s frekvenciou 2 Hz. [1,6 m . s^{-1}]
6. Určte rýchlosť vlnenia v mosadznej tyči, ak pri frekvencii 2,5 kHz vzniká vlnenie s vlnovou dĺžkou 1,36 m. [3 400 m . s^{-1}]
7. Časový signál v rozhlase tvorí šesť zvukových značiek s frekvenciou 1 kHz, z ktorých každá z prvých piatich trvá 100 ms a šiesta 500 ms. Určte vlnovú dĺžku zvukového vlnenia časového signálu a počet zvukových vĺn, ktoré sú pri každej značke vyslané. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je 340 m . s^{-1}. [0,34 m; 100; 500]
8. Určte frekvenciu ladičky, ktorá je zdrojom zvukového vlnenia s vlnovou dĺžkou 67 cm. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je 340 m . s^{-1}. [510 Hz]
9. Na obr. 7-7 je znázornená veľkosť a smer okamžitej rýchlosti kmitavého pohybu častice *M* pri postupnom priečnom vlnení. Určte, ktorým smerom vlnenie postupuje.
10. Postupná priečna vlna na obr. 7-8 sa pohybuje doľava. Určte smer pohybu bodu *M*.



7-7
K úlohe 9



7-8
K úlohe 10

7.2 Rovnica postupnej vlny

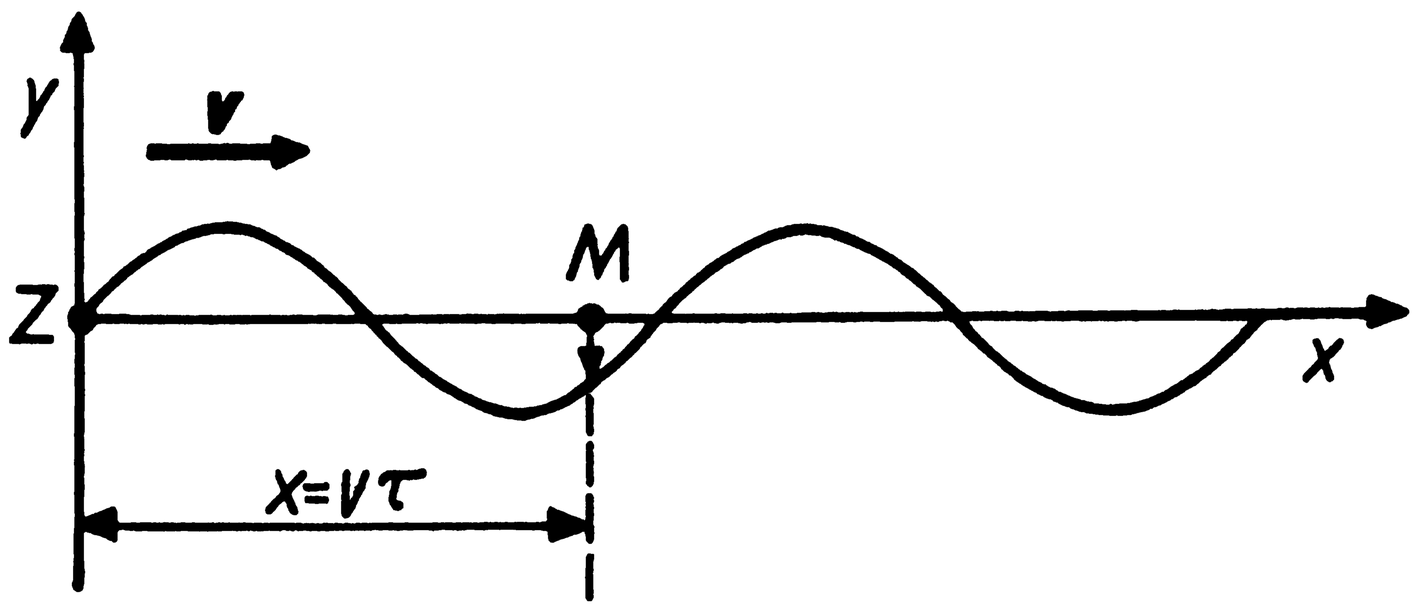
Vlnenie opíšeme vzťahom, ktorý umožňuje určiť okamžitú výchylku y každého bodu radu v ľubovoľnom časovom okamihu. Výchylka ľubovoľného bodu radu závisí od vzdialenosti x od zdroja vlnenia a od času t. Presvedčili sme sa o tom pri pozorovaní vlnenia na vodnej hladine alebo vlnenia v rade kyvadielok.

Vieme už, že kmitavý pohyb opisuje rovnica

$$y = y_m \sin \omega t \qquad (7.1)$$

v ktorej y je okamžitá výchylka hmotného bodu v čase t.

Uvažujme, že radom hmotných bodov sa šíri postupné vlnenie zo zdroja Z, ktorý harmonicky kmitá podľa rovnice (7.1). Ak sa vlnenie šíri fázovou rýchlosťou v, tak do bodu M vo vzdialenosti x od zdroja sa vlnenie dostane za dobu $\tau = \frac{x}{v}$ (obr. 7-9). Znamená to, že kmitanie bodu M bude



7-9
K odvodeniu rovnice postupnej vlny

mať rovnakú okamžitú výchylku ako zdroj Z o dobu τ neskôr. Okamžitú výchylku bodu M určuje vzťah

$$y = y_m \sin \omega(t - \tau) = y_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Dosadením $\omega = \frac{2\pi}{T}$ a použitím $\lambda = vT$ dostaneme rovnicu postupnej vlny pre rad bodov

$$\boxed{y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)} \qquad (7.2)$$

Rovnica postupnej vlny opisuje vlnenie, ktoré sa šíri homogénnym prostredím zo zdroja kmitajúceho harmonicky. Keďže o stratách mechanickej energie, ktorá sa prenáša vlnením, neuvažujeme, amplitúda y_m všetkých bodov je rovnaká a vlnenie je netlmené. Veličina $2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ je fáza vlnenia. Keby vlnenie postupovalo v zápornom smere osi x (vľavo od zdroja vlnenia), vo výraze pre fázu by bolo znamienko +. Rovnica (7.2) platí pre priečne aj pozdĺžne vlnenie.

Rozdiel medzi kmitaním a vlnením je zrejmý z porovnania rovníc (7.1) a (7.2). Veličiny, ktorými opisujeme kmitanie, sú len funkciami času; veličiny vlnenia sú funkciami času aj miesta (t, x). Napríklad okamžitá výchylka bodu závisí nielen od času, ale aj od polohy bodu. Vlnenie je dej periodický v čase i priestore.

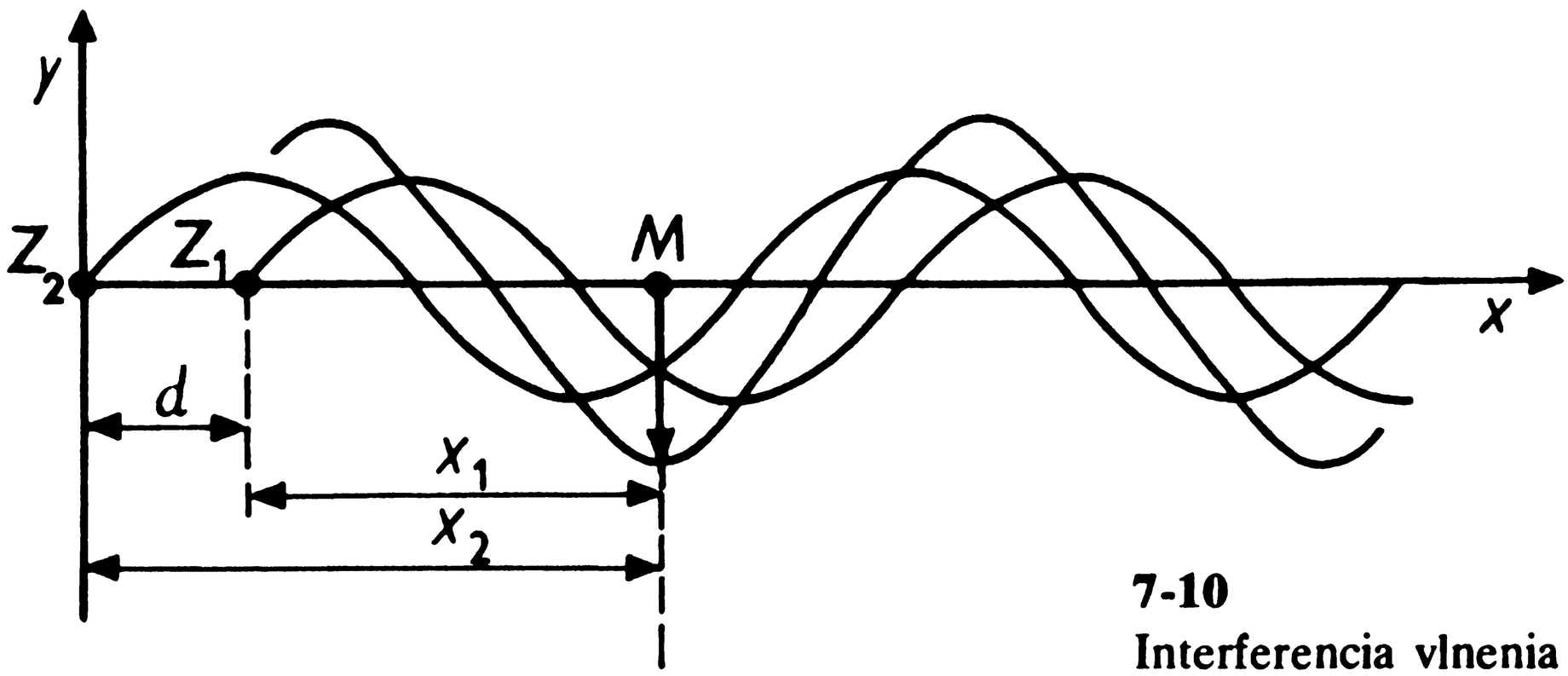
7.3 Interferencia vlnenia

Dosiaľ sme sa zaoberali vlnením, ktoré sa šírilo radom bodov z jediného zdroja. Ak sa pružným prostredím šíria dve alebo viac vlnení rovnakého druhu, šíria sa navzájom nezávisle. V miestach, kde sa vlnenia prekrývajú, prebieha skladanie vlnenia, nastáva jeho zosilnenie alebo zoslabenie, no obe vlnenia postupujú ďalej, akoby sa šírili samostatne.

Keď hodíme do vody súčasne dva kamene, vzniknú kruhové vlny, ktoré sa navzájom prekryjú, prejdú jedna cez druhú a pokračujú tak, akoby sa vôbec nestretli. V miestach, kde sa vlnenia prekrývajú, má amplitúda vlnenia rôznu veľkosť. Nastáva tu skladanie, čiže **interferencia vlnenia.** Interferencia vlnenia sa prejavuje tak, že výsledný kmitavý pohyb hmotných bodov prostredia je určený superpozíciou kmitaní vyvolaných vlnením. V miestach, kde sa vlnenia prekrývajú, kmitajú jednotlivé body s väčšou alebo menšou amplitúdou ako inde.

Rôzne prípady interferencie vlnenia sú všeobecne veľmi zložité. Interferujúce vlnenia sa totiž môžu odlišovať vlnovou dĺžkou, amplitúdou, fázou i smerom šírenia. Preto sa obmedzíme len na základný prípad interferencie dvoch vlnení s rovnakou vlnovou dĺžkou a amplitúdou, ktoré postupujú radom bodov s rovnakou fázovou rýchlosťou a rovnakým smerom.

Uvažujme, že zdroje vlnenia Z_1 a Z_2 (obr. 7-10) ležia v jednej priamke a kmitajú s rovnakou začiatočnou fázou. Každé vlnenie môžeme opísať rovnicou (7.2). Vo vzdialenosti x od zdroja vlnenia bude v čase $t = 0$ s fáza vlnenia $\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}$.



7-10
Interferencia vlnenia v rade bodov

Pre fázy vlnení, ktoré sa do uvažovaného bodu M dostanú zo zdrojov Z_1 a Z_2, platí

$$\omega t - \varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) \quad \text{a} \quad \omega t - \varphi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

V ľubovoľnom bode radu majú obidve vlnenia konštantný **fázový rozdiel**

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda} d \qquad (7.3)$$

Výraz $d = (x_2 - x_1)$ označíme ako **dráhový rozdiel.** Je to vlastne vzdialenosť dvoch bodov, v ktorých majú obidve vlnenia rovnakú fázu. Vidíme, že fázový rozdiel vlnení v uvažovanom bode je priamo úmerný dráhovému rozdielu. Ak je fázový rozdiel dvoch interferujúcich vlnení konštantný (to znamená, že nezávisí od času), sú obidve **vlnenia koherentné** (z lat. *cohaerere* — súvisieť s niečím).

Obrázok 7-10 znázorňuje interferenciu dvoch vlnení, medzi ktorými je konštantný fázový rozdiel. Priebeh výslednej vlny určíme grafickým sčítaním okamžitých výchyliek v jednotlivých bodoch osi x. Postup je podobný ako pri superpozícii kmitania (pozri stať 3.6). Vidíme, že interferenciou vzniká výsledné vlnenie s rovnakou vlnovou dĺžkou, ale s rozličnou amplitúdou.

Osobitný prípad nastane, keď dráhový rozdiel sa rovná párnemu počtu polvĺn (obr. 7-11a)

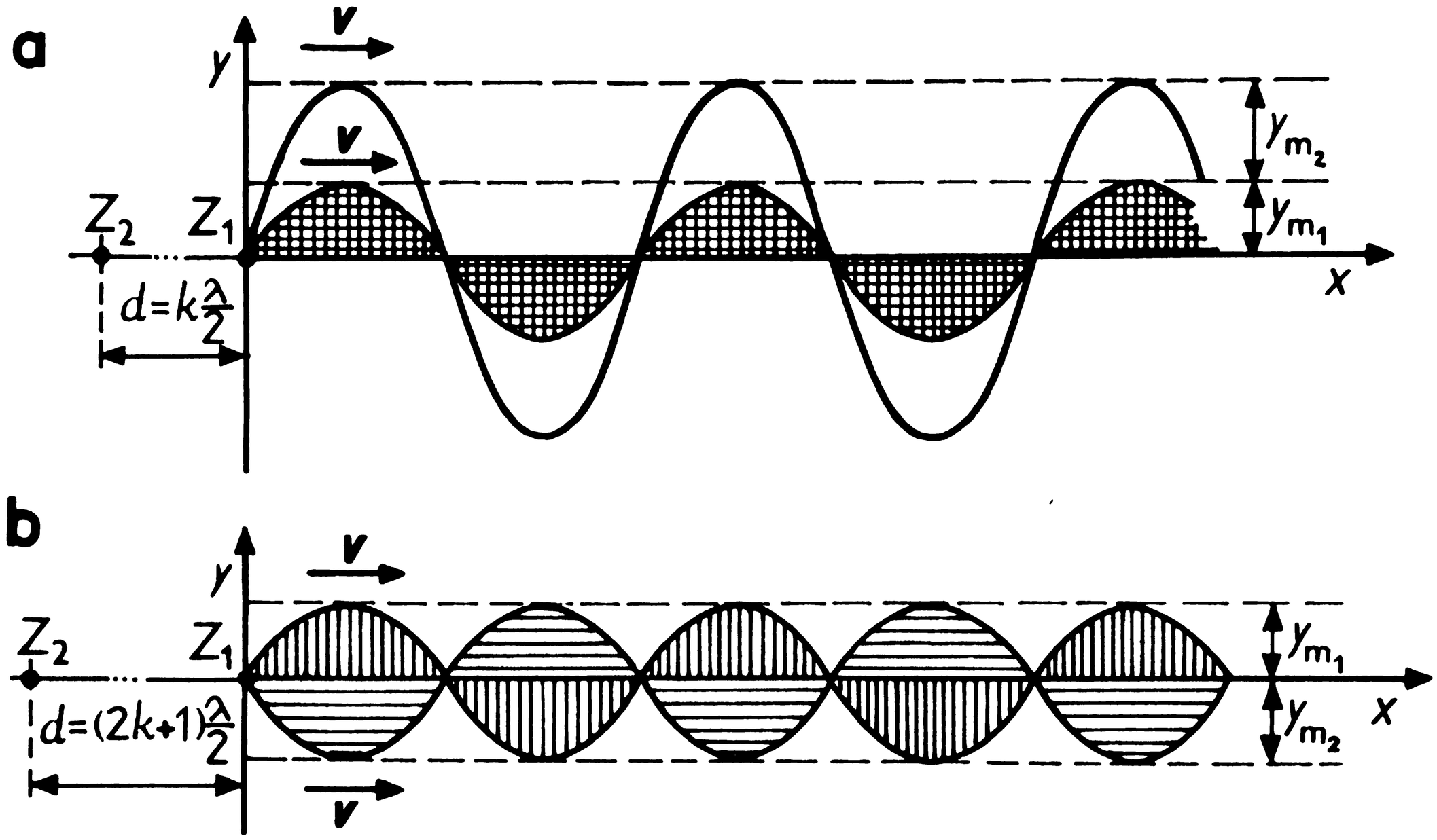
$$d = 2k\frac{\lambda}{2}$$

kde $k = 0, 1, 2, \ldots$. Interferujúce vlnenia sa v každom bode stretávajú s rovnakou fázou. Vzniká vlnenie s dvojnásobnou amplitúdou. Keď amplitúdy nie sú rovnaké, výsledná amplitúda sa rovná ich súčtu ($y_m = y_{m_1} + y_{m_2}$).

Keď sa dráhový rozdiel rovná nepárnemu počtu polvĺn, teda celému počtu vĺn (obr. 7-11b)

$$d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

kde $k = 0, 1, 2, \ldots$, stretávajú sa vlnenia v každom bode s opačnou fázou a navzájom sa rušia. Amplitúda výsledného vlnenia sa rovná nule, prípadne absolútnej hodnote rozdielu amplitúd zložiek ($y_m = |y_{m1} - y_{m2}|$).



7-11
Interferencia vlnenia a) s rovnakou fázou, b) s opačnou fázou

Z predchádzajúcich výsledkov je zrejmé, že **výsledná amplitúda pri interferencii dvoch rovnakých vlnení je najväčšia v miestach, v ktorých sa**

obidve vlnenia stretávajú s rovnakou fázou a najmenšia v miestach, v ktorých majú obidve vlnenia opačnú fázu.

Jav interferencie je pre vlnenie charakteristický. V ďalšom učive sa vyskytne v rôznych formách. Interferencia je často dôležitým kritériom pri rozhodnutí, či má fyzikálny jav vlnovú podstatu.

Úlohy

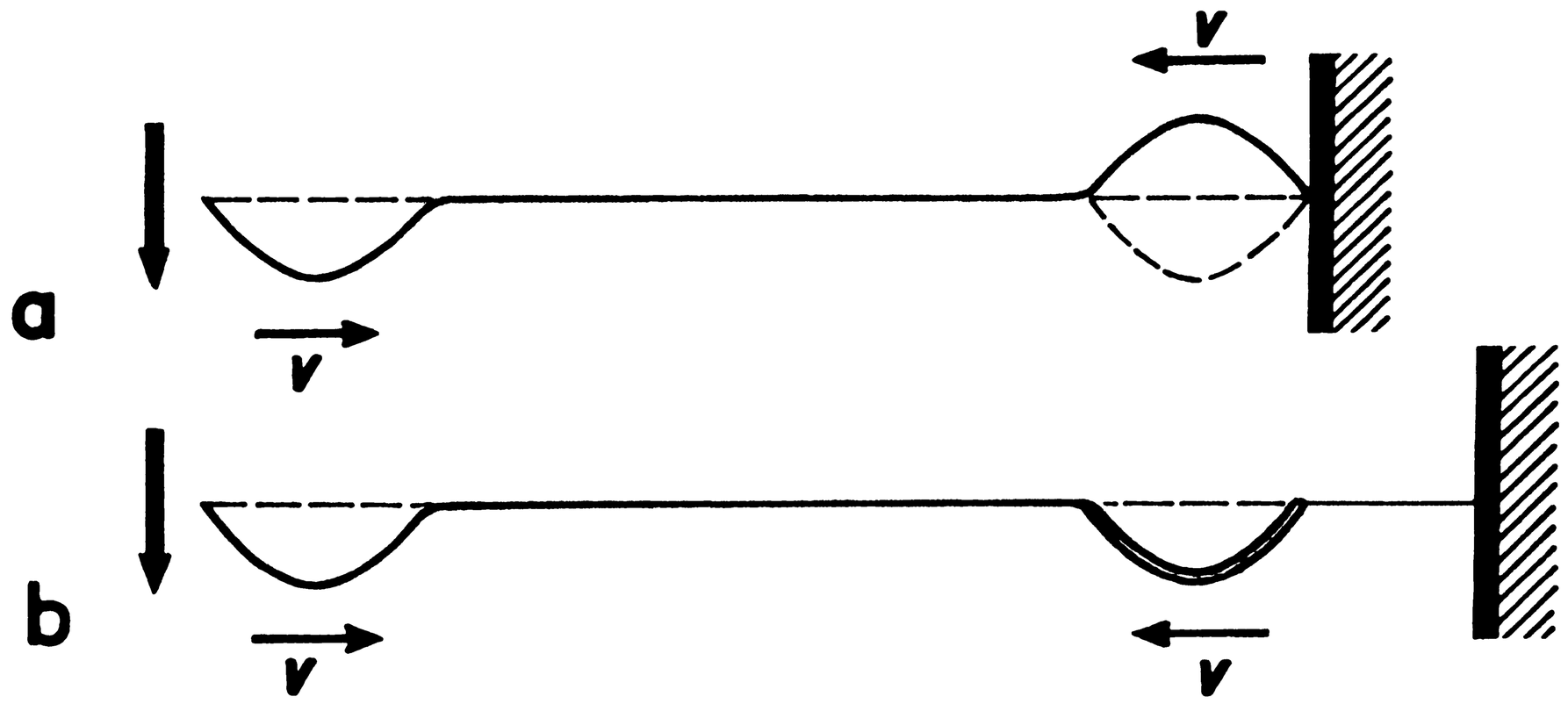
1. Priečne vlnenie s vlnovou dĺžkou 5 cm postupuje radom bodov. Zdroj vlnenia kmitá s amplitúdou výchylky 5 cm a s frekvenciou 2 Hz. Napíšte: a) rovnicu postupnej vlny, b) rovnicu kmitavého pohybu bodu vo vzdialenosti 8 cm od zdroja vlnenia.
2. Postupné mechanické vlnenie opisuje rovnica $y = 0{,}1 \sin 2\pi(5t - 0{,}3x)$. Určte amplitúdu výchylky vlnenia, vlnovú dĺžku a fázovú rýchlosť vlnenia. [0,1 m; 0,3 m; 1,5 m . s^{-1}]
3. Zdroje rovnakého vlnenia Z_1 a Z_2 (obr. 7-10) sú vo vzájomnej vzdialenosti 0,5 m. Obidva zdroje kmitajú s rovnakou frekvenciou 170 Hz a s rovnakou začiatočnou fázou. Rýchlosť zvukového vlnenia je 340 m . s^{-1}. Určte fázový rozdiel vlnení v bode M. $\left[\frac{\pi}{2}\text{ rad};\right.$ nezávisí od polohy bodu $M$$\left.\right]$
4. Zdroj Z_2 v úlohe 3 posunieme doľava do takej vzdialenosti od zdroja Z_1, že výsledné vlnenie v bode M má amplitúdu výchylky: a) maximálnu; b) minimálnu. Určite vzájomnú vzdialenosť zdrojov vlnenia v obidvoch prípadoch. [a) 2 m; b) 1 m]

7.4 Odraz vlnenia v rade bodov

Doteraz sme sa zaoberali len vlnením, ktoré postupovalo neobmedzeným radom hmotných bodov, spojených pružnou väzbou. Tento rad však býva často obmedzený. Preto sa budeme zaoberať dejmi, ktoré nastanú, keď vlnenie dospeje na koniec radu.

Aby sme si o týchto dejoch utvorili lepšiu predstavu, urobíme dva pokusy. K pevnej prekážke pripevníme jeden koniec asi 3 m dlhej gumenej hadice a druhý koniec držíme v ruke (obr. 7-12a). Ak kmitneme začiatkom hadice, vznikne dol, ktorý sa pohybuje pozdĺž hadice k prekážke. Tu sa odráža a postupuje späť k ruke ako vrch. Ak hadicu k pevnej prekážke pripevníme ľahkým pružným vláknom (obr. 7-12b) a po napnutí pokus opakujeme, na voľnom konci sa dol odráža a vracia sa späť ako dol.

Z pokusov môžeme usúdiť, ako bude prebiehať podobný dej v rade hmotných bodov v pružnom prostredí. Ak sa vlnenie dostane radom



7-12
Odraz vlnenia a) na pevnom konci, b) na voľnom konci

bodov až ku krajnému bodu, ktorý je na okolné prostredie viazaný pevnejšie ako body radu, vlnenie postupuje radom bodov späť. Má rovnakú vlnovú dĺžku, ale jeho fáza sa zmení o π. **Na pevnom konci nastáva odraz vlnenia s opačnou fázou.**

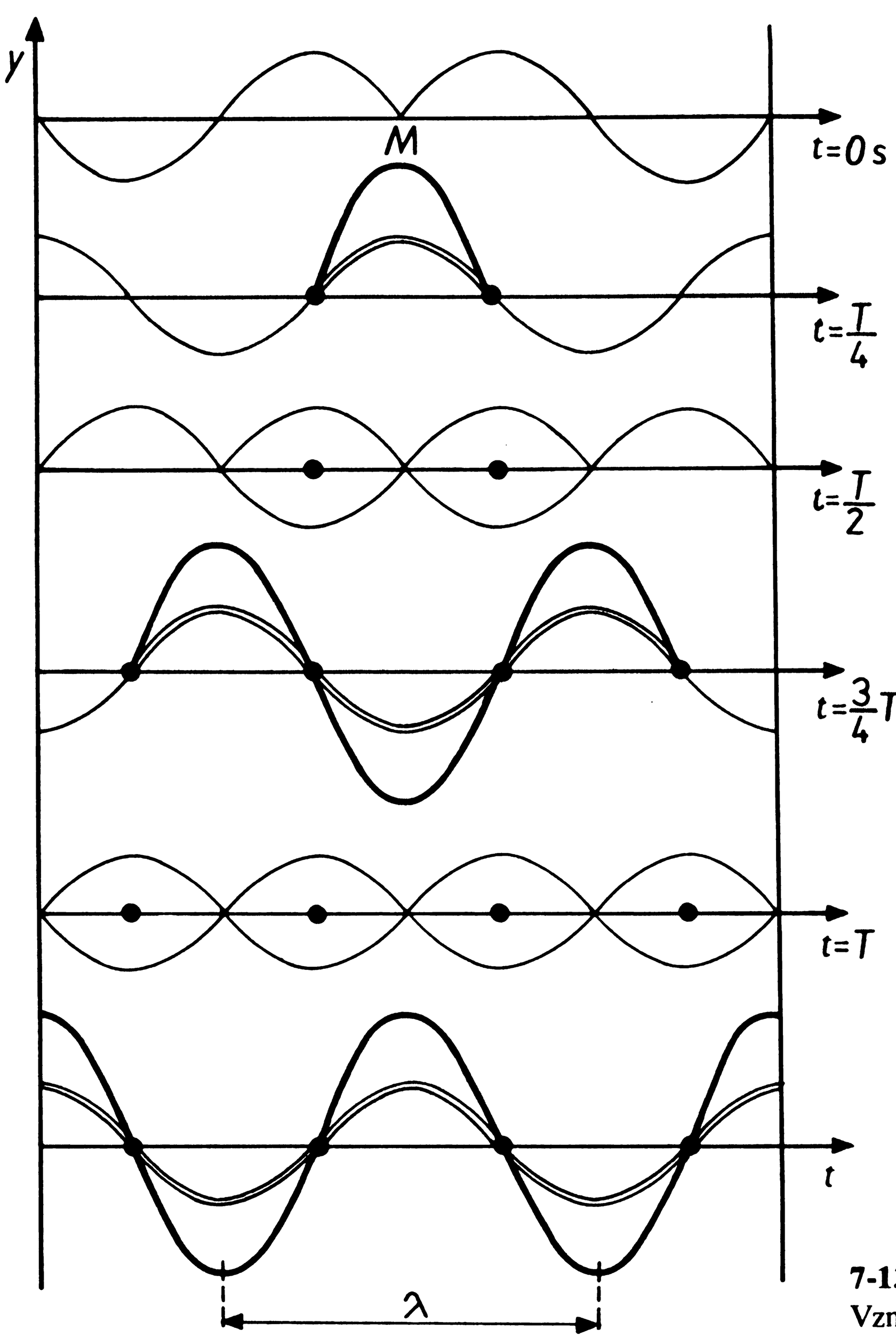
Keď sa rad končí voľným bodom, ktorý je s okolným prostredím viazaný slabšie ako s bodmi radu, vlnenie sa od koncového bodu vracia bez zmeny fázy. **Na voľnom konci nastáva odraz vlnenia s rovnakou fázou.**

Podobné javy ako na pevnom a voľnom konci nastávajú aj pri prechode vlnenia rozhraním dvoch prostredí, v ktorých má vlnenie rozličnú rýchlosť. Keď označíme rýchlosť vlnenia v prvom prostredí v_1 a v druhom v_2 a ak $v_2 < v_1$, nastáva na rozhraní obidvoch prostredí odraz s opačnou fázou. Keď $v_2 > v_1$, odráža sa vlnenie na rozhraní s rovnakou fázou.

7.5 Stojaté vlnenie

Pri vysvetľovaní odrazu vlnenia sme pozorovali pohyb jednej výchylky radom bodov. Teraz sa budeme zaoberať prípadom, keď začiatočný bod radu kmitá harmonicky. Budeme napríklad rozkmitávať ľavý koniec pružného vlákna, ktoré je na pravom konci upevnené. Vlnenie postupuje od ľavého konca k pravému, kde sa odráža s opačnou fázou a vracia sa späť. Znamená to, že pružným prostredím postupujú proti sebe dve vlnenia s rovnakou amplitúdou výchylky a s rovnakou vlnovou dĺžkou. Toto vlnenie nazveme *priame vlnenie* a *odrazené vlnenie.*

Každý bod vlákna teda koná kmitavý pohyb, ktorý vznikol superpozíciou okamžitých výchyliek obidvoch vlnení. Priebeh tohto deja si objasníme pomocou obr. 7-13. Vznik výsledného vlnenia budeme pozorovať v bode M, v ktorom sa obidve vlnenia stretnú s rovnakou fázou. Okamih stretnutia budeme považovať za začiatočný ($t = 0$ s), okamžitá výchylka y_M bodu M sa bude rovnať nule ($y_M = 0$ m).



7-13
Vznik stojatého vlnenia

Za čas $t = \frac{T}{4}$ sa priame vlnenie posunulo o $\frac{\lambda}{4}$ vpravo a odrazené vlnenie o $\frac{\lambda}{4}$ vľavo. V bode M majú potom obidve vlnenia amplitúdu výchylky $y_M = 2y_m$. V čase $t = \frac{T}{2}$ majú obidve vlnenia nulovú okamžitú výchylku, $y_M = 0$ m. Pre čas $t = \frac{3}{4}T$ nájdeme podobne, že $y_M = -2y_m$.

Vidíme, že v bode M sa priame a odrazené vlnenie stretáva v každom okamihu s rovnakou fázou. Bod M kmitá harmonicky s amplitúdou výchylky $y_M = 2y_m$. Podobne kmitajú aj ďalšie body vo vzdialenostiach $\pm k\frac{\lambda}{2}$ od bodu M ($k = 1, 2, 3, \ldots$).

Súčasne vidíme, že v niektorých bodoch má priame a odrazené vlnenie stále opačnú fázu, amplitúda výchylky je teda nulová. Tieto body sú v pokoji. Ostatné body kmitajú harmonicky, ale s amplitúdou výchylky menšou ako $2y_m$.

Zložením priameho a odrazeného vlnenia vzniká nový druh vlnenia, pri ktorom jednotlivé body kmitajú s rozličnou amplitúdou výchylky, ktorá je pre daný bod konštantná. Tento druh vlnenia nazývame **stojaté vlnenie.** V bodoch, v ktorých kmitanie dosahuje najväčšiu amplitúdu výchylky, sú **kmitne** stojatého vlnenia. V bodoch, ktoré sú trvalo v pokoji, sú **uzly** stojatého vlnenia. Poloha kmitní a uzlov sa nemení. Vzdialenosť susedných kmitní, príp. susedných uzlov sa rovná polovici vlnovej dĺžky $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ stojatého vlnenia. Polohy kmitní a uzlov sú navzájom posunuté o $\frac{\lambda}{4}$.

Medzi postupným a stojatým vlnením sú podstatné rozdiely:

1. Pri postupnom vlnení kmitajú všetky body radu hmotných bodov s rovnakou amplitúdou, ale s rozličnou fázou, t. j. každý nasledujúci bod dosahuje rovnakú výchylku ako bod predchádzajúci. Fáza vlnenia sa šíri fázovou rýchlosťou. Postupným vlnením sa prenáša mechanická energia.

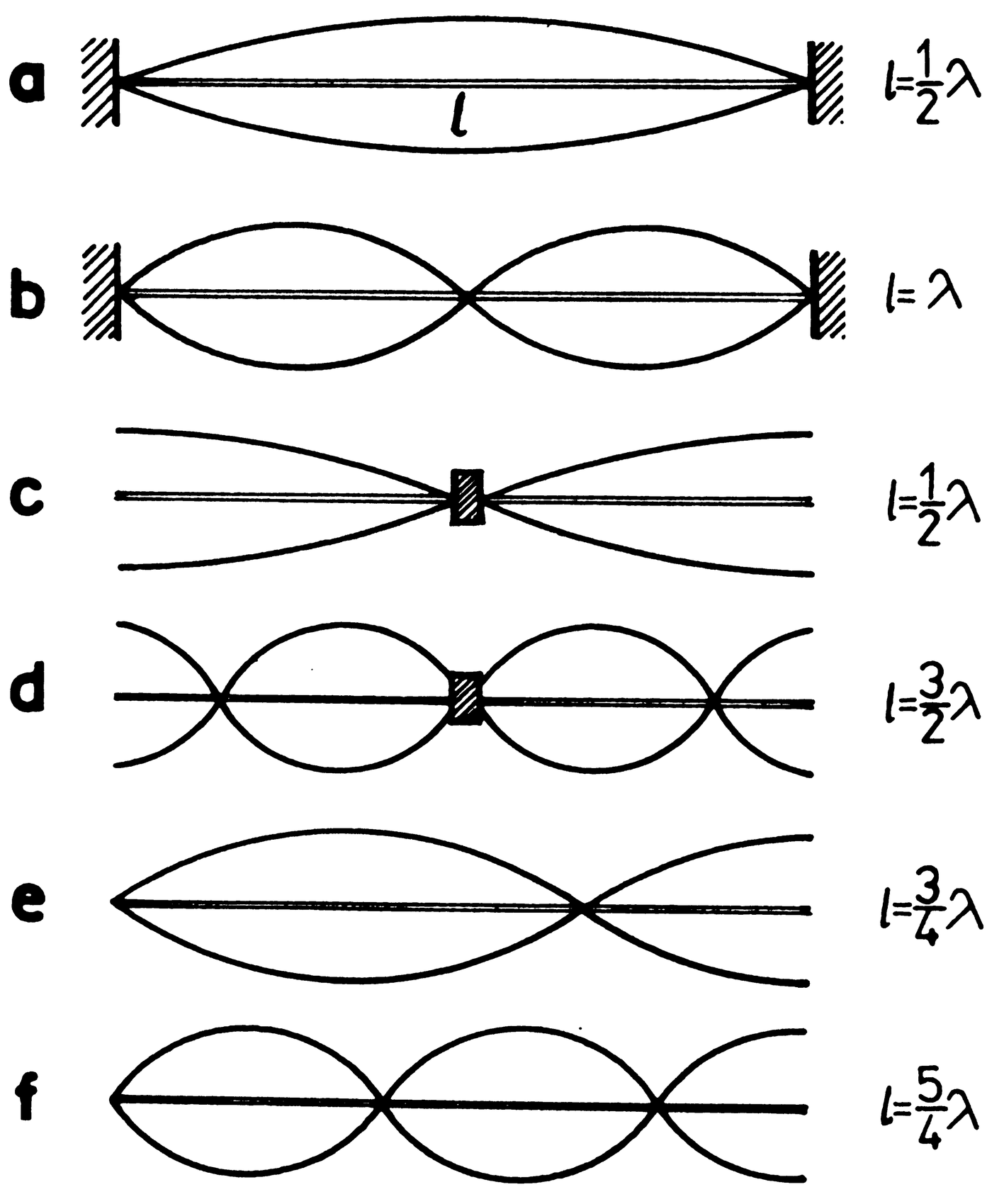
2. Pri stojatom vlnení kmitajú všetky body medzi dvoma uzlami s rovnakou fázou, ale s rozličnou amplitúdou výchylky, ktorá závisí od polohy hmotného bodu. Stojatým vlnením sa energia neprenáša, nastáva

len periodická zmena potenciálnej energie pružnosti na kinetickú energiu hmotných bodov.

7.6 Chvenie mechanických sústav

Výrazné stojaté vlnenie vzniká vtedy, keď je prostredie ohraničené z obidvoch strán. Vlnenie sa odráža na obidvoch rozhraniach. Zo state 7.4 vieme, že na pevnom konci sa fáza vlnenia mení na opačnú, ale na voľnom konci sa nemení. Pri stojatom vlnení sa to prejaví tak, že na pevnom konci bude vždy uzol vlnenia, kým na voľnom konci bude kmitňa vlnenia.

Uvažujme o deji, ktorý vzniká rozkmitaním pružného vlákna, napr. struny hudobného nástroja. Keďže sú konce vlákna pevné, vzniká v nich uzol a sú stále v pokoji. Ostatné body vlákna kmitajú s rozličnou amplitúdou výchylky; na vlákne vzniká polovica vlnovej dĺžky stojaté-



7-14
Chvenie mechanickej sústavy

ho vlnenia (obr. 7-14a). Keď má vlákno dĺžku l, platí

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

Stojaté vlnenie pružného vlákna môžeme vzbudiť aj tak, že na vlákne vznikne celá vlna (obr. 7-14b) pri zachovaní podmienky, že na pevných koncoch vznikajú uzly. Podobne môžeme na vlákne utvoriť aj ďalšie stojaté vlny. Zovšeobecnením tejto úvahy dospejeme k záveru, že na vlákne upevnenom na obidvoch koncoch môže vzniknúť stojaté vlnenie, ak je splnená podmienka

$$l = k\,\frac{\lambda}{2}$$

kde $k = 1, 2, 3, \ldots$.

Keďže rýchlosť vlnenia v vo vlákne je konštantná, vznikne v ňom stojaté vlnenie pri **základnej frekvencii**

$$f_z = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$$

a pri všetkých frekvenciách vyjadrených vzťahom

$$f_k = kf_z$$

kde $k = 1, 2, 3, \ldots$. Frekvencie, pri ktorých $k > 1$, nazývame *harmonické frekvencie.*

Podobné deje vznikajú aj pri rozkmitaní tyčí alebo vzduchových stĺpcov a pod. Stojaté vlnenie v tyči, ktorá je uprostred upevnená, znázorňuje obr. 7-14c, d. Obr. 7-14e, f znázorňuje prípad, keď je jeden koniec tyče, prípadne vzduchového stĺpca pevný, druhý voľný.

Na predchádzajúcich prípadoch sme ukázali, že v pružných telesách môže vzniknúť stojaté vlnenie iba s istými frekvenciami, ktoré sú určené rozmermi telesa, rýchlosťou vlnenia v materiáli, z ktorého je teleso vyrobené a spôsobom upevnenia telesa. Takéto stojaté vlnenie v telesách nazývame **chvenie.**

Chvenie je charakteristické pre telesá v tvare tyčí, vzduchových stĺpcov,

platní a pod.* Tieto telesá môžeme považovať za mechanické oscilátory. Od oscilátorov opísaných v kapitole 3 sa odlišujú tým, že nemajú len jedinú frekvenciu vlastného kmitania, ale že okrem základnej frekvencie môžu kmitať s mnohými harmonickými frekvenciami. Ich chvenie sa spája s periodickými premenami energie.

Chvenie sa vyskytuje najmä pri zdrojoch zvuku, napr. pri hudobných nástrojoch, ale aj pri tzv. *rezonátoroch.* Sú to telesá, ktoré sa rozkmitajú pri dopade vlnenia. Ak má dopadajúce vlnenie frekvenciu zodpovedajúcu základnej alebo harmonickej frekvencii rezonátora, rezonátor sa rozkmitá. Vznikne v ňom chvenie s veľkou amplitúdou a nastáva rezonančné zosilnenie pôvodného vlnenia. Túto funkciu plní aj ústna dutina, ktorá zosilňuje zvuk vznikajúci chvením hlasiviek pri reči alebo speve.

Úlohy

1. Odvoďte vzťah pre základnú a vyššie harmonické frekvencie pružnej tyče, ktorá a) je upevnená uprostred; b) má jeden koniec pevný, druhý voľný. $\left[(2k-1)\frac{v}{2l};\ (2k-1)\frac{v}{4l}\right]$
2. S akými frekvenciami môže kmitať tyč upevnená v dvoch bodoch vzdialených o $\frac{l}{4}$ dĺžky tyče od jej koncov? $\left[(2k-1)\frac{v}{l}\right]$
3. V ktorom mieste musíme stlačiť husľovú strunu, aby vznikol tón o oktávu vyšší (s dvojnásobnou frekvenciou) ako tón so základnou frekvenciou?

7.7 Vlnenie v izotropnom prostredí

V predchádzajúcom učive sme sa zaoberali šírením mechanického vlnenia v rade hmotných bodov. Teraz rozšírime poznatky o vlnových dejoch na celý priestor. Kvôli jednoduchosti budeme uvažovať o prostredí, v ktorom je fázová rýchlosť vlnenia vo všetkých smeroch rovnaká.

---

* Chvenie plošných objektov (dosiek, membrán, fólií a pod.) je veľmi zložité. Namiesto uzlov sa na ploche dosiek tvoria súmerne rozložené uzlové čiary, ktoré môžeme zviditeľniť posypaním dosky napr. jemným pieskom. Piesok utvorí zaujímavé tzv. Chladniho obrazce.

Znamená to, že dané prostredie má vo všetkých smeroch rovnaké fyzikálne vlastnosti. Také prostredie nazývame **izotropné prostredie.**

Za izotropné prostredie môžeme považovať napr. vodnú hladinu. Zo skúsenosti vieme, že vlnenie sa šíri z miesta dopadu kameňa v tvare sústredných kružníc. To dokazuje, že fázová rýchlosť vlnenia je vo všetkých smeroch rovnaká a kruhová vlna má za čas t od vzniku vlnenia polomer $r = vt$. Všetky body vlny, ktoré ležia na kružnici, kmitajú s rovnakou fázou.

Vo vzduchu sa vlnenie šíri podobne. Body, do ktorých sa vlnenie dostane z bodového zdroja vlnenia, ležia na guľovej ploche; nazývame ju **vlnoplocha.** Smer šírenia vlnenia v danom bode určuje kolmica na vlnoplochu, ktorá sa nazýva **lúč.**

Keď je zdroj vlnenia rovinný, prípadne ak je vo veľkej vzdialenosti, vlnoplocha má tvar roviny. Je to **rovinná vlnoplocha.** V tomto prípade sú lúče navzájom rovnobežné.

Vlnoplocha postupného vlnenia je množina bodov, v ktorých má vlnenie v istom časovom okamihu rovnakú fázu.

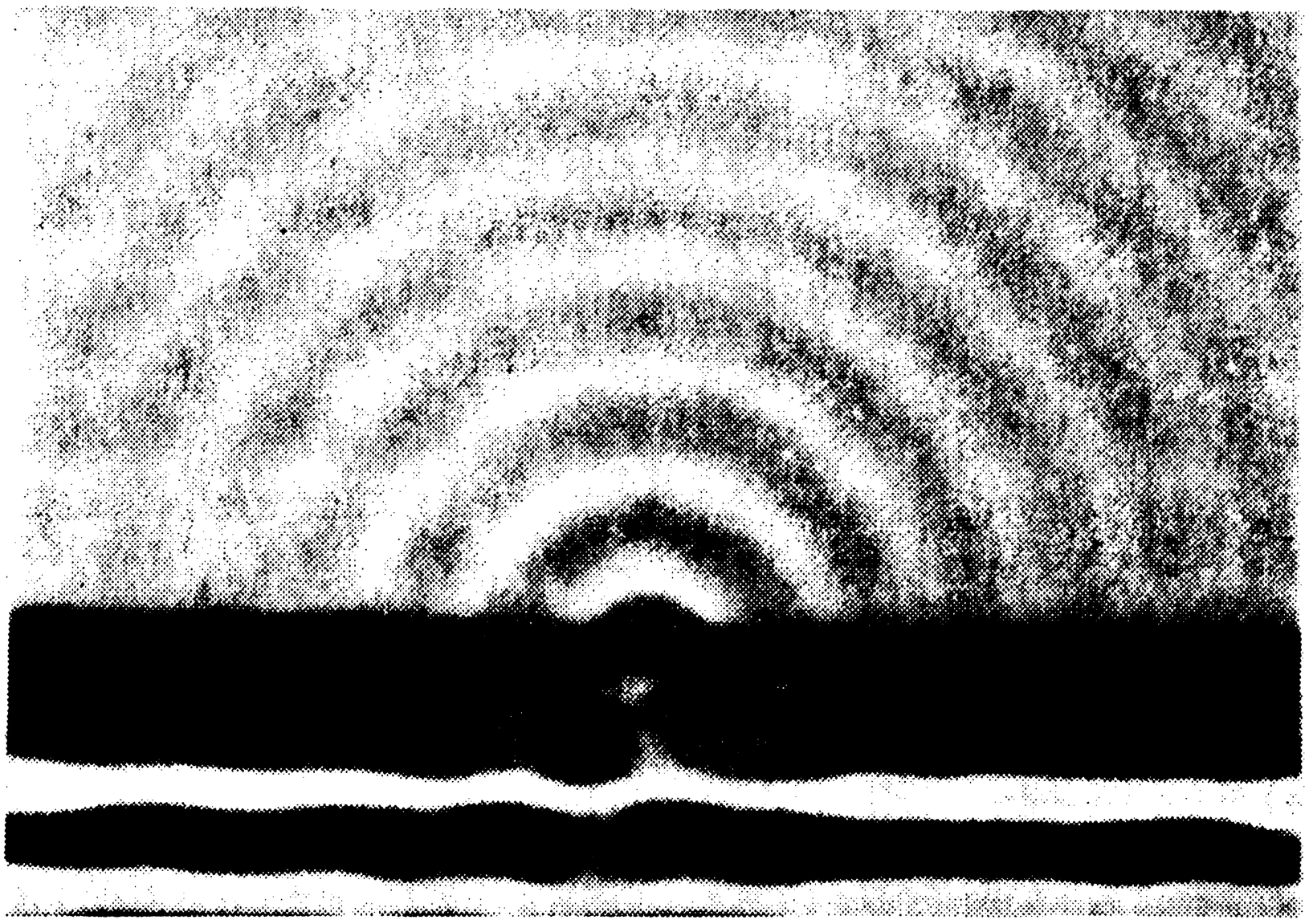
V izotropnom prostredí sa vlnenie šíri v guľových vlnoplochách. V anizotropnom prostredí nie je fázová rýchlosť vlnenia vo všetkých smeroch rovnaká a vlnoplocha nemá tvar gule. Body vlnoplochy však vždy kmitajú s rovnakou fázou.

7.8 Huygensov princíp

Pri štúdiu vlnových dejov potrebujeme často určiť tvar vlnoplochy v ľubovoľnom okamihu, ak poznáme tvar vlnoplochy v predchádzajúcom okamihu. Aby sme pochopili, ako vlnoplocha vzniká, urobíme pokus.

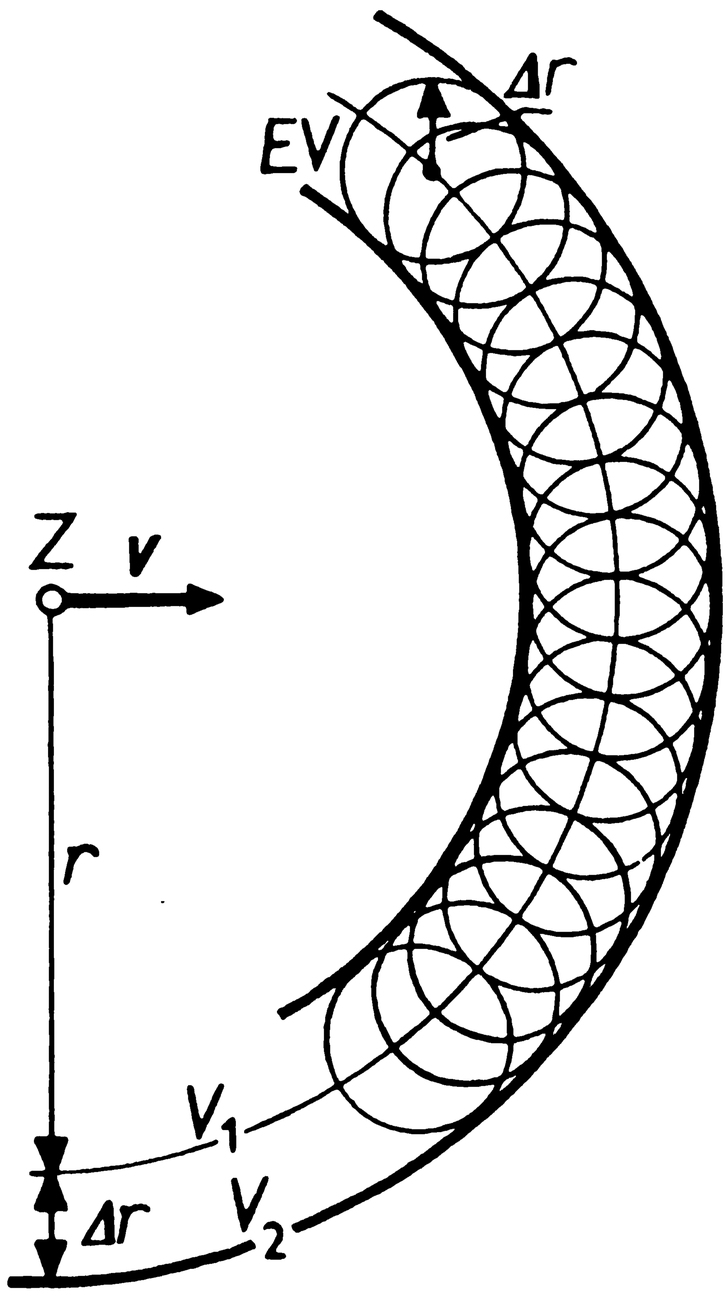
Na vodnú hladinu položíme prekážku s malým otvorom (obr. 7-15) a na hladine vzbudíme vlnenie. Otvor v prekážke sa nám javí ako zdroj nového vlnenia. Výsledok pokusu nezávisí od toho, či na prekážku dopadá rovinná vlna, alebo vlna v tvare kružnice. Zistíme však, že tento jav je pozorovateľný len vtedy, keď je veľkosť otvoru porovnateľná s vlnovou dĺžkou vlnenia.

Na základe tohto pokusu môžeme každý bod vlnoplochy považovať za nový zdroj vlnenia, ktoré sa z neho šíri všetkými smermi. Tento myslený



7-15
Šírenie vlnenia otvorom v prekážke

bodový zdroj vlnenia utvára elementárne vlnoplochy, ktoré sa navzájom prelínajú. Pretože vlnenia vychádzajúce z jednotlivých bodov vlnoplochy sú koherentné, interferujú a vzniká výsledné vlnenie (obr. 7-16). Podrobný rozbor tohto deja ukazuje, že elementárne vlnenie sa ruší vo všetkých bodoch, okrem bodov ležiacich na čiare, ktorá zvonka obaľuje všetky elementárne vlnoplochy.



7-16
K vysvetleniu Huygensovho princípu

Tento poznatok, ktorý objasňuje mechanizmus šírenia vlnenia v priestore, vyslovil roku 1678 holandský fyzik *Ch. Huygens** a nazývame ho **Huygensov princíp:**

Každý bod vlnoplochy, do ktorého sa dostalo vlnenie v istom okamihu, môžeme pokladať za zdroj elementárneho vlnenia, ktoré sa z neho šíri v elementárnych vlnoplochách. Vlnoplocha v ďalšom časovom okamihu je vonkajšia obalová plocha všetkých elementárnych vlnoplôch.

Význam Huygensovho princípu je predovšetkým v tom, že umožňuje konštruovať vlnoplochu v istom okamihu, ak sú známe jej poloha a tvar v niektorom predchádzajúcom okamihu. Pritom poloha zdroja vlnenia nemusí byť známa.

Keď poznáme tvar vlnoplochy V_1 (obr. 7-16), zostrojíme okolo každého bodu vlnoplochy kruhové elementárne vlnoplochy EV s polomerom $\Delta r = v\,\Delta t$, kde v je fázová rýchlosť vlnenia a Δt je čas, ktorý uplynul od okamihu, v ktorom vlnenie utvorilo vlnoplochu V_1. Nová vlnoplocha V_2 je vonkajšou obálkou všetkých elementárnych vlnoplôch.

Podobná úvaha platí pre šírenie vlnenia v priestore. V tomto prípade majú elementárne vlnoplochy tvar gulí a guľová je aj výsledná obalová plocha elementárnych guľových vlnoplôch. Zdroje elementárnych vlnoplôch rovinnej vlnoplochy ležia v jednej rovine, takže výsledná vlnoplocha je opäť rovina.

Huygensov princíp využijeme na vysvetlenie dôležitých javov a na odvodenie zákonov, ako je priamočiare šírenie svetla, odraz a lom vlnenia na rozhraní dvoch prostredí, ohyb vlnenia na otvore a pod.

---

* CHRISTIAN HUYGENS (hajchens; 1629—1695), súčasník I. Newtona. Skonštruoval kyvadlové hodiny a nový typ ďalekohľadu. Zaoberal sa vlastnosťami svetla, geometriou a počtom pravdepodobnosti. Je zakladateľom náuky o vlnení a optiky. Zastával priekopnícke názory v astronómii.

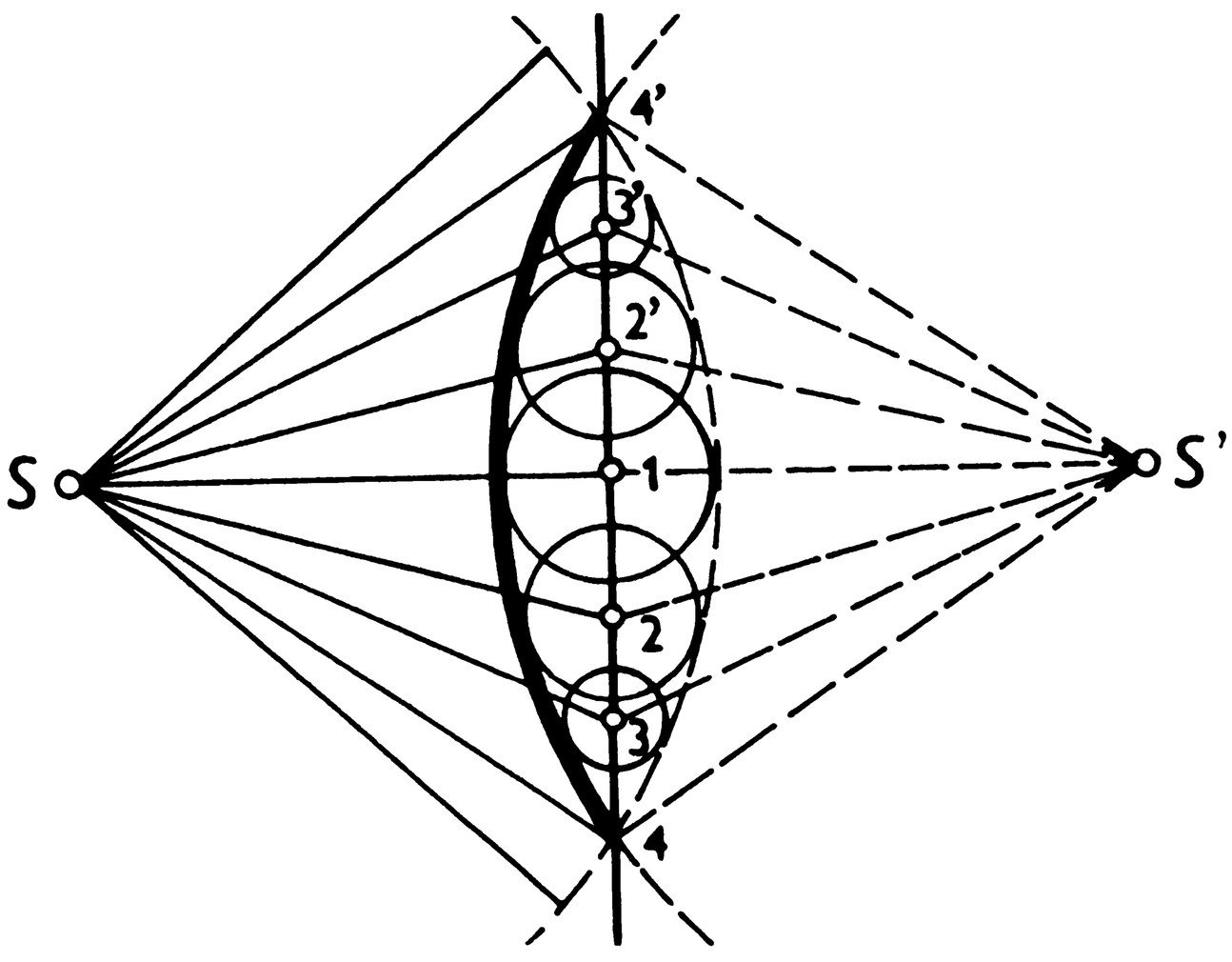
Úlohy

1. Na vodnú hladinu hoďte vodorovnú tyč. Od miesta dopadu tyče sa šíri vlnenia. Zostrojte elementárne vlnoplochy a výslednú vlnoplochu.
2. Do cesty rovinnej vlny na vodnej hladine postavte prekážku so štyrmi otvormi. Zostrojte graficky vlnoplochu za prekážkou.
3. Na pokojnú vodnú hladinu hoďte kruhovú obruč a potom kruhovú dosku. Zostrojte čelo vlny vnútri kruhovej obruče a okolo kruhovej dosky. Výsledky porovnajte.

7.9 Odraz a lom vlnenia

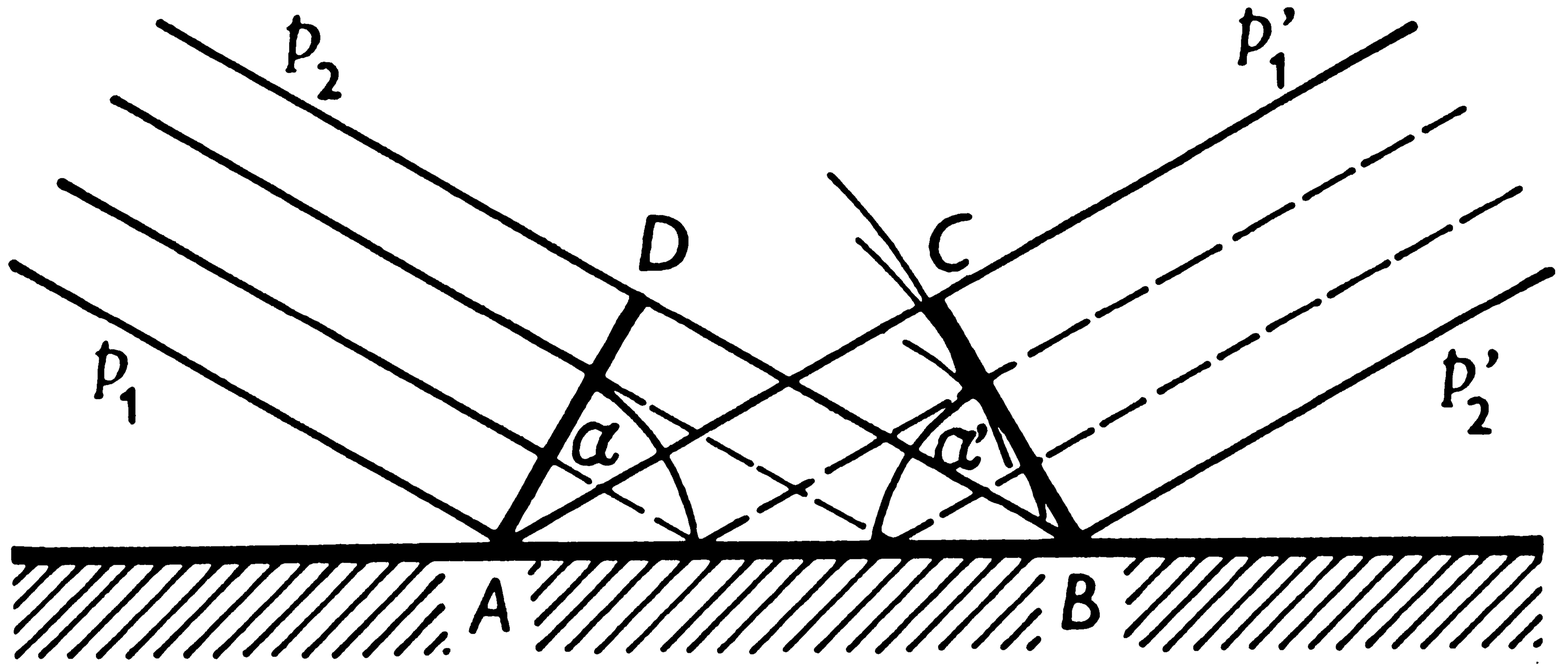
Keď vlnenie, ktoré sa šíri v rovine alebo v priestore, dopadá na rozhranie dvoch prostredí, môže sa od rozhrania odraziť, alebo rozhraním prejsť do druhého prostredia a nastáva lom vlnenia. Odraz i lom vlnenia vysvetlíme pomocou Huygensovho princípu.

Odraz vlnenia. Uvažujme o vlnení, ktoré vychádza zo zdroja S a postupuje k prekážke (obr. 7-17). Kruhová vlnoplocha sa rozšíri najprv do bodu 1, potom do bodu 2 atď. Kým sa vlnenie dostalo do bodu 4 a 4′, vznikli okolo predchádzajúcich bodov elementárne vlnoplochy. Výsledný tvar odrazenej vlnoplochy je podľa Huygensovho princípu určený obalovou plochou týchto elementárnych vlnoplôch. Výsledok je taký, akoby vlnenie vychádzalo zo zdanlivého zdroja S' za prekážkou. Bod S' je súmerne združený s bodom S podľa roviny prekážky a je obrazom bodu S.



7-17
Odraz vlnenia

Podobne prebieha odraz rovinnej vlnoplochy, ktorá dopadá na prekážku pod uhlom α (obr. 7-18). Budeme uvažovať o časti rovinnej vlnoplochy medzi lúčmi p_1 a p_2, ktoré pretínajú prekážku v bodoch A, B.

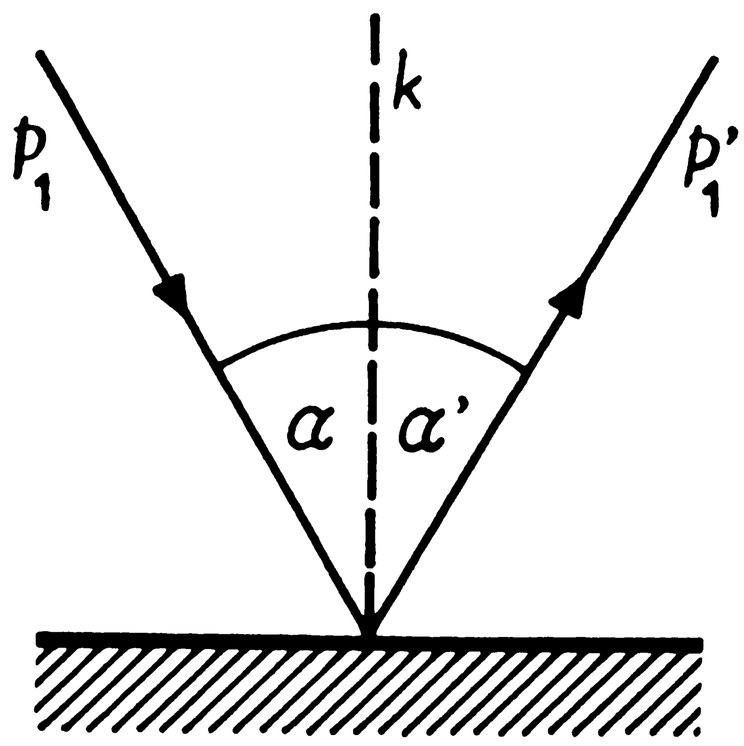


7-18
Odraz rovinnej vlnoplochy

Vlnenie sa rozšíri najprv do bodu A, ktorý sa stane zdrojom elementárneho vlnenia. Postupne sa stávajú zdrojmi vlnenia aj ostatné body prekážky. V okamihu, keď sa vlnenie rozšíri do bodu B, má elementárna vlnoplocha z bodu A polomer $|AC| = vt$. To je súčasne vzdialenosť $|DB|$, ktorú vlnenie prešlo po lúči p_2.

Vlnoplocha odrazeného vlnenia BC je vonkajšou obalovou plochou elementárnych vlnoplôch, ktoré sa šíria z bodov na úsečke AB a je tiež rovinná. S prekážkou zviera uhol odrazu α'. Zo zhodných trojuholníkov ABC a ABD vyplýva, že $\alpha = \alpha'$. Platí **zákon odrazu: uhol odrazu vlnenia sa rovná uhlu dopadu.**

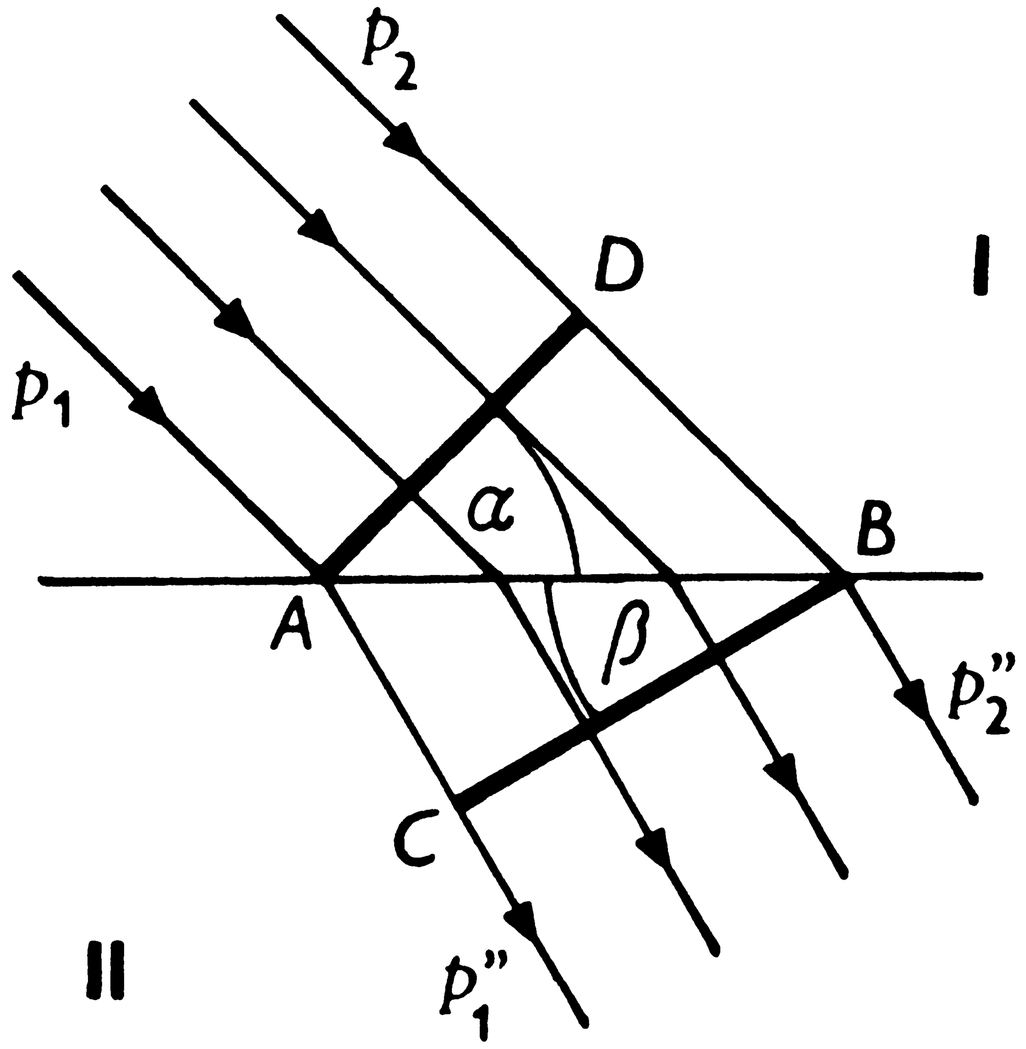
Keď chceme zostrojiť odrazený lúč, zostrojíme v mieste dopadu lúča kolmicu na rozhranie (**kolmica dopadu** k — obr. 7-19). **Uhol dopadu** je medzi kolmicou dopadu a dopadajúcim lúčom p_1; **uhol odrazu** je medzi kolmicou dopadu a odrazeným lúčom p_1'. Rovina určená lúčom dopadajú-



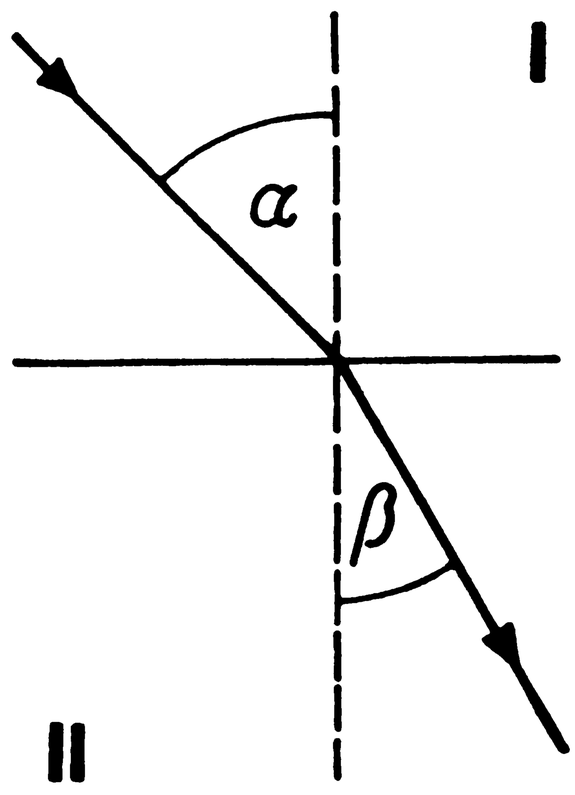
7-19
K vysvetleniu zákona odrazu

ceho vlnenia a kolmicou na rozhranie sa nazýva **rovina dopadu. Odrazený lúč leží v rovine dopadu.**

Lom vlnenia. Podobne zostrojíme vlnoplochu lomeného vlnenia (obr. 7-20a). Body úsečky AB sa postupne stávajú zdrojmi elementárneho vlnenia, ktoré prechádza z prostredia I do prostredia II, v ktorom má inú fázovú rýchlosť. Predpokladajme, že fázová rýchlosť v_1 v prostredí I je väčšia ako fázová rýchlosť v_2 v prostredí II ($v_1 > v_2$).



7-20
Lom rovinnej vlnoplochy



a b

Keď sa vlnenie rozšíri do bodu A rozhrania, stáva sa tento bod zdrojom elementárneho vlnenia v prostredí II. Za čas τ, kým vlnenie v prostredí I sa rozšíri z bodu D do bodu B ($|DB| = v_1\tau$), vznikne v prostredí II elementárna vlnoplocha s polomerom $|AC| = v_2\tau$. Z bodov na úsečke AB vychádzajú ďalšie elementárne vlnoplochy a ich obalová plocha CB je rovinnou vlnoplochou lomeného vlnenia v prostredí II. Dopadajúce a lomené lúče sú kolmé na vlnoplochy AD a CB.

Podľa obr. 7-20 platí

$$\frac{|DB|}{|AC|} = \frac{v_1\tau}{v_2\tau} = \frac{v_1}{v_2}$$

Keďže $|DB| = |AB| \sin\alpha$ a $|AC| = |AB| \sin\beta$, dostaneme

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

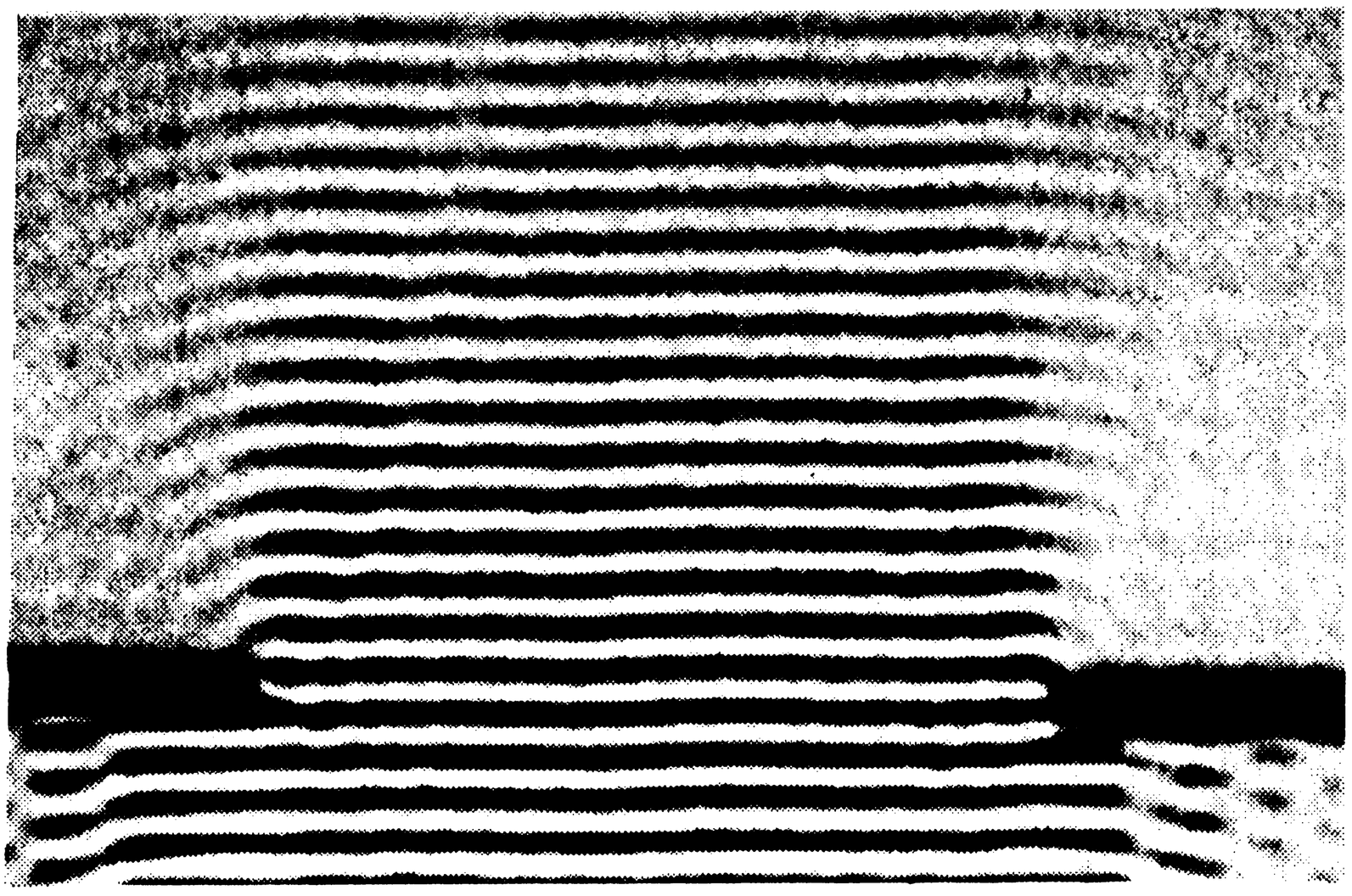
kde α je uhol dopadu a β uhol lomu vlnenia.

Platí **zákon lomu vlnenia: pomer sínusu uhla dopadu k sínusu uhla lomu je pre dve dané prostredia stála veličina a rovná sa pomeru fázových rýchlostí v obidvoch prostrediach. Nazýva sa index lomu vlnenia n pre dané prostredia. Lomený lúč zostáva v rovine dopadu.** Chod lomeného lúča je na obr. 7-20b.

7.10 Ohyb vlnenia, tieň

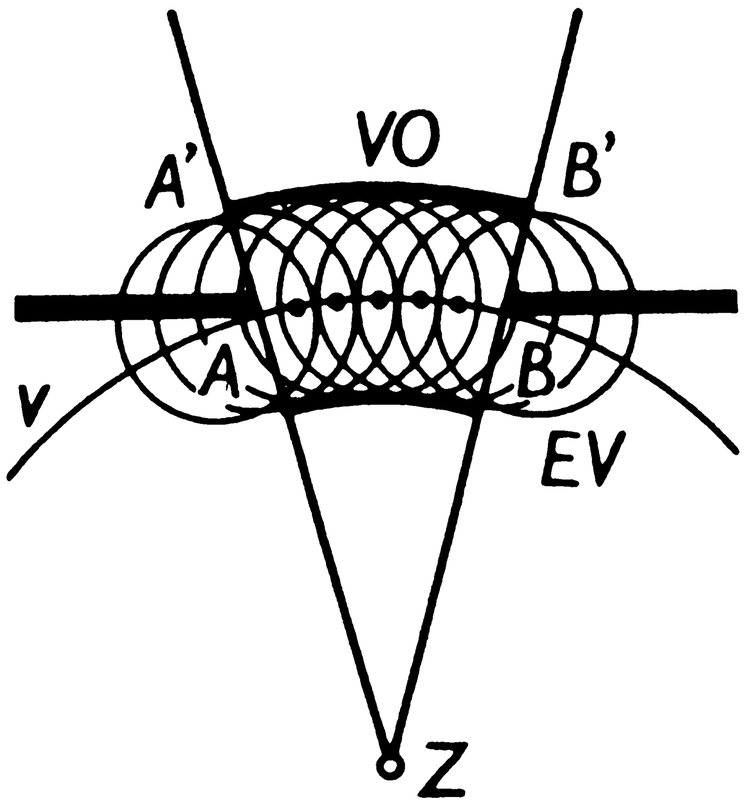
Urobme pokus na vodnej hladine, po ktorej sa šíri rovinné vlnenie. Ak vlneniu postavíme do cesty prekážku s veľkým otvorom (obr. 7-21) a s malým otvorom (pozri obr. 7-15), zistíme, že v prvom prípade sa podstatná časť vlnenia za prekážkou šíri takmer priamočiaro, ale v druhom prípade preniká za okraje prekážky. Nastáva **ohyb vlnenia.**

7-21
Ohyb vlnenia pri prechode veľkým otvorom



Pomocou Huygensovho princípu urobíme konštrukciu vlnenia na prekážke s otvorom (obr. 7-22). Keď sa vlnenie rozšíri k prekážke, stáva sa každý bod ležiaci na vlnoploche V zdrojom nového vlnenia, ktoré sa šíri

v elementárnych vlnoplochách *EV*. Vonkajšia obalová plocha *VO* všetkých vlnoplôch je novou výslednou vlnoplochou. Vlnenie za prekážkou je vymedzené priamkami *ZA'* a *ZB'*. Vlnenie za kruhový výsek *ZA'B'* sa nerozšíri. Môžeme teda tvrdiť, že sa šíri priamočiaro.



7-22
Konštrukcia vlnenia na prekážke s otvorom

Na obr. 7-21 vidíme, že vlnenie predsa sčasti preniká za prekážku, do priestoru geometrického tieňa. Elementárne vlnenie z krajných bodov otvoru *A*, *B* sa totiž šíri do tieňa, pretože sa neruší interferenciou vlnenia z bodov na vlnoploche *V*, ktoré sú mimo kruhového výseku *ZA'B'*. To je príčinou ohybu vlnenia za prekážkou. Ohybový jav je tým výraznejší, čím je otvor v prekážke pri danej vzdialenosti od zdroja vlnenia menší a čím je vlnová dĺžka vlnenia väčšia.

Podobný jav nastane, keď vlneniu položíme do cesty väčšiu alebo menšiu prekážku. Keď má prekážka oveľa väčší rozmer, ako je vlnová dĺžka vlnenia, vzniká za prekážkou *tieň*. Keď je rozmer prekážky porovnateľný s vlnovou dĺžkou, nastáva ohyb a vlnenie sa šíri aj za prekážku.

Podrobný rozbor Huygensovho princípu urobil francúzsky fyzik *A. J. Fresnel**. Dokázal,

* AUGUSTIN JEAN FRESNEL (frenel; 1788—1827). Preslávil sa prácami v optike, ktorými teoreticky aj experimentálne potvrdil vlnovú teóriu svetla.

že vlnenie v istom bode vlnoplochy *VO* (obr. 7-22) je podmienené len vlnením malej časti vlnoplochy *V* okolo priesečníka vlnoplochy *V* s lúčom smerujúcim do uvažovaného bodu na vlnoploche *VO*. Priemer tejto časti vlnoplochy závisí od vlnovej dĺžky vlnenia. Ak vlneniu stojí v ceste prekážka s väčšími rozmermi, ako je priemer účinnej časti vlnoplochy, vlnenie sa za prekážku nerozšíri a vzniká tieň. Ak sú rozmery prekážky menšie, nastáva ohyb vlnenia.

Z týchto úvah vyplýva, že zákon priamočiareho šírenia vlnenia neplatí presne. **Smer šírenia vlnenia je ovplyvnený ohybom vlnenia na prekážkach. Tento vplyv je však tým menší, čím menšia je vlnová dĺžka vlnenia.**

Úlohy

1. Vysvetlite, aký jav nastane, keď na vodnú hladinu postavíme postupujúcemu vlneniu do cesty prekážku s dvoma otvormi. Na základe Huygensovho princípu určte, aké vlnenie bude za prekážkou a ako sa bude meniť so vzdialenosťou otvorov. Veľkosť otvorov považujte za porovnateľnú s vlnovou dĺžkou vlnenia.
2. Akým javom vysvetlíte, že počujeme rozhovor osôb v susednej miestnosti, ak sú dvere trochu pootvorené?

7.11 Zvuk a jeho vlastnosti

Zvukom nazývame každé mechanické vlnenie hmotného prostredia, ktoré pôsobí na ľudské ucho a vyvoláva v ňom sluchový vnem. Zvuk je mechanické vlnenie s frekvenciou v intervale od 16 Hz do 16 000 Hz. Mechanické vlnenie s nižšou frekvenciou nazývame **infrazvuk,** s vyššou frekvenciou **ultrazvuk.**

Zvuk je jedným zo základných dejov, ktorým človek získava informácie o okolnom svete. Tento dej si môžeme predstaviť ako prenos informácií v sústave, ktorú tvorí: 1. zdroj zvuku; 2. prostredie, ktorým sa šíri zvukové vlnenie; 3. prijímač zvuku, ktorým je v najjednoduchšom prípade ľudské ucho.

Fyzikálnymi dejmi pri prenose zvuku sa zaoberá **akustika**. Fyzikálna akustika študuje fyzikálne podmienky vzniku zvuku v zdrojoch zvuku, šírenie a pohlcovanie zvukov v rôznych prostrediach a pod. Fyziologická akustika sa zaoberá vznikom zvuku v hlasovom orgáne človeka a vníma-

ním zvuku uchom. Hudobná akustika skúma zvuky z hľadiska potrieb hudby.

Zdrojom zvuku je chvenie pružných telies. Chvenie sa prenáša do okolitého prostredia, v ktorom vzniká zvukové vlnenie. Zvuk sa šíri len pružným prostredím ľubovoľného skupenstva ako postupné pozdĺžne vlnenie. Prenos zvuku sprostredkúva najčastejšie vzduch. Zvuk sa šíri aj vo vode, prípadne v iných kvapalinách a v pevných látkach.

Zvukové vlnenie má v rôznych látkach rozličnú rýchlosť. Prostredie ho zoslabuje, čo znamená, že sa zmenšuje amplitúda zvukových vĺn. Tento dej sa nazýva **pohlcovanie** alebo **absorpcia** zvuku.

Chvenie zdrojov zvuku môže mať rôzny, často veľmi zložitý priebeh. Tomu zodpovedajú i charakteristické vlastnosti zvuku. Už v kapitole 3 sme sa presvedčili pomocou osciloskopu o zložitom časovom priebehu hlások ľudskej reči (pozri obr. 3-6).

Sluchom rozlišujeme predovšetkým periodické a neperiodické zvuky. Periodické zvuky nazývame tiež **hudobné zvuky** alebo **tóny.** Medzi ne patria nielen zvuky hudobných nástrojov (obr. 7-23a), ale napr. aj samohlásky reči. Najjednoduchší periodický zvuk je zvuk ladičky, ktorý má harmonický priebeh (obr. 7-23b). Jednoduchý zvuk s harmonickým priebehom sa nazýva **jednoduchý tón.** Periodický zvuk so zložitejším priebehom sa nazýva **zložený tón.**

7-23
Časový priebeh zvuku
a) klarinetu, b) ladičky,
c) prasknutia, d) šumu

Neperiodické zvuky vnímame ako *hluk* (praskot, buchot a pod.). Môžu byť jednorazové (obr. 7-23c), alebo môžu trvať dlhšie (obr. 7-23d). Neperiodický priebeh môžu mať aj spoluhlásky. Počutie sa vždy spája s náhodnými chaotickými vnemami, ktoré nazývame *šum*.

Zvuk ovplyvňujú vlastnosti zdroja zvuku, pôsobí naň prostredie, ktorým sa zvukové vlnenie šíri a prejavujú sa aj subjektívne vlastnosti sluchu. Preto zvuky charakterizujeme buď objektívnymi fyzikálnymi veličinami, alebo veličinami, ktoré vystihujú subjektívnu stránku vnímania zvuku. Najdôležitejšie z nich sú **výška zvuku, farba zvuku** a **hlasitosť.**

Pri vnímaní viacerých hudobných zvukov ľahko rozlíšime, ktorý je vyšší a ktorý nižší. Zvuku prisudzujeme tým väčšiu výšku, čím vyššia je frekvencia chvenia zvuku zdroja. **Výšku zvuku určuje jeho frekvencia.** Pri zvukoch s harmonickým priebehom (*jednoduchý tón*) určuje frekvencia **absolútnu výšku tónu.** Ak zvuk nie je harmonický (*zložený tón*), obsahuje zložky s rôznymi frekvenciami a jeho výšku určuje základná, t. j. najnižšia frekvencia.

Absolútnu výšku nedokážeme väčšinou určiť priamo sluchom. Preto výšku tónov zvyčajne navzájom porovnávame a vyjadrujeme **relatívnu výšku tónu.** Je to pomer frekvencie daného tónu k frekvencii základného tónu.

V hudobnej akustike bol ako *základný tón* medzinárodnou dohodou stanovený tón s frekvenciou 440 Hz (hudobné označenie a^1). V technickej praxi sa ako základný tón používa tón s frekvenciou 1 kHz (*referenčný tón*).

V hudbe sa relatívne výšky určujú hudobnými intervalmi. Základný interval je oktáva, ktorej zodpovedá pomer frekvencií 2 : 1 (relatívna výška 2). Znamená to, že tón o oktávu vyšší má dvojnásobnú frekvenciu. Na klaviatúre pianína je medzi prvým tónom (prímou) a ôsmym tónom (oktávou) 12 klávesníc, 7 bielych a 5 čiernych. U klávesových nástrojov sa používa tzv. temperované ladenie, keď je oktáva rozdelená na 12 intervalov (poltónov) s relatívnou výškou $\sqrt[12]{2} = 1{,}06$. Relatívne výšky hudobných intervalov zvyčajne vyjadrujeme pomerom celých čísel. Napríklad kvinta $\frac{3}{2}$, kvarta $\frac{4}{3}$, veľká tercia $\frac{5}{4}$, malý poltón $\frac{25}{24}$.

Zložitý časový priebeh zvukov hudobných nástrojov svedčí o tom, že tieto zvuky vznikli superpozíciou chvení s rôznymi frekvenciami. Výsledný zvuk sa skladá zo základného tónu, ktorý určuje výšku zvuku, a z vyšších

harmonických tónov. Tieto tóny majú rozličnú amplitúdu a podstatne menšiu, ako je amplitúda základného tónu.

Pre daný zdroj zvuku je vplyvom vyšších harmonických tónov výsledný zvuk charakteristický, má určitú farbu. Umožňuje to subjektívne rozlíšiť dva zložené tóny, ktoré majú rovnakú výšku, ale vydávajú ich rozličné zdroje zvuku, napr. rôzne hudobné nástroje. Podľa farby rozlíšime nielen rovnaký tón hraný na husliach alebo na klarinete, ale aj hlasy rôznych osôb.

Rozvoj elektroniky umožnil konštrukciu tzv. syntetizátora reči, v ktorom sa generujú jednotlivé harmonické frekvencie hlások a z nich sa tvoria celé slová a vety.

7.12 Hlasitosť a intenzita zvuku

Zvukové vlnenenie je v podstate periodické stláčanie a rozpínanie pružného prostredia (vzduchu, vody, kovu a pod.). To znamená, že napr. atmosferický tlak vzduchu má istú hodnotu a periodické zmeny tlaku vzduchu vnímame ako zvuky s rôznou hlasitosťou. Ucho má takú citlivosť, že môžeme vnímať tlakové zmeny $\Delta p \doteq 10^{-5}$ Pa. Táto najnižšia hranica určuje **prah počuteľnosti.**

Veľmi hlasným zvukom zodpovedajú tlakové zmeny až $\Delta p \doteq 10^{2}$ Pa. Keď sa táto hranica prekročí, vzniká v uchu pocit bolesti, hovoríme o **prahu bolesti.** Prekročenie prahu bolesti môže mať za následok poruše-nie sluchového orgánu — prasknutie bubienka. Sluchový orgán však nie je rovnako citlivý na zvuky všetkých frekvencií. Najcitlivejší je na zvuky s frekvenciou 700 Hz až 6 kHz.

Hlasitosť zvuku je subjektívnym hodnotením zvukového vlnenia. Zvuky objektívne hodnotíme veličinou **intenzita zvuku** I. Definovaná je vzťahom

$$I = \frac{P}{S}$$

kde P je výkon zvukového vlnenia a S je plocha, ktorou vlnenie prechádza. Z tohto vzťahu vyplýva jednotka intenzity zvuku $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

Rozsah intenzít zvuku, ktoré môžeme vnímať sluchom, je veľký. Prahu

počuteľnosti pre tón s frekvenciou 1 000 Hz zodpovedá intenzita zvuku $I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W\,.\,m^{-2}}$ a prahu bolesti $I = 1\,\mathrm{W\,.\,m^{-2}}$. Celkový rozsah intenzít je teda 10^{12}. Na vyjadrenie úrovne intenzít rôznych zvukov utvorili osobitnú logaritmickú stupnicu. Jednotka tejto stupnice je **bel***, značka B. V praxi sa používa 10-krát menšia jednotka — **decibel** dB.

Najnižšia intenzita v tejto stupnici je určená prahom počuteľnosti zvuku s frekvenciou 1 kHz, ktorému zodpovedá úroveň 0 dB. Prah bolesti zodpovedá hodnote 120 dB. Uvedieme príklady relatívnych úrovní intenzity zvuku pre niektoré známe zvuky.

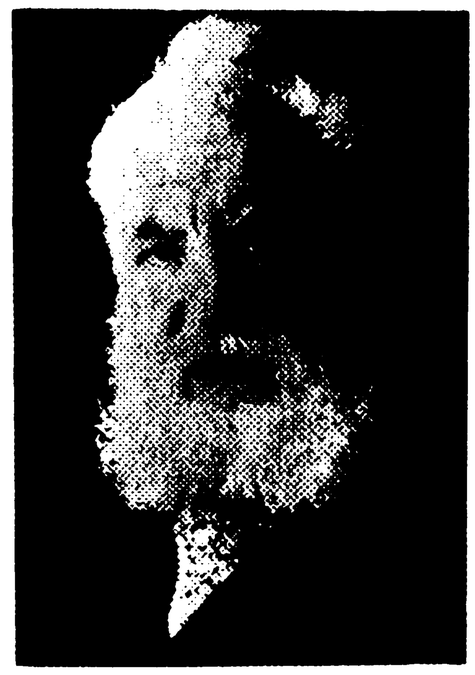
Zdroj zvuku	Vzdialenosť v m	Úroveň intenzity zvuku v dB
tikot hodiniek	0,1	20
tichý rozhovor	1	40
normálny rozhovor	1	65
krik	1	80
symfonický orchester	3 až 5	80
hluk motorových vozidiel	10	90
štartujúce lietadlo	10	110

Trvalý príkon zvukovej energie do sluchového orgánu je škodlivý najmä pri väčších intenzitách. Môže nastať nielen porucha sluchu, ale nadmerný hluk pôsobí škodlivo na celú nervovú sústavu. To má nepriaznivý vplyv na fyzický a psychický výkon človeka.

Jednou zo základných hygienických požiadaviek je obmedziť hluk buď priamo pri jeho zdroji (tlmiče na výfukovom potrubí spaľovacích motorov,

---

* Jednotka bel je nazvaná podľa vynálezcu telefónu, amerického inžiniera ALEXANDRA GRAHAMA BELLA (1847—1922).



vedenie hlavných komunikácií mimo obývaných miest, obmedzenie chvenia strojových zariadení a pod.), alebo používanie individuálnych ochranných pomôcok (špeciálne prilby zamestnancov na letiskách, chrániče sluchu pre pracovníkov, ktorí pracujú s ťažkými strojmi a pod.).

7.13 Rýchlosť zvuku

Zvukové vlnenie sa šíri konečnou fázovou rýchlosťou (*rýchlosťou zvuku*), ktorá má v rôznych látkach rozdielnu hodnotu. Rýchlosť zvuku vo vzduchu približne určili v 17. storočí pozorovaním výstrelu dela zo známej vzdialenosti. Rýchlosť zvuku bolo možné vypočítať na základe merania času, ktorý uplynul medzi zábleskom a zvukom výstrelu. Neskôr rýchlosť zvuku spresnili a má hodnotu $v = 331{,}82\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$ (pri teplote 0 °C a hustote suchého vzduchu $\varrho_0 = 1{,}293\ \mathrm{kg\ .\ m^{-3}}$).

Rýchlosť zvuku vo vzduchu závisí od zloženia vzduchu (nečistoty, vlhkosť), ale najviac od teploty. Pre teplotu t vzduchu v °C určíme rýchlosť zvuku vo vzduchu pomocou vzťahu

$$v_t = (331{,}82 + 0{,}61\{t\})\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$$

Pri bežných teplotách je rýchlosť zvuku vo vzduchu približne $340\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$. Z teórie vyplýva, že rýchlosť zvuku nezávisí od tlaku vzduchu.

V kvapalinách a pevných látkach je rýchlosť zvuku väčšia ako vo vzduchu. Napríklad vo vode pri teplote 8 °C je rýchlosť zvuku $1\ 435\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$, v oceli pri teplote 15 °C je rýchlosť zvuku $4\ 980\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$.

V laboratóriu sa rýchlosť zvuku najčastejšie meria pomocou rozmanitých rezonátorov. Pri známej frekvencii zvukového vlnenia sa meria vlnová dĺžka stojatej vlny a rýchlosť zvuku sa vypočíta zo vzťahu

$$v = \lambda f$$

S metódou merania rýchlosti zvuku sa bližšie oboznámite v cvičení 15.

Konečná rýchlosť zvuku sa prejavuje pri odraze zvukového vlnenia od rozmerných prekážok. Keď je prekážka (skalná stena, veľká budova a pod.) v dostatočnej vzdialenosti, prejaví sa odraz zvuku ako *ozvena*. Keďže sluchom odlíšime dva po sebe idúce zvuky, ak medzi nimi uplynie

aspoň 0,1 s — čas potrebný na vyslovenie jednej slabiky, musí zvukový rozruch prejsť za tento čas vzdialenosť k prekážke a späť. To znamená, že ozvena nastane pri vzdialenosti prekážky asi 17 m. Pri tejto vzdialenosti prekážky vzniká jednoslabičná ozvena. Pri väčšej vzdialenosti vznikajú dvojslabičné aj viacslabičné ozveny.

Keď je prekážka bližšie, splýva odrazený zvuk s pôvodným. Prejavuje sa to ako predĺženie trvania zvuku, ktoré nazývame *dozvuk*. S dozvukom treba rátať pri projektovaní veľkých miestností, koncertných sienі a pod. Môže pôsobiť rušivo a znižuje zrozumiteľnosť reči, alebo skresľuje hudbu. Akustické vlastnosti sál sa zlepšujú rozčleňovaním plôch stien, závesmi, použitím materiálov, ktoré pohlcujú zvuk a pod.

Úlohy

1. Rýchlosť zvuku v Zemi (pri povrchu) je 13-krát väčšia ako vo vzduchu. Vo vzdialenosti 1,7 km od pozorovateľa vybuchla na povrchu Zeme nálož. Určte čas, ktorý uplynie medzi záchvevom pôdy v mieste pozorovateľa a okamihom, keď bude počuť explóziu. [4,6 s]
2. Ako sa zmení základná frekvencia chvenia vzduchového stĺpca dĺžky 20 cm, na jednom konci uzavretého, keď sa teplota vzduchu zvýši z 10 °C na 20 °C? [z 422,4 Hz na 430,0 Hz, t. j. o 7,6 Hz]

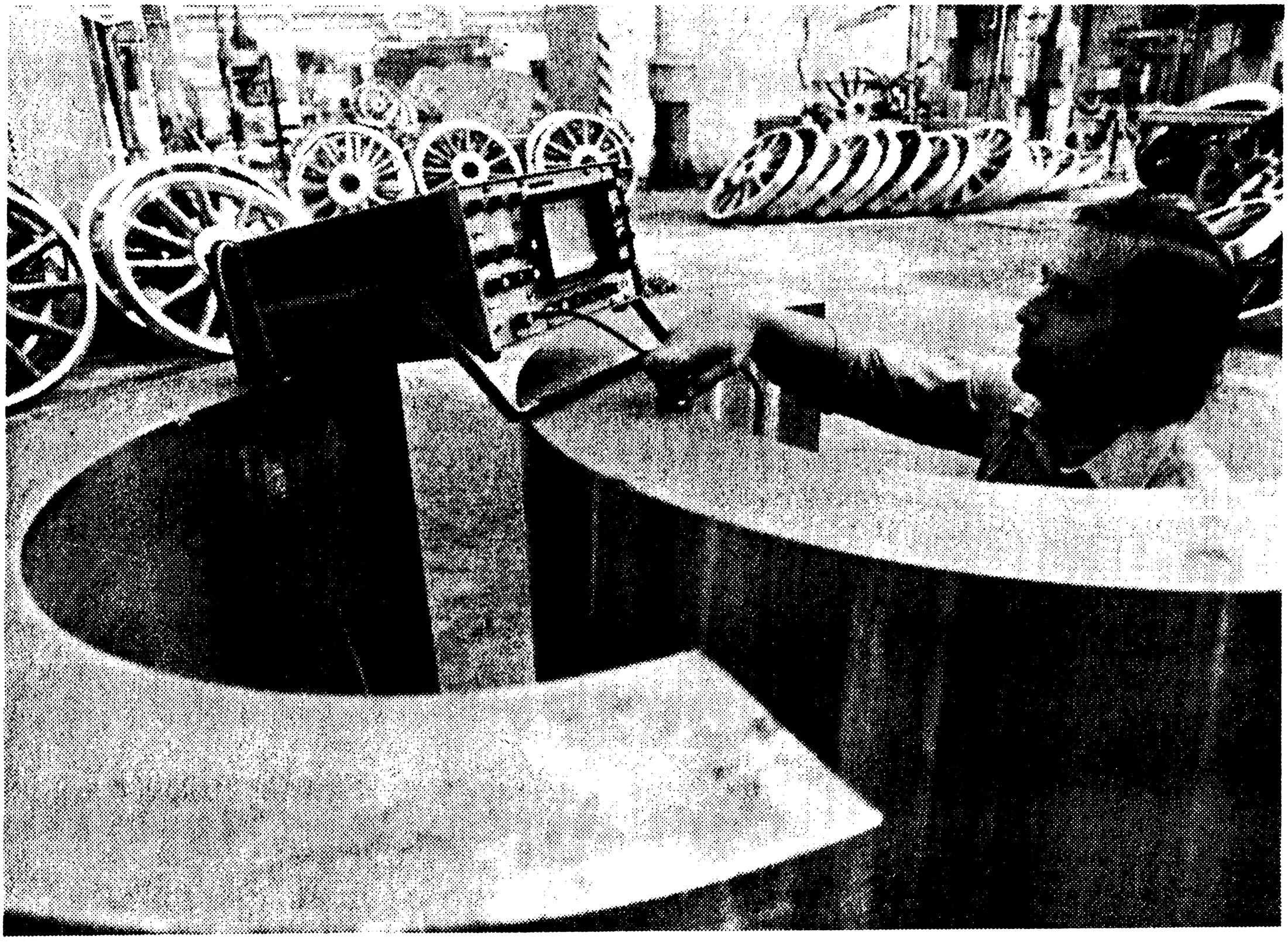
7.14 Ultrazvuk a infrazvuk

Ultrazvuk je mechanické vlnenie s frekvenciou vyššou ako 16 kHz, takže ho sluchom nevnímame. Ultrazvuk však má významné uplatnenie v technickej praxi.

Pretože vlnová dĺžka ultrazvuku je veľmi malá, šíri sa prostredím priamočiaro a pri odraze od prekážok platí zákon odrazu. Praktické využitie ultrazvuku je založené práve na týchto vlastnostiach. Súčasne sa uplatňuje malá absorpcia ultrazvuku v kvapalinách a pevných látkach.

Pomocou ultrazvuku sa meria napr. hĺbka morí. Zdroj ultrazvuku vysiela pod hladinu krátke ultrazvukové impulzy, ktoré sa od dna mora odrážajú a zachytáva ich prijímač ultrazvuku. Ak medzi vyslaným a prijatým signálom uplynie doba Δt, tak hĺbka mora je $h = \frac{1}{2} v \Delta t$, kde v je rýchlosť ultrazvuku vo vode.

Významné je využitie ultrazvuku pri zisťovaní skrytých kazov materiálu (*ultrazvuková defektoskopia*). Keď je napr. v kovovom materiáli dutina, ultrazvukový impulz vyslaný do materiálu sa od dutiny odrazí a zachytí ho detektor. Odrazený impulz sa zobrazí na obrazovke osciloskopu a z jeho polohy možno určiť polohu kazu v materiáli (obr. 7-24).



7-24
Ultrazvuková defektoskopia

Ultrazvuk sa ďalej uplatňuje pri vypudzovaní plynov z kvapalín alebo z roztavených kovov, skla a pod. Používa sa pri homogenizácii heterogénnych sústav, t. j. pri dokonalejšom rozptyľovaní drobných čiastočiek látky v kvapalinách (utváranie suspenzií a emulzií), alebo naopak, urýchľuje zrážanie rozptýlených častíc do väčších celkov. Ultrazvukom sa čistia súčiastky (pri oprave hodiniek, čistení šošoviek okuliarov a pod.).

Infrazvuk je mechanické vlnenie s frekvenciou nižšou ako 16 Hz. Infrazvukové vlnenie sa veľmi dobre šíri vo vode. Tak možno napr. zistiť „hlas mora“, ktorý niekoľko hodín vopred predpovedá príchod vlnobitia.

Výskumy ukázali, že infrazvuk vnímajú mnohé morské živočíchy (ryby, medúzy); je to pre nich varovanie pred vlnobitím a búrkami. Na ľudský organizmus pôsobí infrazvuk škodlivo najmä vtedy, ak má frekvenciu približne rovnakú, ako je frekvencia tlkotu srdca. Tým, že človek infrazvuk nepočuje, je chránený pred mnohými zdrojmi hluku. Umožňuje mu to napr. pokojný spánok, lebo neregistruje vlastný krvný obeh.

8. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNENIE

Základné poznatky o vlnení sme vysvetlili na príklade mechanického vlnenia, ktoré poznáme predovšetkým ako zvuk. Teraz sa budeme zaoberať elektromagnetickým vlnením, ktoré sa v praxi vyskytuje nielen pri prenose rozhlasového a televízneho signálu, ale najmä vo forme svetla.

Zdrojom elektromagnetického vlnenia je kmitajúci elektromagnetický oscilátor. Jeho vlastnosti môže mať určité elektronické zariadenie, ale vlastnosti oscilátora má aj elektrická iskra alebo atóm látky.

Vysvetlíme podstatu elektromagnetického vlnenia a jeho vlastnosti. Položíme tak fyzikálny základ pre ďalšie poznatky, najmä z oznamovacej techniky a optiky.

8.1 Vznik elektromagnetického vlnenia

Elektromagnetické vlnenie je v podstate dej, pri ktorom sa elektromagnetická energia prenáša zo zdroja (oscilátora) k spotrebiču. V kapitolách 4. až 6. sme uvažovali o prípadoch, keď bol zdroj spojený so spotrebičom dvoma vodičmi — vedením (obr. 8-1a). Frekvencia napätia zdroja bola nízka (50 Hz), a kým bol odpor vedenia zanedbateľne malý vzhľadom na odpor spotrebiča, nebolo treba pri prenose energie uvažovať o dejoch vo vedení. Napätie na spotrebiči malo v každom okamihu rovnakú hodnotu ako napätie zdroja a celý dej mal charakter kmitania.

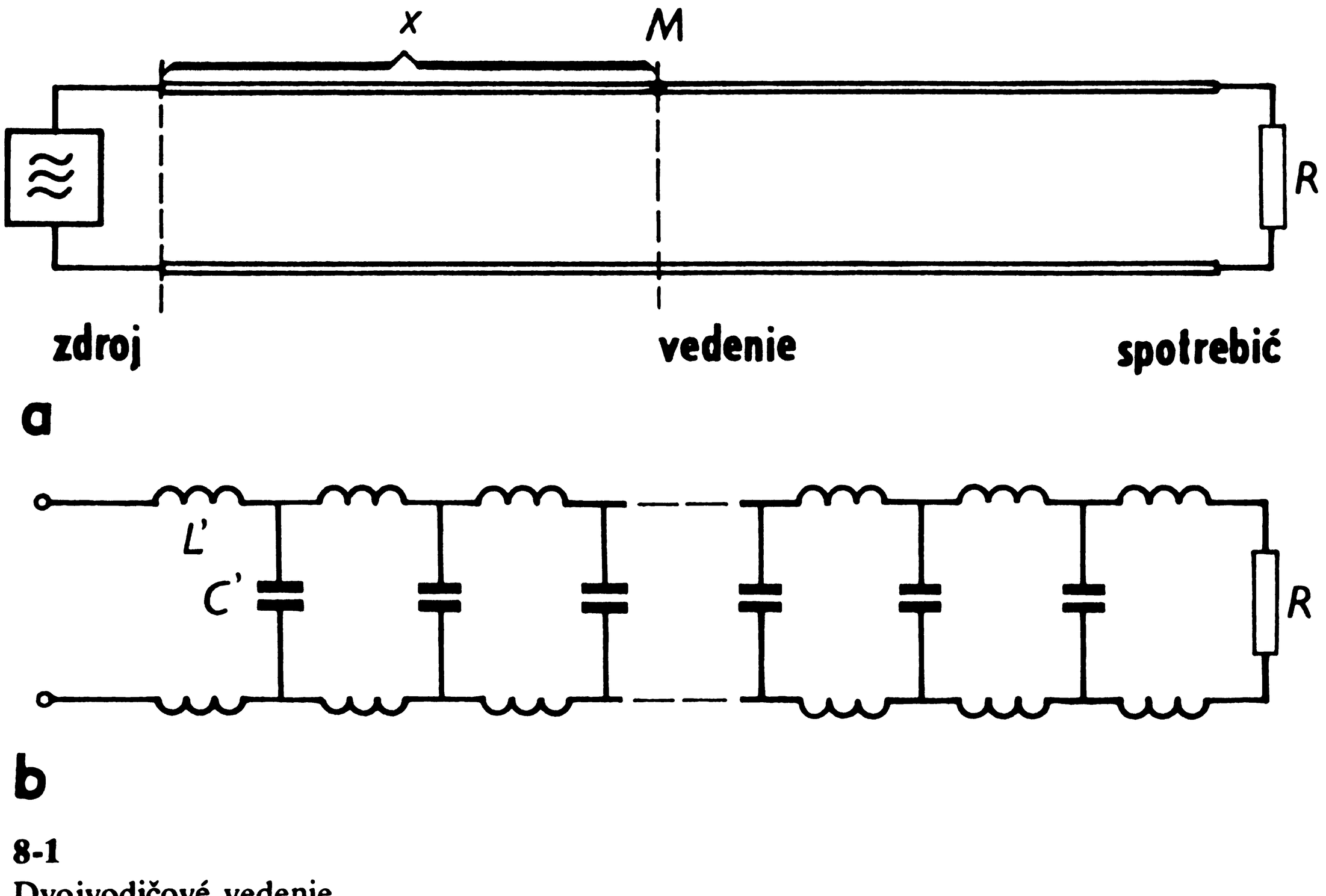
Inak je to, keď je spotrebič pripojený vedením na zdroj napätia s vysokou frekvenciou. Keďže napätie zdroja sa veľmi rýchlo mení a zmeny napätia sa vedením šíria konečnou rýchlosťou, napätie medzi vodičmi vedenia je nielen funkciou času, ale aj funkciou vzdialenosti

uvažovaného bodu vedenia od zdroja napätia. Deje vo vedení majú charakter elektromagnetického vlnenia.

Aby sme objasnili pojem elektromagnetické vlnenie, prirovnáme vedenie k pružnému vláknu, pomocou ktorého sme v 7. kapitole vysvetlili podstatu mechanického vlnenia. Pružné vlákno si predstavujeme ako rad mechanických oscilátorov spojených väzbou. Ak prvý bod radu kmitá, prenáša sa kmitanie väzbami postupne k ďalším bodom ; kmitanie bodu vo vzdialenosti x od začiatku vlákna opisuje rovnica postupnej vlny

$$y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

kde y_m je amplitúda výchylky, T je perióda a λ vlnová dĺžka mechanického vlnenia. Pretože rýchlosť mechanického vlnenia je v porovnaní s rýchlosťou elektromagnetického vlnenia malá, vlnenie vzniká už pri nízkej frekvencii. Dĺžka vlákna je porovnateľná s vlnovou dĺžkou.



8-1
Dvojvodičové vedenie

Podobne si môžeme predstaviť vedenie tvorené dvoma vodičmi ako rad oscilačných obvodov spojených väzbou. Rovnako, ako boli pri pružnom

vlákne hmotnosť a pružnosť rozložené rovnomerne pozdĺž vlákna, sú pri vedení rovnomerne rozložené jeho indukčnosť a kapacita. Vedenie môžeme schematicky znázorniť podľa obr. 8-1b, kde L' a C' sú elementy indukčnosti a kapacity. *Vedenie je jednorozmerná sústava s rozloženými parametrami.*

Keď v prvom elementárnom oscilačnom obvode vynútime kmitanie, rozkmitajú sa postupne ďalšie elementárne obvody a vedením sa šíri elektromagnetická vlna. V ľubovoľnom bode M vedenia vo vzdialenosti x od zdroja je medzi vodičmi napätie

$$u = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (8.1)$$

kde U_m je amplitúda napätia, T perióda napätia a λ vlnová dĺžka elektromagnetickej vlny. Rovnica (8.1) sa nazýva **rovnica postupnej elektromagnetickej vlny.**

Rýchlosť elektromagnetického vlnenia v určitom prostredí je rovnaká ako rýchlosť svetla v danom prostredí. Svetlo je tiež elektromagnetické vlnenie. Pretože svetlo je elektromagnetický jav dostupný priamemu zmyslovému vnímaniu, rýchlosť elektromagnetického vlnenia zmerali pôvodne ako rýchlosť šírenia svetla. Vo vákuu je **rýchlosť elektromagnetického vlnenia**

$$c = 2{,}997\,923 \,.\, 10^8 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-1}$$

Pri našich výpočtoch budeme používať hodnotu $c = 3 \,.\, 10^8 \text{ m} \,.\, \text{s}^{-1}$.

Veľká rýchlosť elektromagnetického vlnenia je vysvetlením, prečo sme deje v obvodoch striedavého prúdu považovali za kmitanie, a nie za vlnenie. Napríklad pri frekvencii 50 Hz, ktorú má striedavý prúd v energetickej sieti, je dĺžka príslušnej elektromagnetickej vlny vo vákuu

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \,.\, 10^8}{50} \text{ m} = 6 \,.\, 10^6 \text{ m} = 6\,000 \text{ km}$$

To znamená, že výraz $\frac{x}{\lambda}$ v rovnici postupnej vlny (8.1) je pri nízkych frekvenciách zanedbateľne malý vzhľadom na člen $\frac{t}{T}$ aj pri veľkých

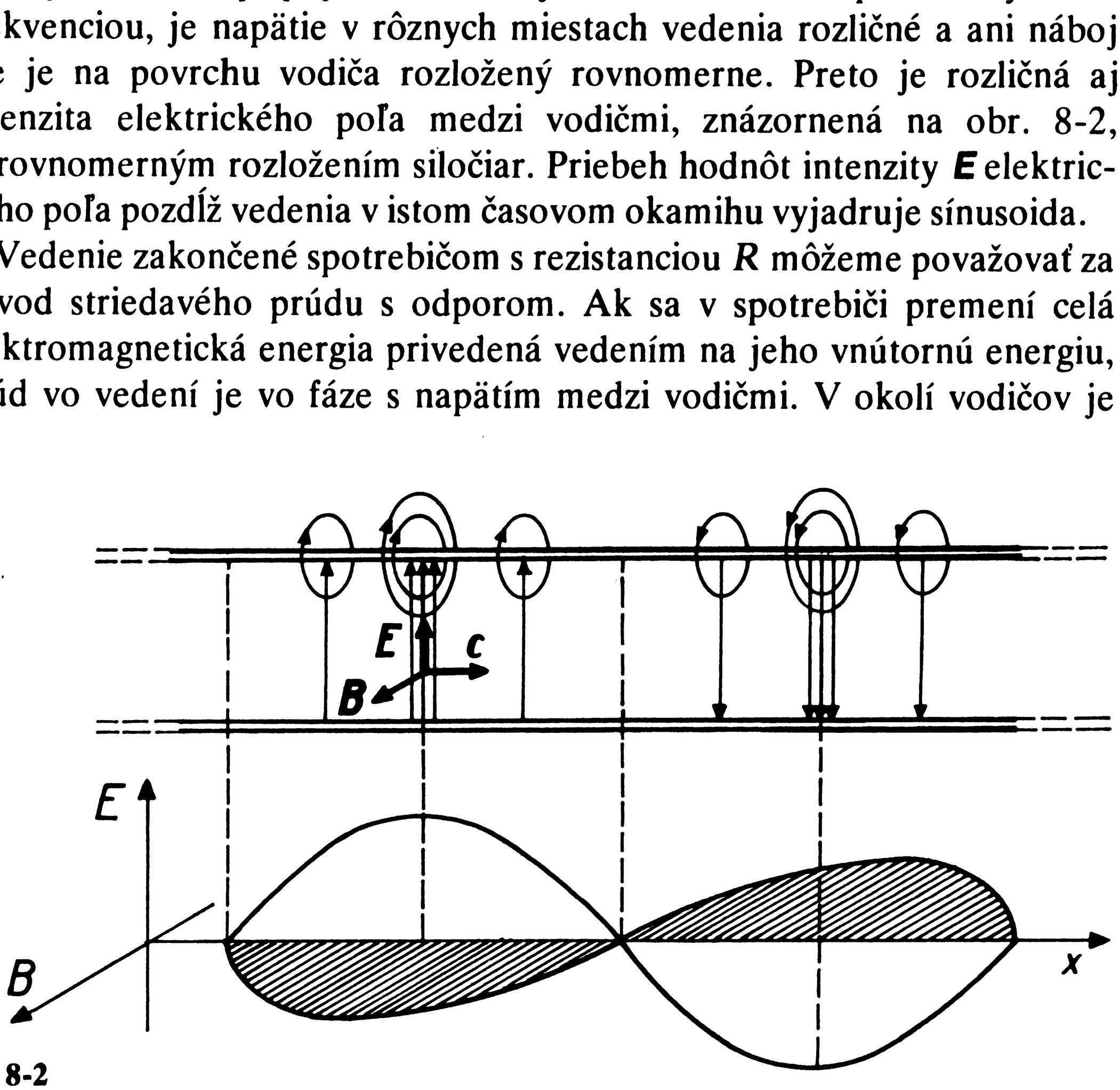
vzdialenostiach x. Rovnica (8.1) za týchto podmienok sa mení na známu rovnicu $u = U_m \sin \omega t$ — rovnicu harmonického kmitania.

Keď je dĺžka vedenia porovnateľná s vlnovou dĺžkou elektromagnetickej vlny, má prenos elektromagnetickej energie charakter vlnenia. Tak je to pri striedavých prúdoch s vysokou frekvenciou, ktoré sa využívajú napr. pri prenose správ v oznamovacej technike.

8.2 Elektromagnetická vlna

Keď je vedenie pripojené na zdroj harmonického napätia s vysokou frekvenciou, je napätie v rôznych miestach vedenia rozličné a ani náboj nie je na povrchu vodiča rozložený rovnomerne. Preto je rozličná aj intenzita elektrického poľa medzi vodičmi, znázornená na obr. 8-2, nerovnomerným rozložením siločiar. Priebeh hodnôt intenzity $\boldsymbol{E}$ elektrického poľa pozdĺž vedenia v istom časovom okamihu vyjadruje sínusoida.

Vedenie zakončené spotrebičom s rezistanciou R môžeme považovať za obvod striedavého prúdu s odporom. Ak sa v spotrebiči premení celá elektromagnetická energia privedená vedením na jeho vnútornú energiu, prúd vo vedení je vo fáze s napätím medzi vodičmi. V okolí vodičov je



8-2
Elektromagnetické pole vedenia

magnetické pole; jeho magnetická indukcia $\boldsymbol{B}$ má najväčšiu hodnotu v miestach, ktorými prechádza v danom okamihu najväčší prúd. Hodnoty magnetickej indukcie pozdĺž vedenia sú opäť vyjadrené sínusoidou (na obr. 8-2 je pre lepšiu prehľadnosť magnetické pole znázornené len okolo jedného vodiča). Keďže napätie a prúd vo vedení majú rovnakú fázu, majú rovnakú fázu aj sínusoidy v grafe intenzity elektrického poľa a magnetickej indukcie pozdĺž vedenia. Graf na obr. 8-2 znázorňuje postupnú elektromagnetickú vlnu. Z obr. 8-2 je tiež zrejmé, že vektory $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ v strede medzi vodičmi vedenia sú navzájom kolmé a súčasne sú kolmé na smer šírenia elektromagnetickej vlny. Amplitúdy vektorov $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ v postupnej vlne nezávisia od súradnice x v smere, ktorým sa vlna šíri.

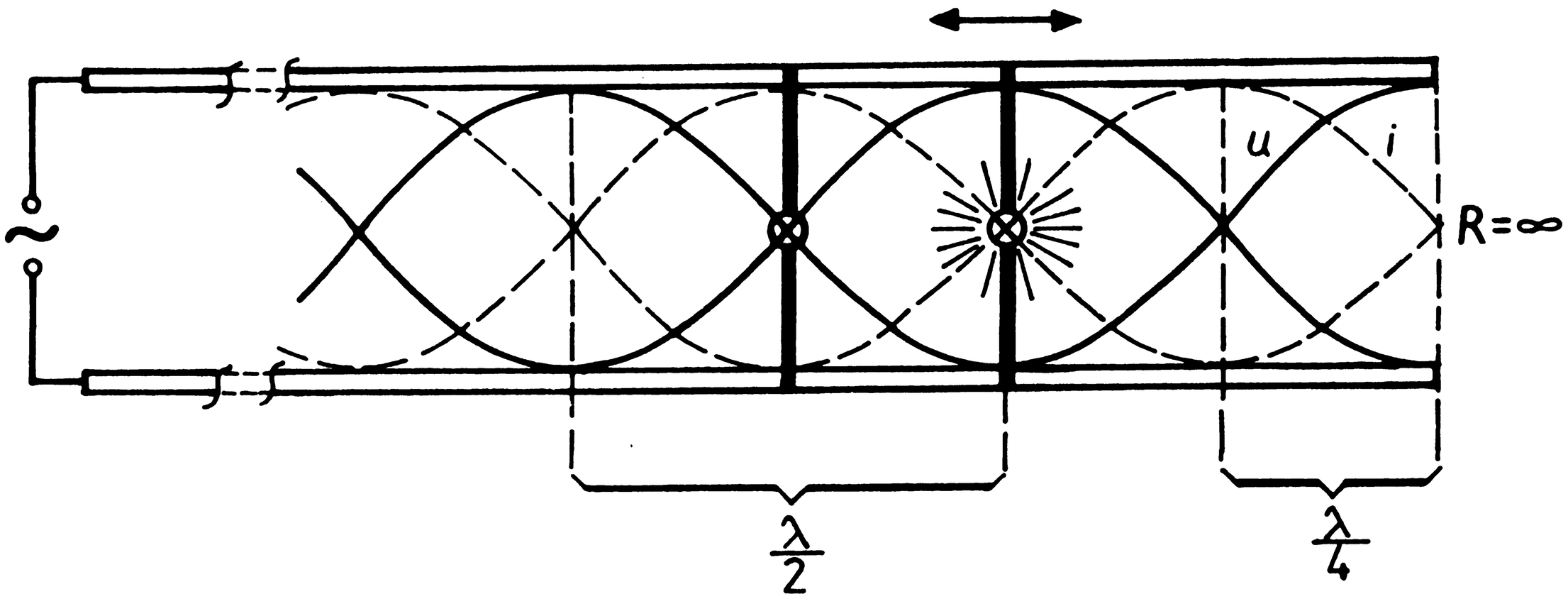
Pri prenose elektromagnetickej energie vzniká medzi vodičmi vedenia časovo premenné silové pole, ktoré má jednak elektrickú, jednak magnetickú zložku a nazýva sa elektromagnetické pole. Energia sa neprenáša vodičmi, ale elektromagnetickým poľom medzi nimi. Tento dej má charakter vlnenia.

8.3 Stojaté elektromagnetické vlnenie

Dosiaľ sme sa zaoberali iba prípadom, keď celá energia elektromagnetického vlnenia v spotrebiči bola pohltená na konci vedenia. Vo vedení vzniká postupné elektromagnetické vlnenie. Keď sa elektromagnetické vlnenie na konci vedenia odráža, vzniká iná situácia. Z analógie s pružným vláknom je zrejmé, že vo vedení vznikne stojaté elektromagnetické vlnenie.

Takýto prípad napr. nastane, ak na konci vedenia nie je pripojený spotrebič (*vedenie naprázdno* — obr. 8-3). Pretože koniec vedenia má veľký odpor ($R \to \infty$), dosahuje napätie na konci vedenia najväčšiu hodnotu. Naopak, prúd má na konci stále nulovú hodnotu (vedenie je rozpojené). V celom vedení nastáva fázové posunutie napätia a prúdu o $\frac{\pi}{2}$.

Deje na konci vedenia sú obdobou odrazu postupného mechanického vlnenia (pozri stať 7.5). Elektromagnetická vlna odrazená od konca vedenia skladá sa s vlnou postupujúcou priamym smerom a vzniká stojaté vlnenie. Na vedení môžeme zistiť kmitne a uzly napätia alebo prúdu.

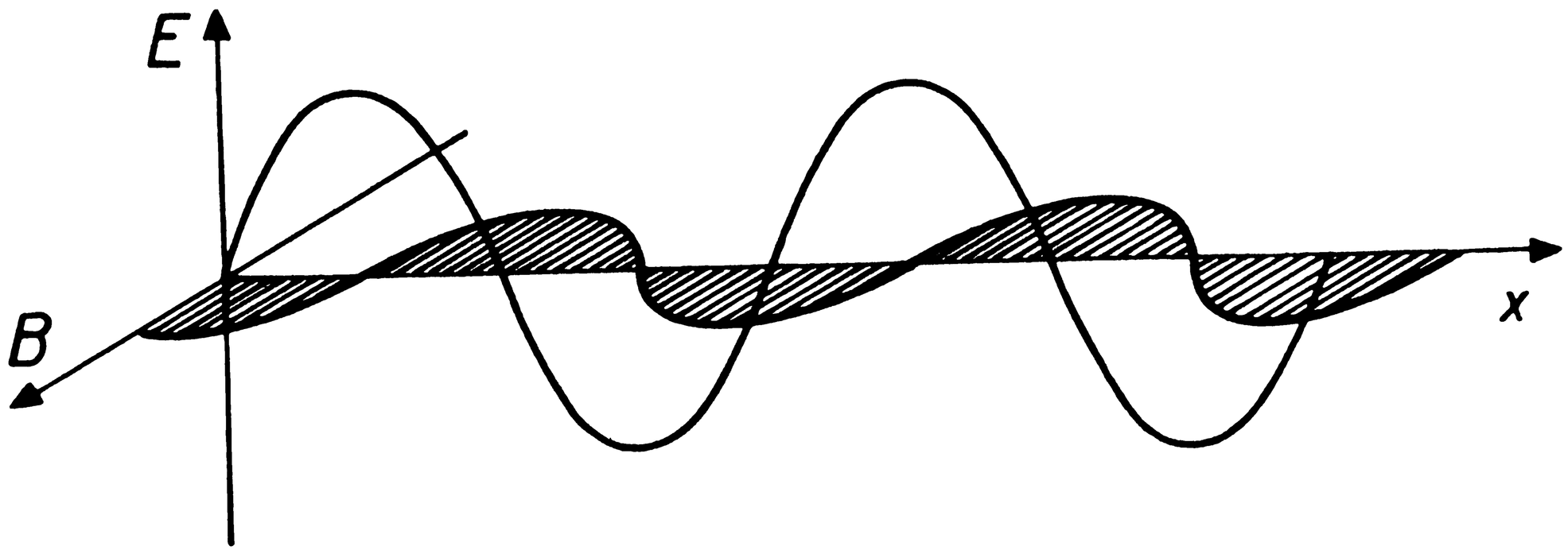


8-3
Napätie a prúd vo vedení naprázdno

Experimentálne sa o rozložení kmitní a uzlov napätia presvedčíme napr. tak, že pozdĺž vedenia napájaného z výkonného generátora kmitov s veľmi vysokou frekvenciou (rádovo 10^2 MHz) posúvame vodivý mostík so žiarovkou. Žiarovka svieti najsilnejšie v miestach kmitní, v miestach uzlov sa vôbec nerozsvieti.

Vedenie naprázdno má na konci kmitňu napätia a vo vzdialenosti $x = \frac{\lambda}{4}$ od konca je uzol napätia. Prúd má naopak na konci vedenia uzol a vo vzdialenosti $x = \frac{\lambda}{4}$ od konca kmitňu. Vzdialenosť susedných kmitní, prípadne uzlov tej istej veličiny je $\frac{\lambda}{2}$.

V okamihu, keď má napätie v kmitniach najväčšiu hodnotu, prúd v celom vedení sa rovná nule. Celá energia elektromagnetickej vlny sa premenila na energiu elektrického poľa. Naopak, keď je v kmitniach prúd najväčší, pozdĺž celého vedenia je nulové napätie. Energia elektromagnetickej vlny je sústredená v magnetickom poli. Stojatým elektromagnetickým vlnením sa energia neprenáša, len sa mení na energiu elektrického poľa a naopak. **V stojatej elektromagnetickej vlne sú časovo premenné vektory *E* a *B* fázovo posunuté o** $\frac{\pi}{2}$ rad (obr. 8-4).



8-4
Stojatá elektromagnetická vlna

Sústavu vedenia naprázdno môžeme z hľadiska premien energie prirovnať k oscilačnému obvodu. Rozdielne vlastnosti obidvoch typov elektromagnetických oscilátorov vyplývajú z toho, že obvod LC má parametre sústredené v rôznych miestach obvodu, parameter L je sústredený v cievke a parameter C v kondenzátore. Parametre L a C sú však rovnomerne rozložené po celej dĺžke vedenia.

Preto má oscilačný obvod jedinú frekvenciu vlastného kmitania, kým vedenie naprázdno môže kmitať podobne ako chvejúca tyč (pozri stať 7.6). Základná frekvencia zodpovedá prípadu, keď sa na vedení utvorí jediná polvlna alebo štvrťvlna stojatého elektromagnetického vlnenia. Ostatné frekvencie sú určité násobky základnej frekvencie, čo značí, že frekvencie vlastného kmitania oscilátora s rozloženými parametrami sú určené najmä jeho rozmermi.

Keď je vedenie zakončené spotrebičom, v ktorom sa časť energie elektromagnetického vlnenia pohltí a časť odrazí, vzniká výsledné vlnenie s postupnou i stojatou zložkou.

Úlohy

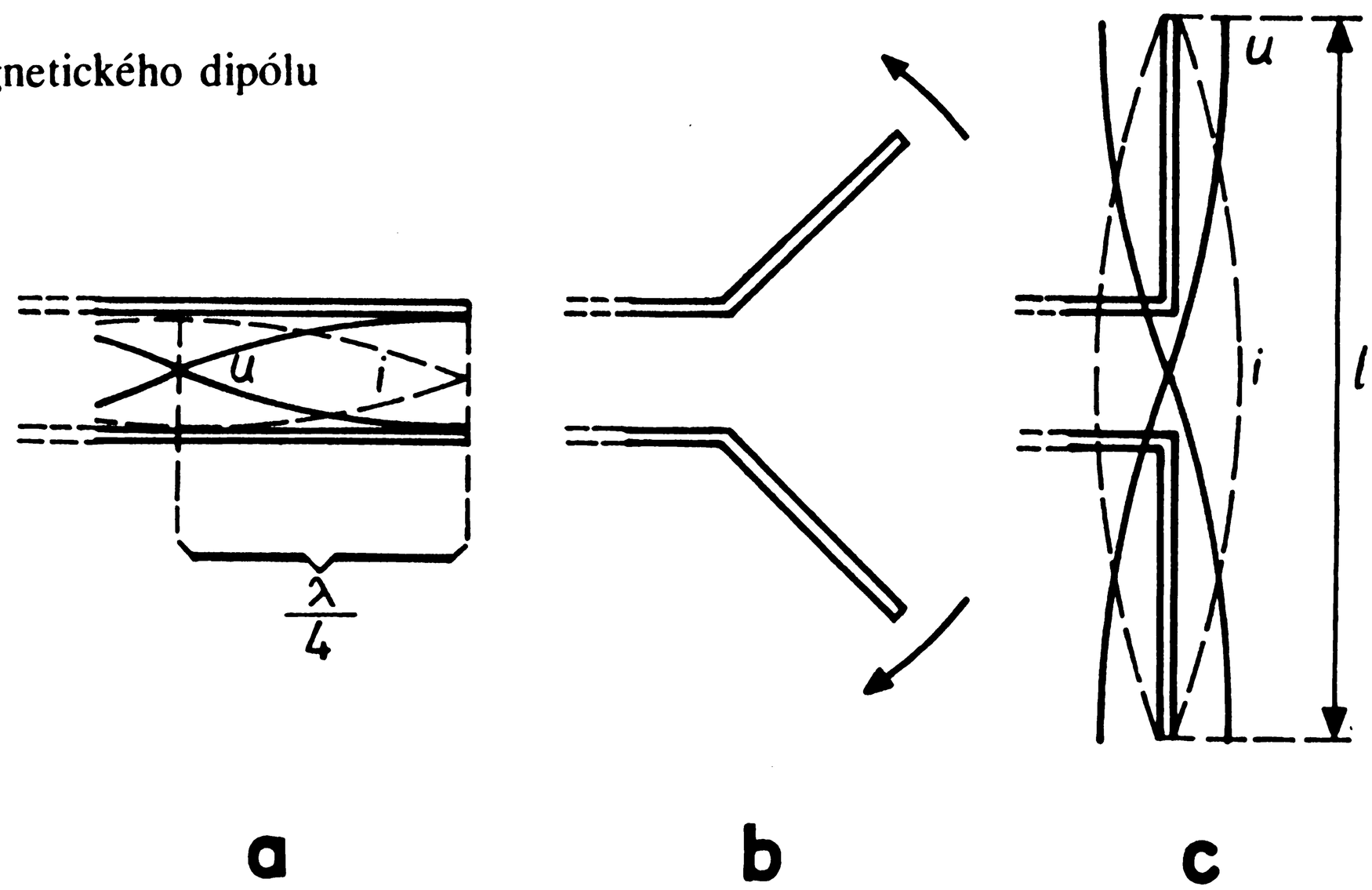
1. Vedenie s vodivo spojenými koncami ($R = 0\ \Omega$) nazýva sa vedenie nakrátko. Aké bude v tomto prípade rozloženie kmitní a uzlov napätia a prúdu?
2. Dvojvodičové vedenie dĺžky l pripojíme na zdroj striedavého napätia s meniteľnou frekvenciou. Pri ktorých frekvenciách dosiahne amplitúda napätia vo vedení maximum? Predpokladáme, že v mieste pripojenia zdroja má napätie kmitňu.
3. Pomocou vedenia možno merať vlnovú dĺžku a určovať rýchlosť elektromagnetického vlnenia. Navrhnite princíp metódy.

4. Aké vlnenie vzniká vo vedení zakončenom prvkom iba s indukčnosťou alebo iba s kapacitou?

8.4 Elektromagnetický dipól

Elektromagnetické vlnenie, ktoré sa šíri dvojvodičovým vedením, je s vedením úzko spojené a jeho energia je sústredená prevažne medzi vodičmi. V oznamovacej technike je však často potrebné, aby napr. vysielač vyžaroval elektromagnetické vlnenie do väčšieho priestoru. To možno dosiahnuť úpravou konca vedenia, pri ktorej sa vodiče dĺžky $\frac{\lambda}{4}$ roztvoria do smeru kolmého na vedenie (obr. 8-5a, b, c).

8-5 a, b, c
Vznik elektromagnetického dipólu



V odchýlených častiach vedenia vznikajú prúdy, ktoré majú v každom okamihu súhlasný smer, a magnetické pole prúdu môže tak zasahovať do celého okolia. Napätie na koncoch vodičov dosahuje periodicky najvyššie hodnoty a vzniká elektrické pole, ktoré tiež zasahuje do okolia.

Tak sme dostali základné zariadenie, ktoré sa používa na vyžarovanie elektromagnetickej energie do voľného priestoru. Nazýva sa **elektromagnetický dipól.** Pretože v praxi sa jeho dĺžka rovná polovici dĺžky vyžarova-

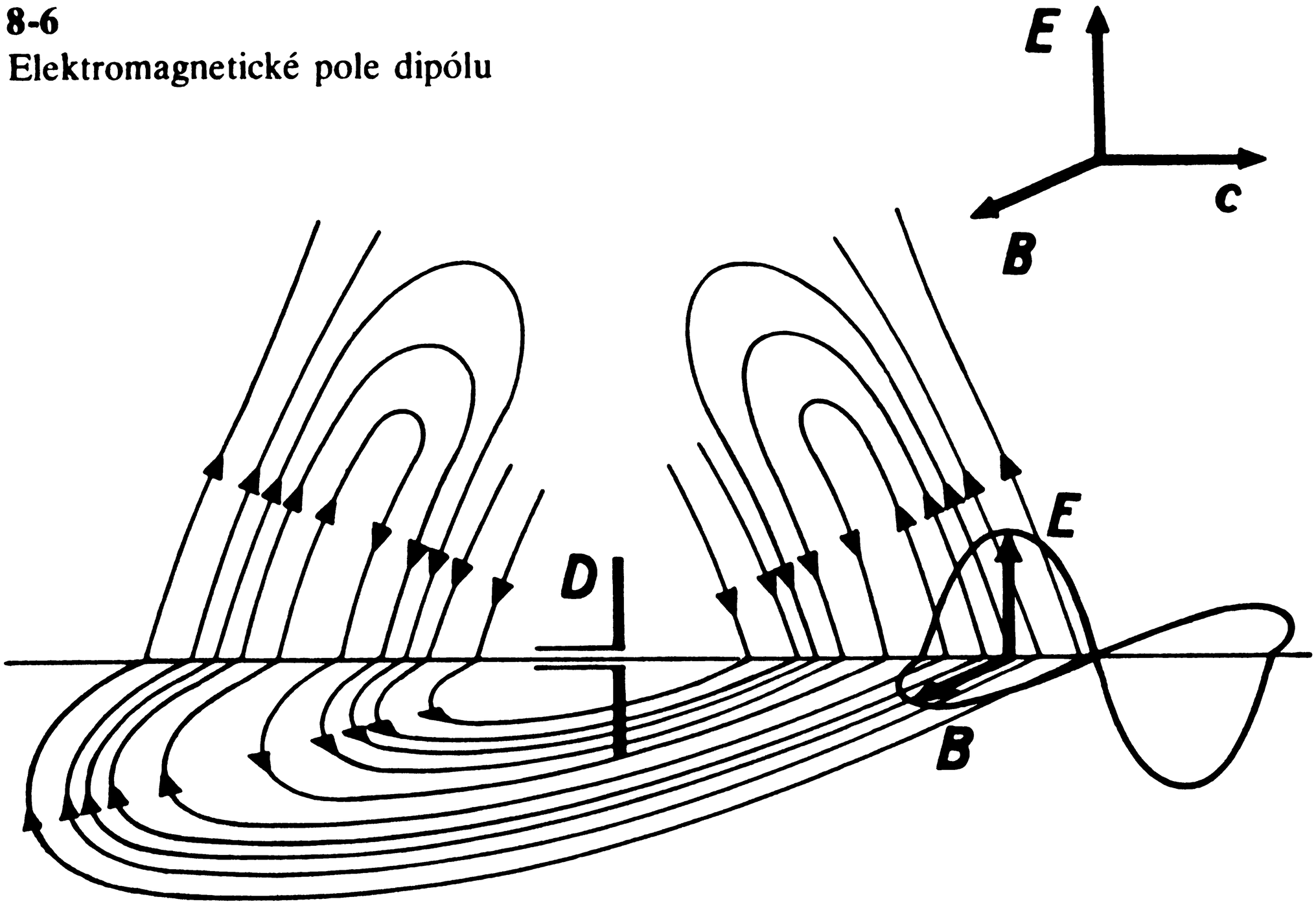
ného elektromagnetického vlnenia, volá sa aj polvlnový dipól. Termín dipól vystihuje skutočnosť, že sa každá jeho polovica nabíja periodicky kladne alebo záporne.

Podobne ako dvojvodičové vedenie aj elektromagnetický dipól je oscilátor s rozloženými parametrami. To znamená, že napätie a prúd v ňom utvárajú stojaté vlnenie. Napätie má na koncoch dipólu kmitňu a v strede uzol, prúd má, naopak, na koncoch uzol a v strede kmitňu. Na rozdiel od vedenia, ktoré energiu nevyžaruje, a je teda uzavretým oscilátorom, dipól energiu vyžaruje do okolia a je otvoreným oscilátorom.

Kmitanie dipólu je spojené so vznikom elektrického a magnetického poľa v jeho okolí, ktorým sa prenáša energia elektromagnetického vlnenia do priestoru. Vzhľadom na to, že vznik obidvoch polí má spoločnú príčinu — kmitanie dipólu a obidve polia sú navzájom spojené, vzniká výsledné **elektromagnetické pole dipólu.**

Elektromagnetické pole dipólu je najmä v blízkosti dipólu pomerne zložité a graficky ho možno znázorniť pomocou jeho zložiek, t. j. pomocou siločiar elektrickej zložky a magnetických indukčných čiar magnetickej zložky elektromagnetického poľa. Obrázok 8-6 znázorňuje elektromagne-

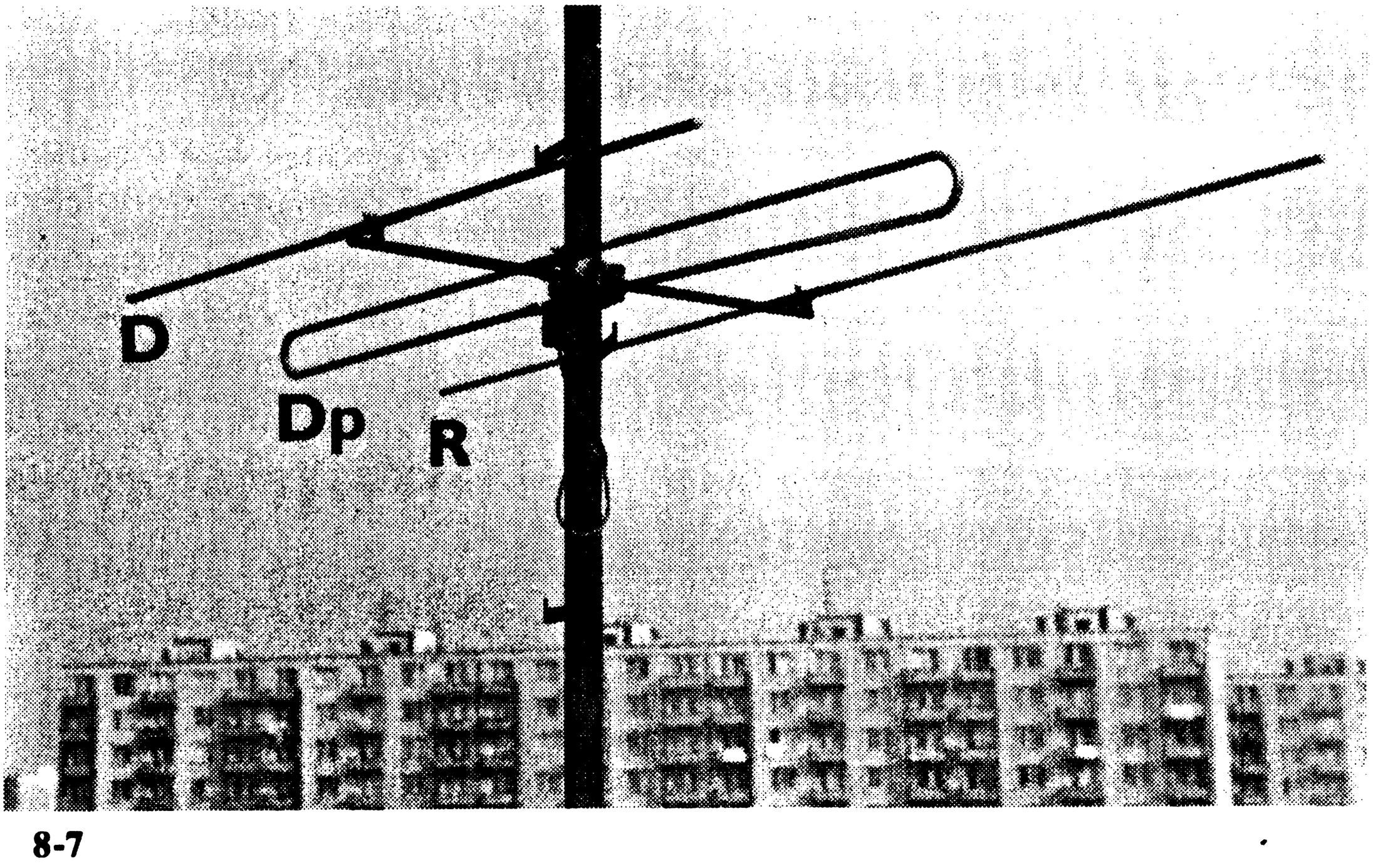
8-6
Elektromagnetické pole dipólu



tické pole v istom okamihu. Vidíme, že siločiary určujúce smer vektora intenzity ***E*** elektrickej zložky poľa, sú rozložené v rovine, v ktorej leží dipól. Indukčné čiary, ktoré určujú smer vektora ***B*** magnetickej zložky poľa, tvoria sústredné kružnice v rovine kolmej na dipól. Podobne ako medzi vodičmi vedenia aj v priestore okolo dipólu sú vektory ***E*** a ***B*** navzájom kolmé a ich zmeny majú charakter postupného elektromagnetického vlnenia.

Z rozloženia siločiar a indukčných čiar na obr. 8-6 je zrejmé, že elektromagnetický dipól nevyžaruje energiu rovnomerne všetkými smermi. Najväčšia časť energie sa vyžaruje v smeroch kolmých na os dipólu, kým v smere osi dipól energiu nevyžaruje.

Elektromagnetický dipól je základná súčasť všetkých vysielačov a prijímačov na bezdrôtový prenos správ. Volá sa **anténa** a má rôzne tvary. Známy je napr. anténový dipól na príjem televízneho signálu (obr. 8-7).



8-7
Anténa pre I. televízne pásmo

Vlastný dipól D_p zvyčajne dopĺňajú ďalšie prvky v tvare kovových tyčí, ktoré ovplyvňujú smerový účinok antény aj amplitúdu zachyteného vlnenia. Je to direktor D a reflektor R. V praxi sa používa najčastejšie tzv. skladaný dipól, tvorený dvojicou rovnobežných vodičov.

Antény sa teda nepoužívajú len na vyžarovanie energie, ale aj na jej príjem. Anténa vysielača utvára elektromagnetické pole a anténa prijímača, ktorú v tomto poli umiestime, časť elektromagnetického poľa pohltí. Vznikne nútené elektrické kmitanie, ktoré sa v prijímači zosilní a postupne upraví na zvukový či obrazový signál. Podrobnejšie je tento dej vysvetlený v 9. kapitole.

Úlohy

1. Elektromagnetická energia sa k dipólu privádza dvojvodičovým vedením. Aké vlnenie vzniká, ak vieme, že časť energie sa dipólom vyžiari do priestoru?
2. Za akých podmienok vzniká v prívodnom vedení k dipólu postupné vlnenie?
3. Pri niektorých vysielačoch sa používa ako anténa dipól s jedným uzemneným koncom. Ako takýto dipól kmitá?
4. Prečo majú televízne antény pre rozličné prenosové kanály rôznu dĺžku?

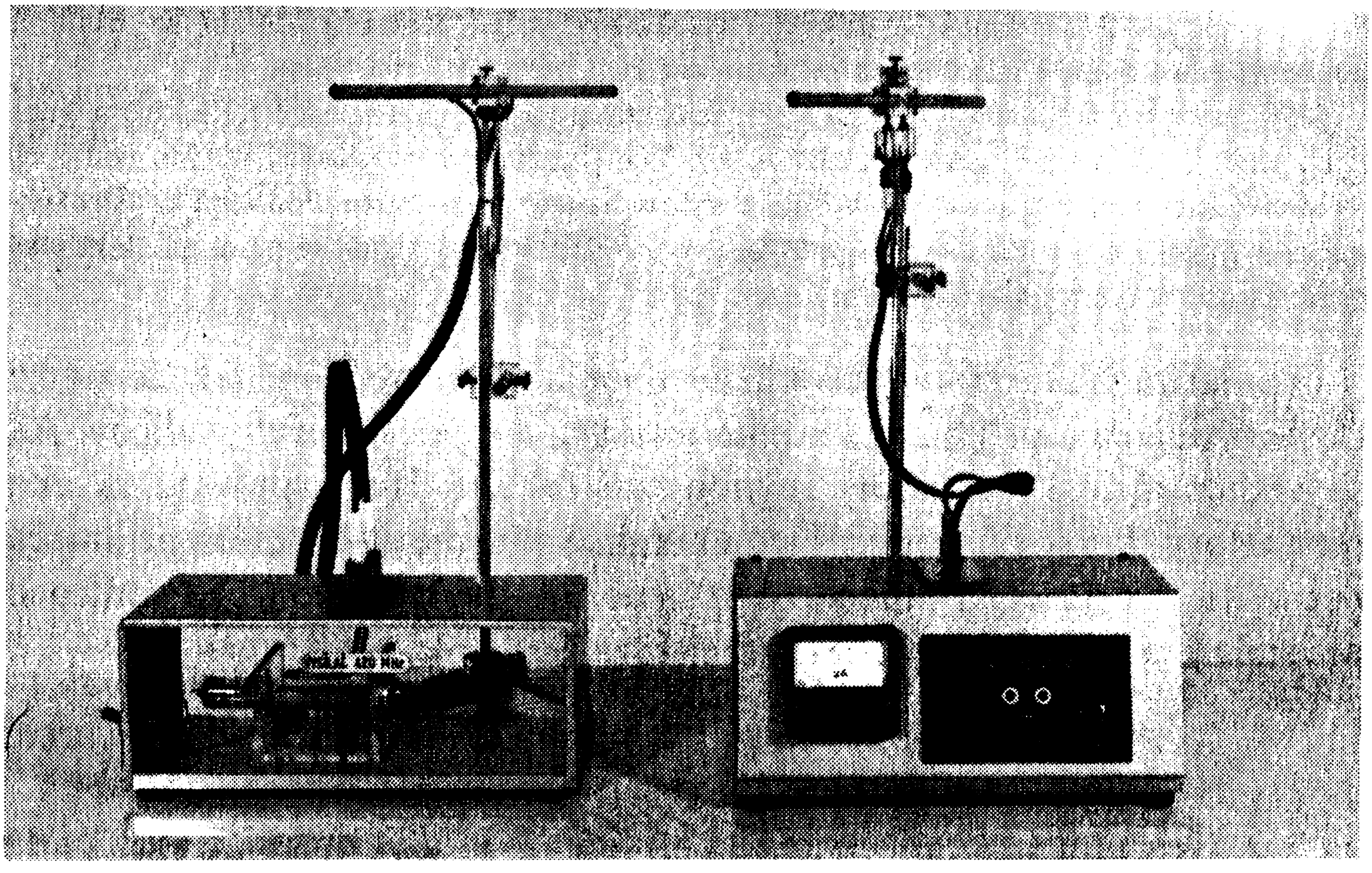
8.5 Vlastnosti elektromagnetického vlnenia

Niektoré vlastnosti elektromagnetického vlnenia už poznáme z predchádzajúceho vysvetlenia. Je to predovšetkým poznatok, že elektromagnetická vlna má dve navzájom neoddeliteľné zložky. Elektrickú zložku charakterizuje vektor $\boldsymbol{E}$, magnetickú zložku vektor $\boldsymbol{B}$. Vektory $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ sú navzájom kolmé, v postupnej elektromagnetickej vlne majú súhlasnú fázu, a ich kmity prebiehajú priečne na smer, ktorým sa vlnenie šíri. Elektromagnetické vlnenie je priečne vlnenie.

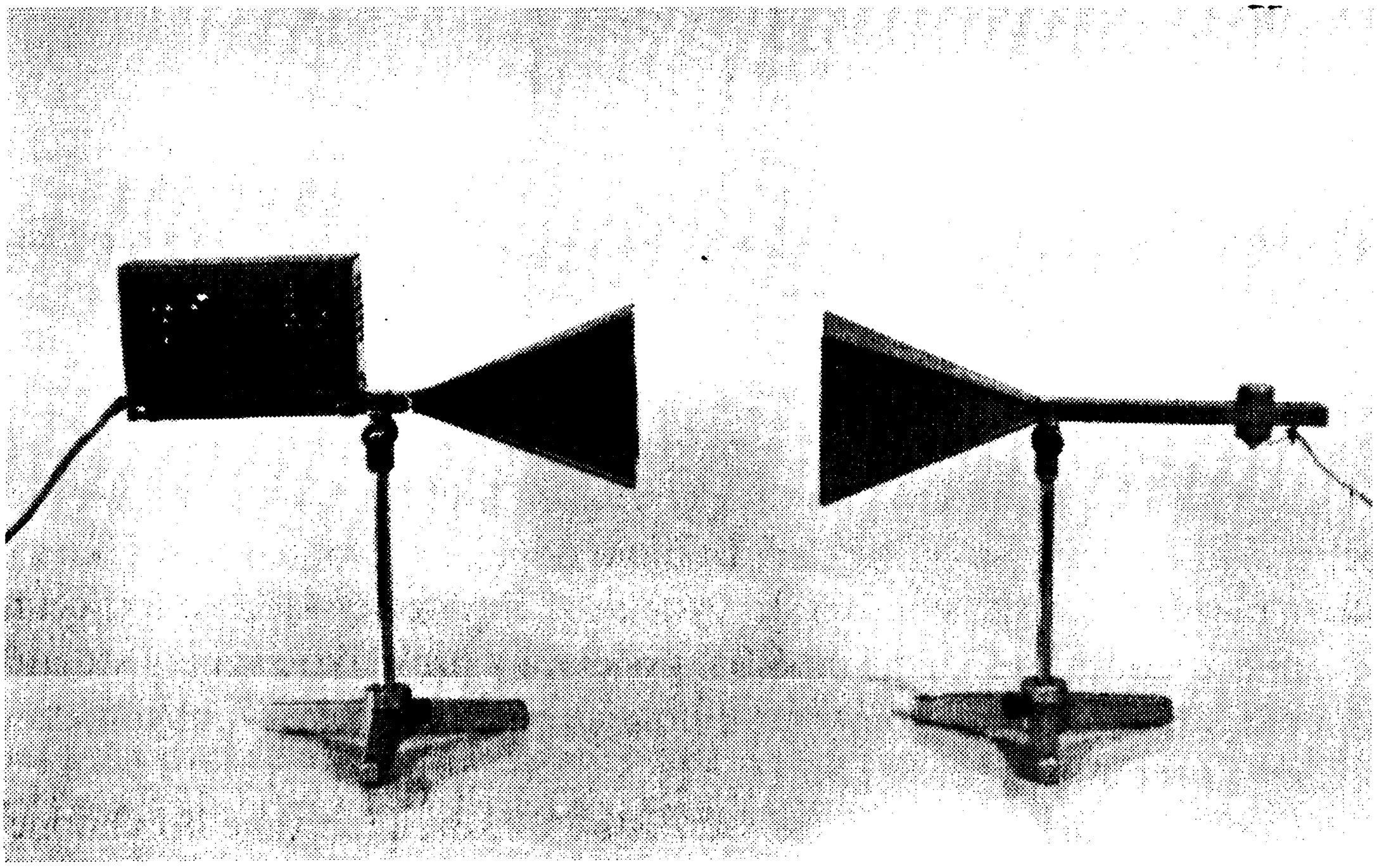
Polarizácia elektromagnetického vlnenia

Keď sa smer vektorov $\boldsymbol{E}$ a $\boldsymbol{B}$ v elektromagnetickej vlne nemení, hovoríme o lineárne polarizovanej elektromagnetickej vlne. Vlnenie vyžarované dipólom je polarizované tak, že v rovine dipólu leží vektor $\boldsymbol{E}$ a v rovine kolmej na dipól leží vektor $\boldsymbol{B}$.

Polarizáciu a ďalšie vlastnosti elektromagnetického vlnenia môžeme experimentálne dokázať pokusným vysielačom a prijímačom. Aby priebeh pokusu bol názorný a presvedčivý, používame vysielač veľmi krátkych vĺn s vlnovou dĺžkou rádovo 10^{-1} m (decimetrové vlny) alebo 10^{-2} m (centimetrové vlny). Anténu vysielača decimetrových vĺn tvorí dipól (obr. 8-8).



8-8
Demonštračný vysielač a prijímač decimetrových vĺn

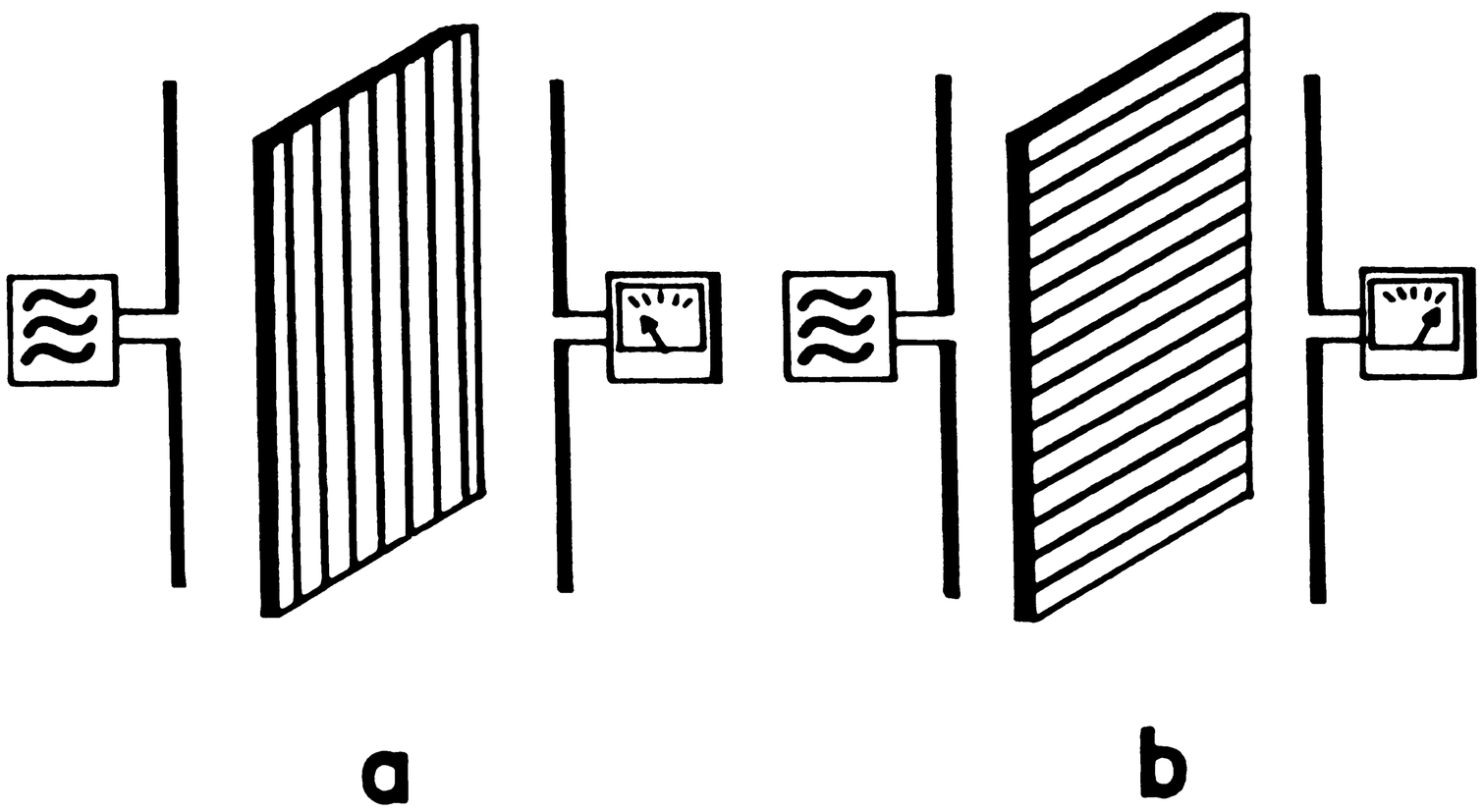


8-9
Demonštračný vysielač a prijímač centimetrových vĺn

Prijímač je dipól s rovnakou dĺžkou. Vysokofrekvenčné kmitanie dipólu sa usmerní polovodičovou diódou a potom sa indikuje citlivým meracím prístrojom.

Odlišnú konštrukciu má vysielač a prijímač centimetrových vĺn (obr. 8-9). Elektromagnetické vlnenie (zvyčajne s vlnovou dĺžkou $\lambda = 3$ cm) sa budí v osobitných dutých vodičoch — vlnovodoch a vysiela sa istým smerom žiaričom lievikovitého tvaru. Podobnú konštrukciu má aj prijímač, ktorý má v dutine polovodičovú diódu. Prijatý signál sa mení na elektrický prúd, ktorý meriame mikroampérmetrom.

O polarizácii elektromagnetického vlnenia sa presvedčíme tak, že medzi dipól vysielača a prijímača vložíme mriežku z rovnobežných vodičov. Ak sú vodiče mriežky a dipóly rovnobežné (obr. 8-10a), správajú sa ako rezonátory. Pohlcujú dopadajúcu energiu a vlnenie sa k dipólu prijímača nerozšíri. Ak mriežku otočíme o 90° (obr. 8-10b), kmitanie vo vodičoch nevznikne a vlnenie mriežkou prechádza.



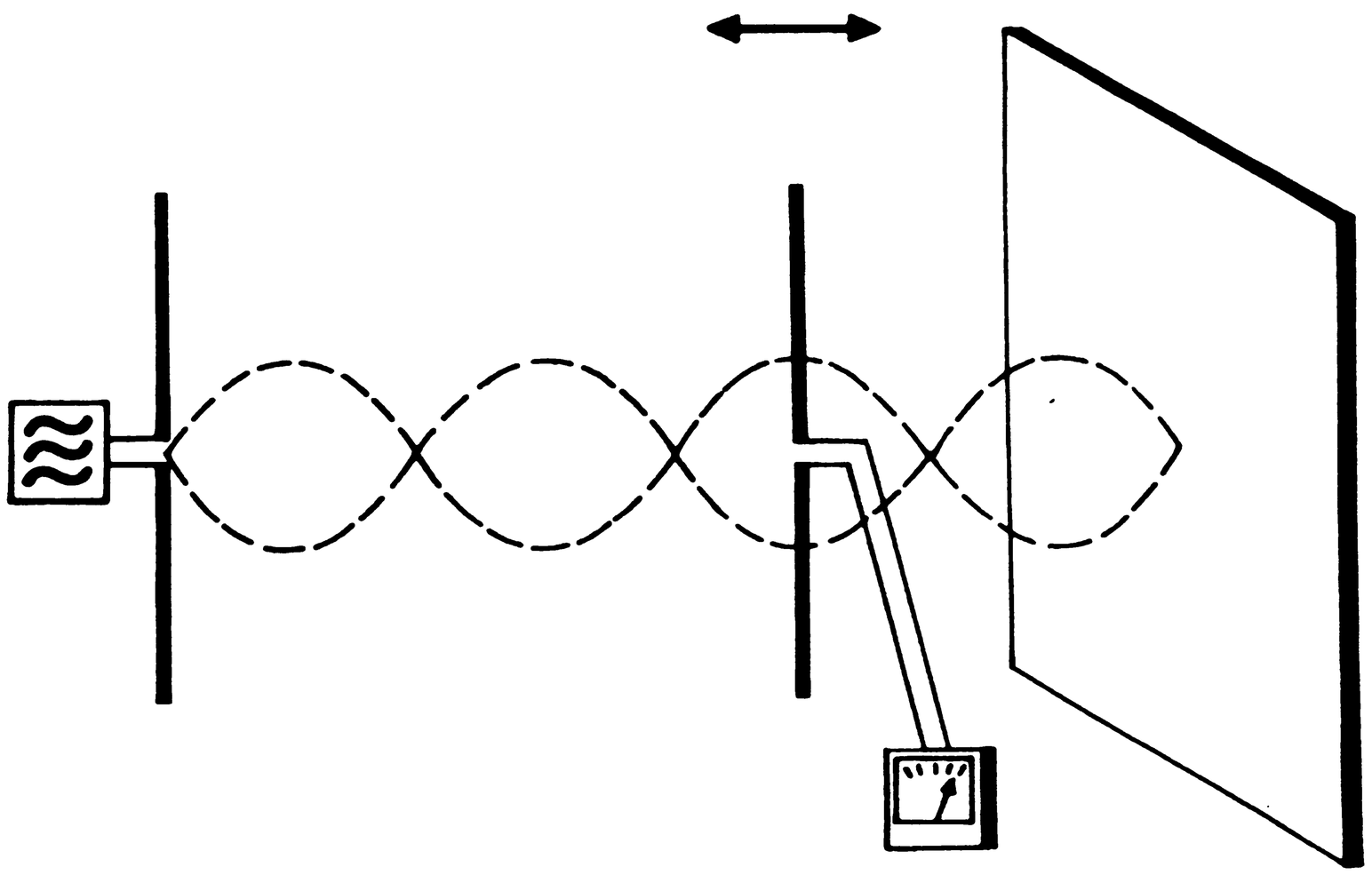
8-10
Experimentálny dôkaz polarizácie elektromagnetickej vlny

Odraz a ohyb elektromagnetického vlnenia

Plošný vodič je pre elektromagnetické vlnenie prekážkou, ktorou vlnenie nepreniká a odráža sa od nej. Pri kolmom dopade na vodivú prekážku sa vlnenie odráža späť smerom k vysielaču, interferuje s postupujúcim vlnením a v priestore medzi dipólom vysielača a prekážkou vzniká stojaté vlnenie. Dokážeme to pomocou dipólu prijímača, ktorým pohybujeme v tomto priestore (obr. 8-11).

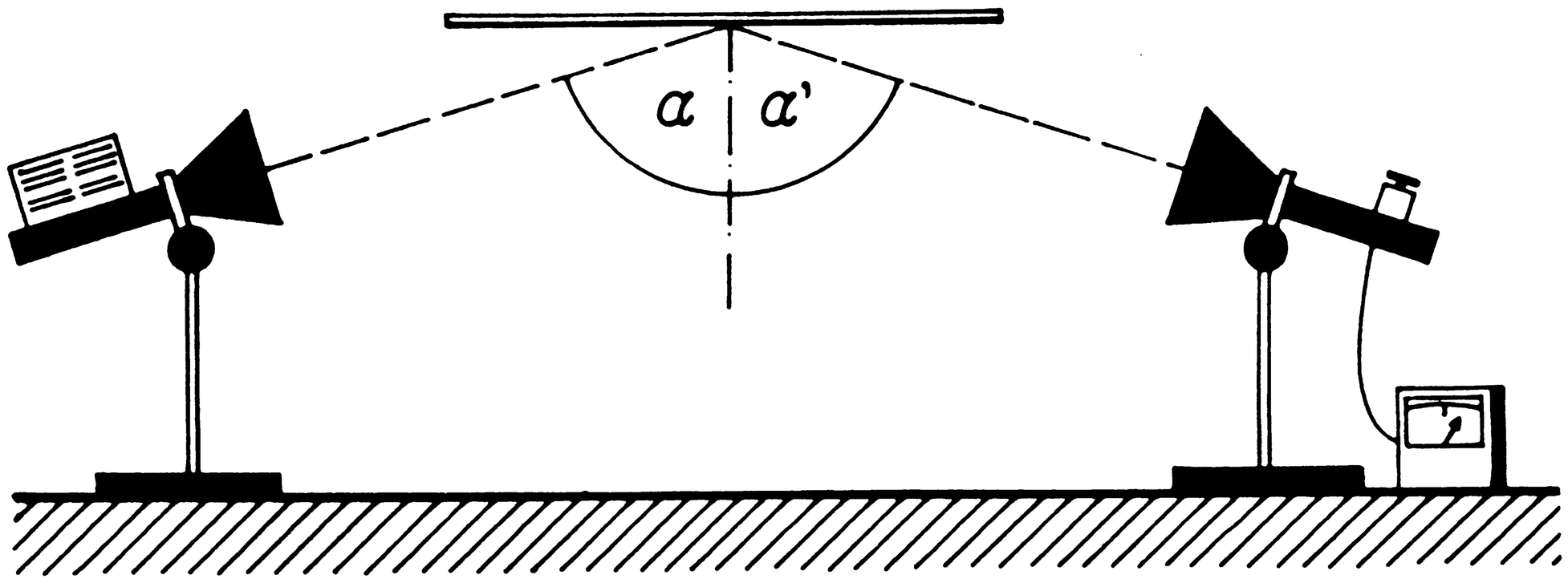
Keď vodivú plochu, prípadne tyč s istou dĺžkou umiestime do vhodnej vzdialenosti od dipólu prijímača, amplitúda jeho kmitov sa zväčší a prijatý signál sa zosilní. Vznik stojatého vlnenia sa takto využíva v konštrukcii

8-11
Vznik stojatého elektromagnetického vlnenia



anténových systémov na diaľkový príjem elektromagnetického vlnenia (napr. antény na príjem televízneho vysielania, antény radarov).

Elektromagnetické vlnenie, ktoré dopadá na vodivú prekážku pod istým uhlom, odráža sa podľa zákona odrazu. Platnosť tohto zákona sa prejavuje tým výraznejšie, čím je vlnová dĺžka elektromagnetického vlnenia kratšia (obr. 8-12).



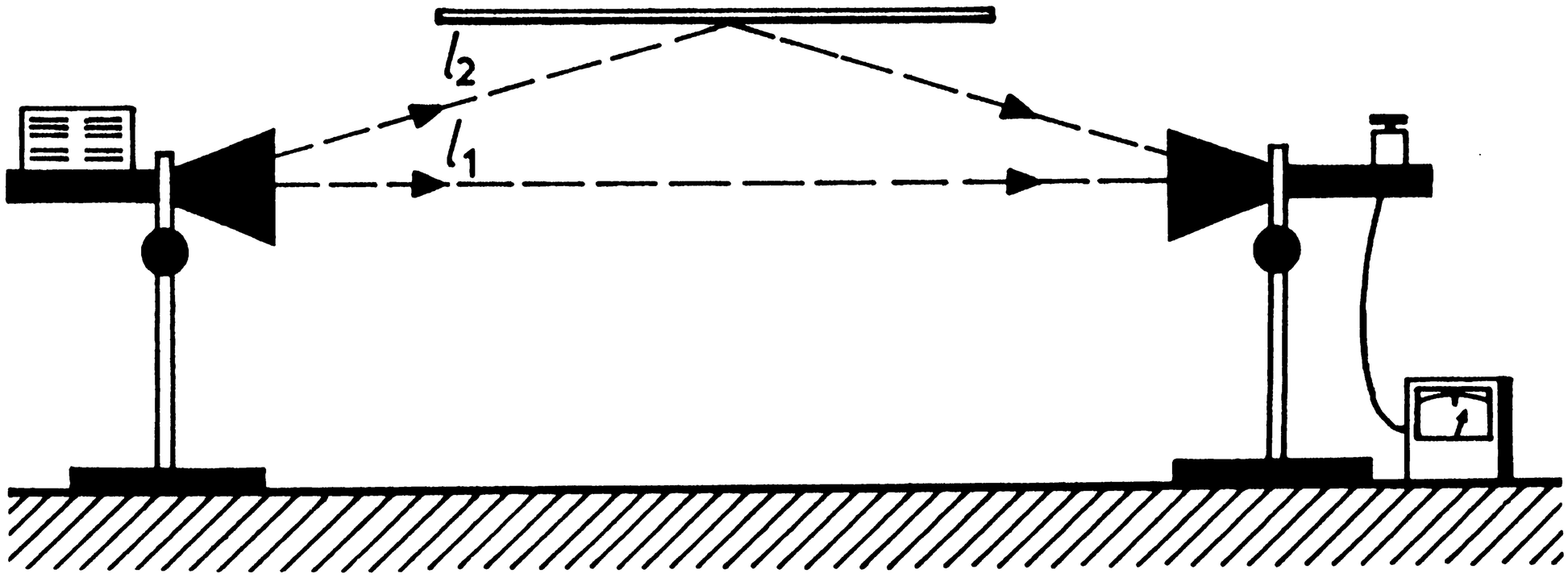
8-12
Odraz elektromagnetického vlnenia

Vlnová dĺžka elektromagnetického vlnenia má značný vplyv aj na vznik tieňa za prekážkou a na ohyb vlnenia. Ak sú rozmery plošného vodiča oveľa väčšie ako vlnová dĺžka, vlnenie za prekážku neprenikne a za plošným vodičom vzniká tieň vlnenia. Ak sú rozmery prekážky vzhľadom na vlnovú dĺžku malé, vlnenie za prekážku prenikne, nastáva ohyb

vlnenia. Elektromagnetické vlnenie prechádza aj nevodivými prekážkami, ale časť vlnenia sa aj v tomto prípade odráža.

Interferencia elektromagnetického vlnenia

V praxi sa často stáva, že vlnenie z vysielača prichádza k dipólu prijímača jednak priamo, jednak po odraze od vodivej prekážky (obr. 8-13).



8-13
Interferencia elektromagnetického vlnenia

Priama a odrazená vlna interferujú, pričom amplitúda výsledného vlnenia závisí od rozdielu dráh Δl obidvoch vlnení. Ak $\Delta l = 2k\frac{\lambda}{2}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$, vlnenia sa stretávajú s rovnakou fázou a amplitúda výsledného vlnenia sa zväčší. Pri $\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ sa vlnenia stretávajú s opačnou fázou a výsledné vlnenie má menšiu amplitúdu.

Vplyv prostredia na dĺžku elektromagnetickej vlny

Rýchlosť c elektromagnetického vlnenia, ktorú sme spomenuli v stati 8.1, je rýchlosť vo vákuu. V každom inom prostredí je rýchlosť elektromagnetického vlnenia menšia a z teórie pre ňu vyplýva vzťah

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

kde ε_r a μ_r sú relatívna permitivita a relatívna permeabilita prostredia. (V tomto tvare vzťah platí pre relatívne nízke frekvencie.)

Napríklad pre vodu platí $\varepsilon_r = 81$ a $\mu_r = 1$, takže $v = \frac{1}{9} c$. V takomto pomere sa aj vo vode skráti vlnová dĺžka elektromagnetického vlnenia s určitou frekvenciou a dipól na jeho príjem musí byť deväťkrát kratší. Ak do stredu skráteného dipólu umiestime žiarovku, žiarovka sa v blízkosti dipólu vysielača vo vzduchu nerozsvieti. No ak skrátený dipól ponoríme do vody, vlákno žiarovky sa rozžeraví, čo dokazuje, že nastala rezonancia s kmitaním vysielača.

Úlohy

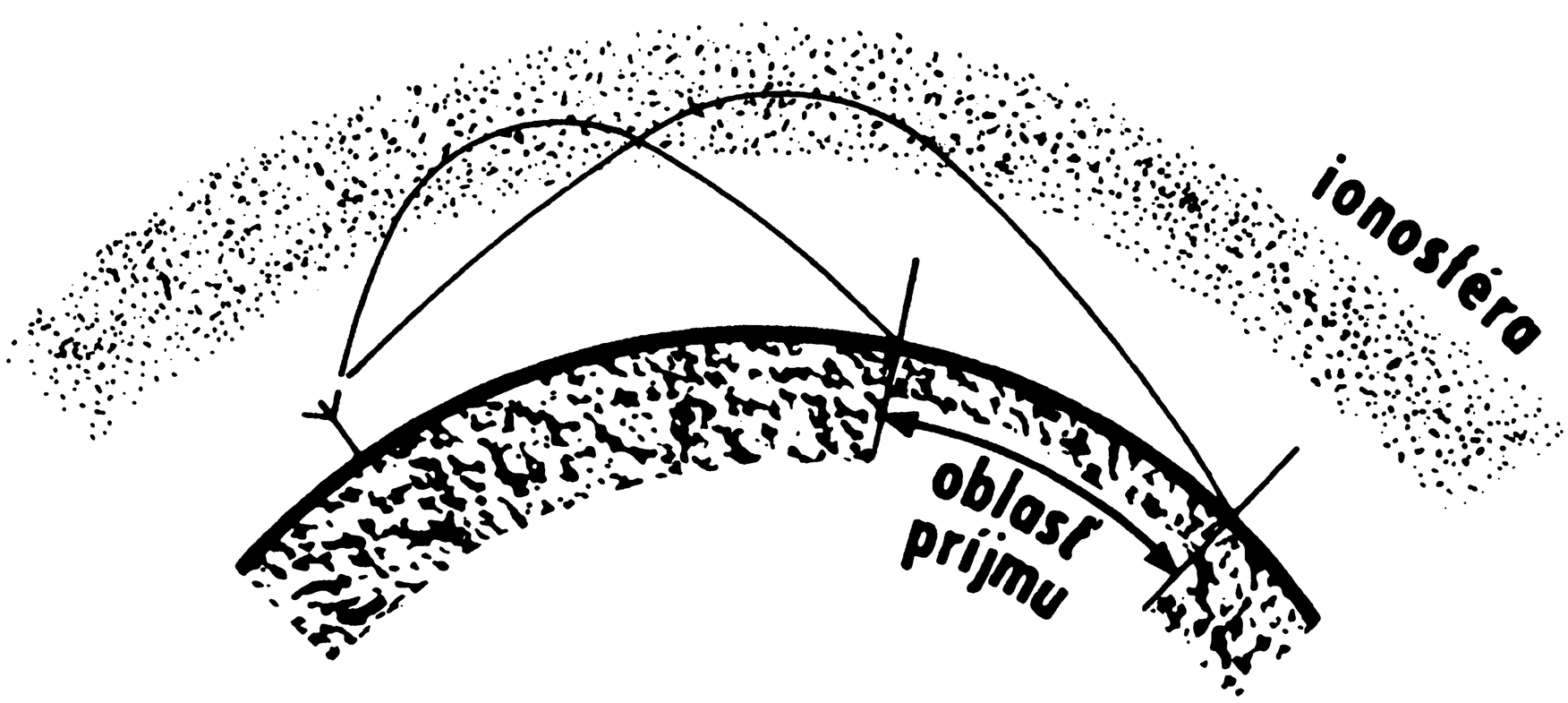
1. Vysvetlite, prečo v budovách s kovovou konštrukciou nie je možný príjem rozhlasového a televízneho vysielania pomocou vnútornej antény.
2. Pri prelete nízko letiaceho lietadla alebo vrtuľníka sa periodicky zosilní a zoslabí príjem televízneho signálu (obraz periodicky mení jas). Vysvetlite.
3. Odvoďte vzťah pre dĺžku skráteného dipólu v prostredí, v ktorom $\varepsilon_r > 1$.

8.6 Šírenie elektromagnetického vlnenia

Vlastnosti elektromagnetického vlnenia sa výrazne prejavujú najmä pri šírení vĺn priestorom. Javy, ktoré pritom vznikajú, do veľkej miery súvisia s vlnovou dĺžkou elektromagnetického vlnenia. Ďalej sa budeme zaoberať iba vlneniami, ktoré vyžarujú antény rádioelektronických zariadení. Vlnové dĺžky dosahujú v týchto prípadoch hodnoty rádovo 10^3 m až 10^{-2} m. Napríklad na rozhlasové vysielanie sa využívajú *dlhé* ($\lambda \sim 10^3$ m), *stredné* ($\lambda \sim 10^2$ m), *krátke* ($\lambda \sim 10^1$ m) a *veľmi krátke* ($\lambda \sim 10^0$ m až 10^{-1} m) vlny. Televízne vysielanie sa uskutočňuje na veľmi krátkych vlnách a pre družicový príjem sa používajú centimetrové vlny s frekvenciami rádovo 10 GHz.

Pri dlhých a stredných vlnách uplatňuje sa najmä ohyb vlnenia pozdĺž zemského povrchu, takže ich príjem je možný aj za veľmi rozmernými prekážkami a v členitom teréne. Naopak na príjem veľmi krátkych vĺn, ktorými sa prenáša rozhlasové vysielanie (VKV) a televízny signál, vyžaduje sa medzi vysielačom a prijímačom pomerne rovný terén.

Pri šírení krátkych vĺn sa využíva odraz od vrstvy ovzdušia — **ionosféry.** Ionosféra sa začína vo výške 60 km až 80 km nad zemským povrchom a obsahuje isté množstvo molekúl vzduchu, rozštiepených účinkom slnečného ultrafialového žiarenia na ióny a voľné elektróny. Preto sa ionosféra správa voči elektromagnetickému vlneniu ako vodivá plocha. Krátke vlny sa v ionosfére odrážajú a lámu a dostávajú sa do veľkých vzdialeností od vysielača (obr. 8-14). Keďže účinkom slnečného žiarenia sa stav ionosféry mení, menia sa aj podmienky šírenia krátkych vĺn, a to počas dňa a roka.

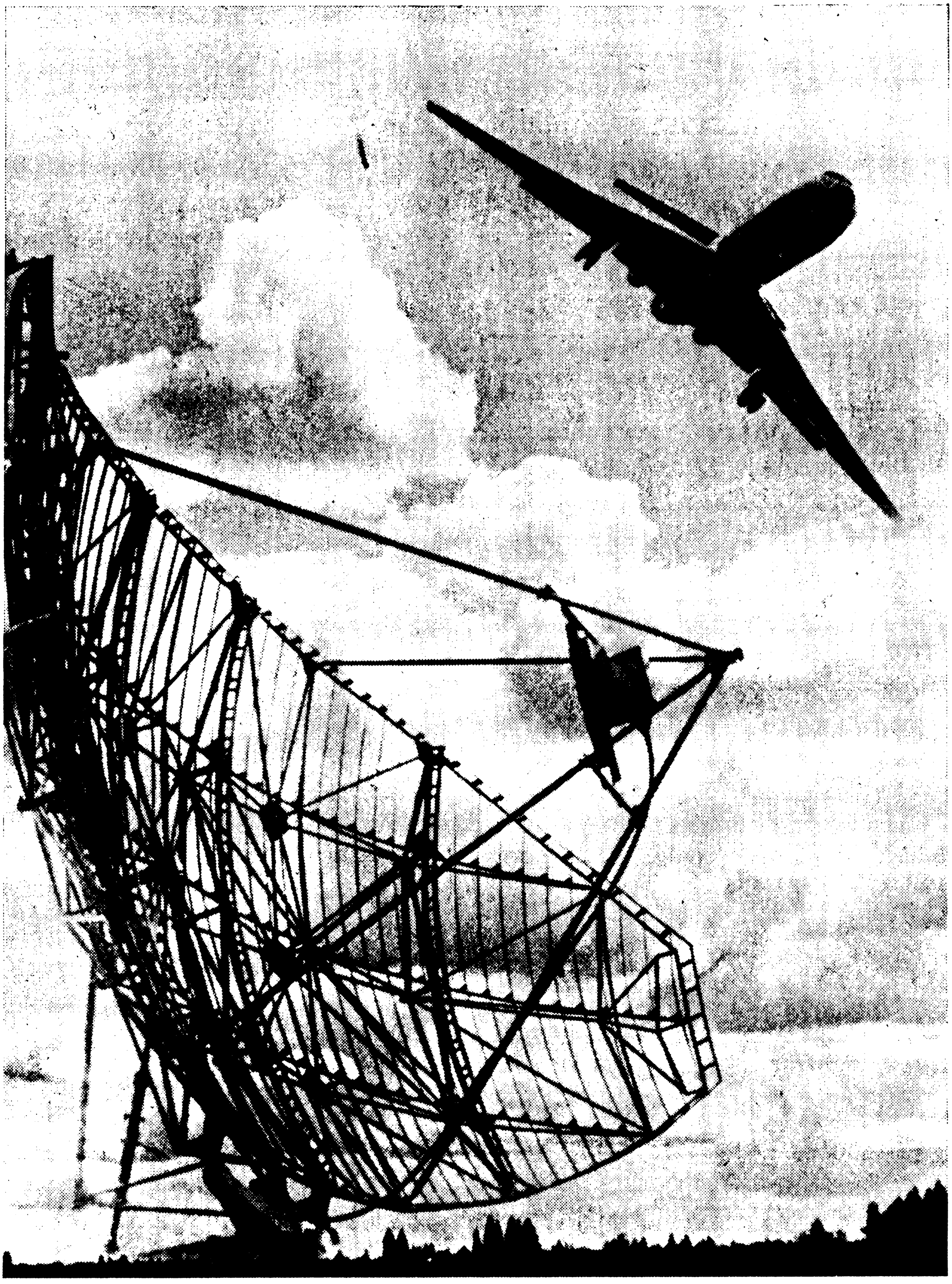


8-14
Odraz krátkych vĺn v ionosfére

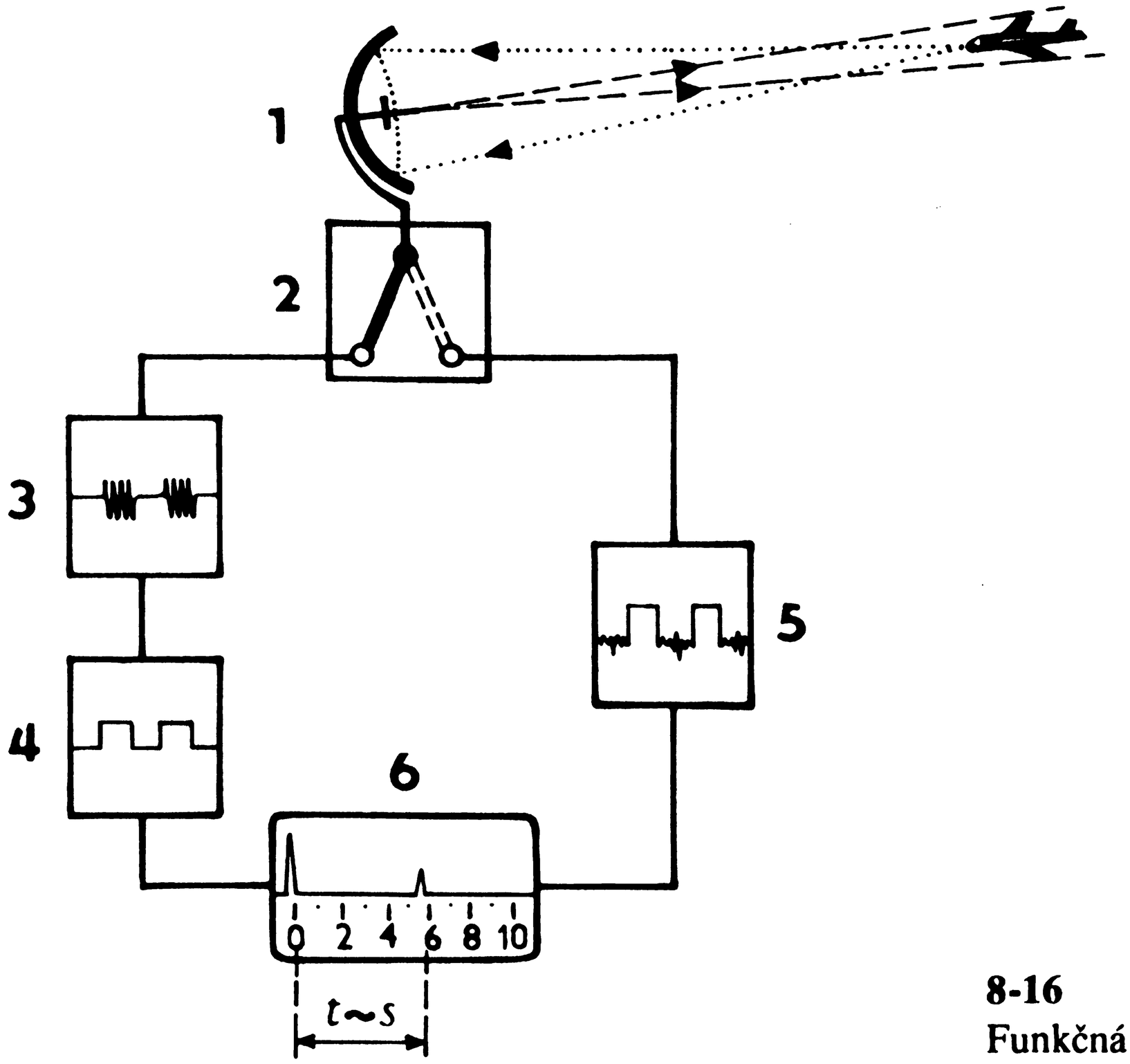
Priamočiare šírenie veľmi krátkeho elektromagnetického vlnenia a jeho odraz od vodivých prekážok sa využíva pri rádiolokácii. Rádiolokáciou sa zisťuje poloha a veľkosť predmetov v priestore, ich vzdialenosť, príp. výška, smer od vysielača, aj rýchlosť pohyblivých objektov (napr. lietadiel, lodí, rakiet, búrkových mrakov).

Zariadenie na vysielanie a príjem veľmi krátkeho elektromagnetického vlnenia (s dĺžkou 0,01 m až 0,5 m) sa nazýva rádiolokátor (obr. 8-15). Princíp činnosti rádiolokátora vysvetlíme pomocou schémy na obr. 8-16. Základnou časťou rádiolokátora je mohutná parabolická anténa 1, ktorá vysiela krátke impulzy elektromagnetického vlnenia. Zdrojom impulzov je oscilátor 3, spúšťaný presným generátorom časových impulzov 4. Vlnenie z antény sa šíri v úzkom zväzku do priestoru a po odraze od prekážky sa vracia späť do rádiolokátora. Prijatý signál sa anténovým prepínačom 2 prenesie do citlivého prijímača 5 a mnohonásobne zosilnený pokračuje do indikátora 6, kde sa zobrazí na tienidle obrazovky.

Vzdialenosť objektu sa určuje meraním času, ktorý uplynul medzi vyslaním a príjmom impulzu elektromagnetického vlnenia. Na obrazovke indikátora zodpovedá prvá výchylka vyslaniu a druhá (menšia) príjmu impulzu. Zo vzdialenosti obidvoch výchyliek možno priamo určiť vzdialenosť l objektu podľa vzťahu $l=\frac{ct}{2}$, kde t je časový interval medzi vyslaným a prijatým impulzom.



8-15
Radiolokátor



8-16
Funkčná schéma rádiolokátora

Okrem opísaného impulzného rádiolokátora používajú sa v praxi aj iné typy rádiolokátorov, ktorými sa určuje poloha objektov v priestore. Na tienidle obrazovky sa utvára rádiolokačná mapa okolia rádiolokátora až do vzdialenosti niekoľko sto kilometrov.

Rádiolokačné metódy sa využívajú v letectve, pri navigácii a zabezpečovaní protivzdušnej obrany, v námornej doprave, riečnej doprave, pri meraní rýchlosti motorových vozidiel a inde.

8.7 Teória elektromagnetického poľa

Medzi elektromagnetickým kmitaním a elektromagnetickým vlnením je jeden zásadný rozdiel, o ktorom sme dosiaľ neuvažovali. Pri elektromagnetickom kmitaní periodické zmeny elektrického a magnetického poľa sú viazané na elektrický náboj a jeho pohyb. Elektrické pole sa utvára medzi platňami nabitého kondenzátora a magnetické pole obklopuje cievku, ktorou prechádza prúd.

Elektromagnetické pole, ktoré vzniká pri prenose energie elektromag-

netickým vlnením, však na existenciu nabitých telies nie je viazané a šíri sa aj v priestore bez elektrických nábojov, vo vákuu. Príčinu tohto javu sme už sčasti objasnili v stati 2.2 pri vysvetľovaní elektromagnetickej indukcie, a teda vieme, že každú zmenu magnetického poľa sprevádza vznik elektrického poľa.

Z tohto poznatku vychádzal aj anglický fyzik *J. C. Maxwell**. Vyslovil predpoklad, že existuje tiež opačný jav: **meniace sa elektrické pole utvára pole magnetické.** To znamená, že javy, ktoré vznikajú pri zmenách elektrického alebo magnetického poľa, sú symetrické. Tento poznatok je najdôležitejším Maxwellovým objavom a je základom **teórie elektromagnetického poľa,** ktorá jednotne vysvetľuje všetky elektromagnetické javy.

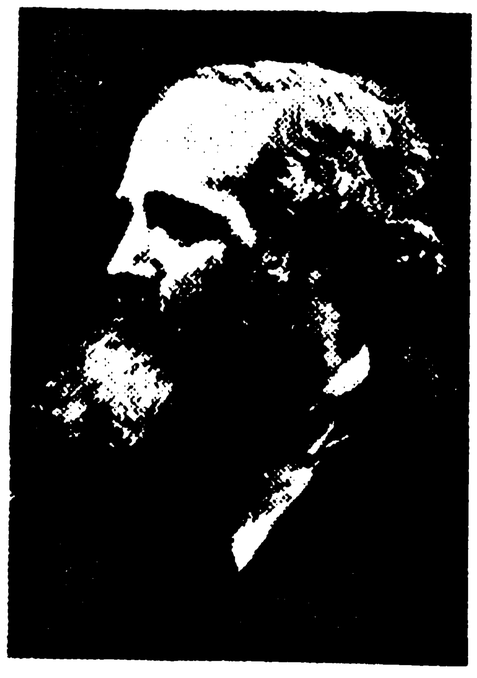
Základné myšlienky Maxwellovej teórie elektromagnetického poľa objasníme nasledujúcou úvahou. Ak prechádza prívodnými vodičmi kondenzátora nabíjací prúd (obr. 8-17), vzniká v okolí vodičov magnetické pole. Toto pole znázorníme uzavretými indukčnými čiarami. Medzi platňami kondenzátora sa však súčasne mení intenzita elektrického poľa. Aj túto zmenu sprevádza vznik magnetického poľa, ktoré znázorníme uzavretými indukčnými čiarami.

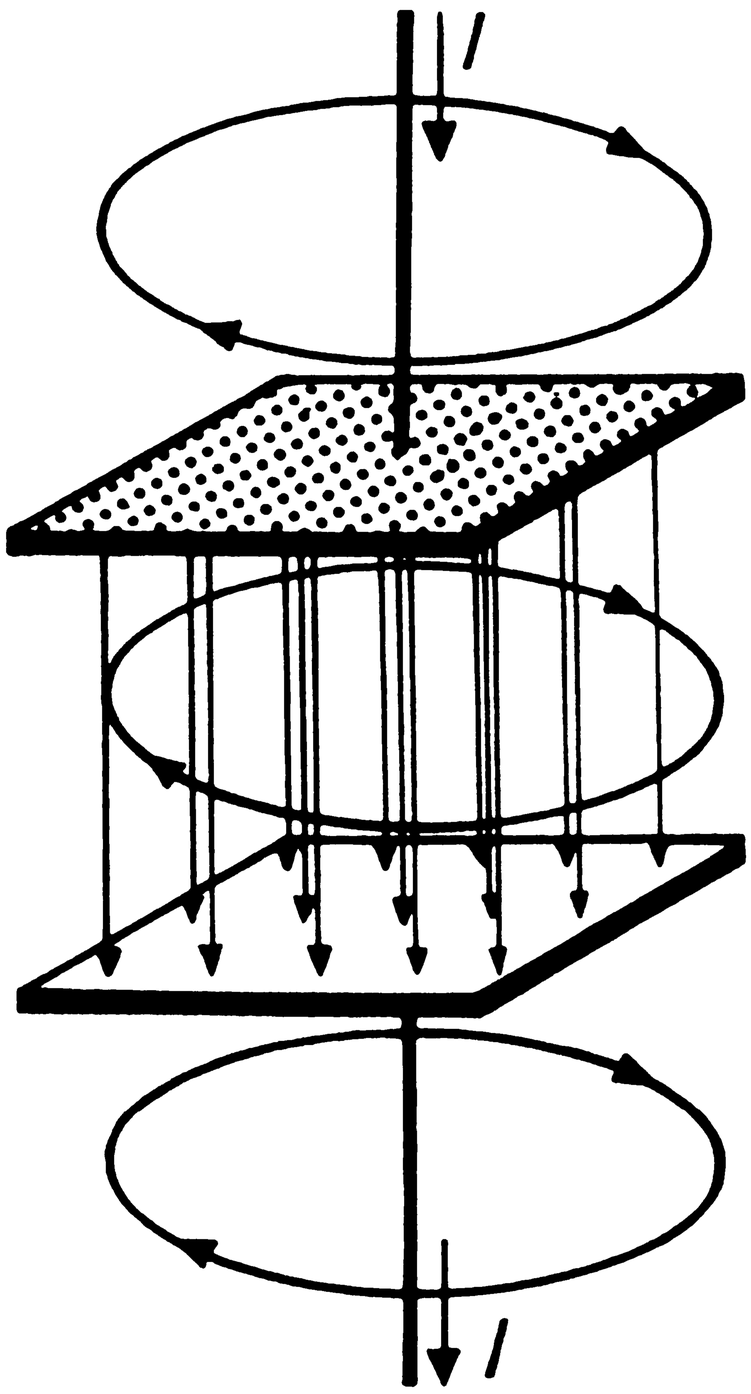
Magnetické pole je teda nielen v okolí vodičov, ktorými prechádza prúd, ale aj v meniacom sa elektrickom poli, v ktorom voľné náboje neexistujú. Rozdiel je len v tom, že v okolí vodičov vzniká magnetické pole aj pri ustálenom prúde, kým vznik magnetického poľa v elektrickom poli je podmienený iba jeho zmenou.

Z teórie elektromagnetického poľa vyplýva, že ani magnetické, ani elektrické pole nie sú nutne viazané na prítomnosť nosičov náboja. Elektrické pole sa indukuje zmenami magnetického poľa i vo vákuu alebo

---

* JAMES CLARK MAXWELL (džejms klák meksvel; 1831—1879) zaoberal sa najprv kinetickou teóriou tepla, neskôr na základe Faradayových objavov a myšlienok vypracoval teóriu elektromagnetického poľa. Je tvorcom elektromagnetickej teórie svetla.





8-17
K vysvetleniu indukcie magnetického poľa

dielektriku bez voľných nosičov náboja. Na rozdiel od elektrického poľa tvoreného nábojmi, v ktorom sa siločiary začínajú na kladnom náboji a končia na zápornom, siločiary indukovaného elektrického poľa sú uzavreté krivky. Indukčné čiary magnetického poľa na rozdiel od siločiar elektrického poľa sú vždy uzavreté.

Elektrické a magnetické pole môžu teda v prostredí bez nábojov existovať len za podmienky, že zmeny jedného poľa spôsobujú vznik druhého poľa a vzájomná indukcia prebieha nepretržite. Pritom vektory ***E*** a ***B***, ktoré tieto polia charakterizujú, sú navzájom kolmé. Obidve polia sú neoddeliteľne spojené a tvoria jedno elektromagnetické pole.

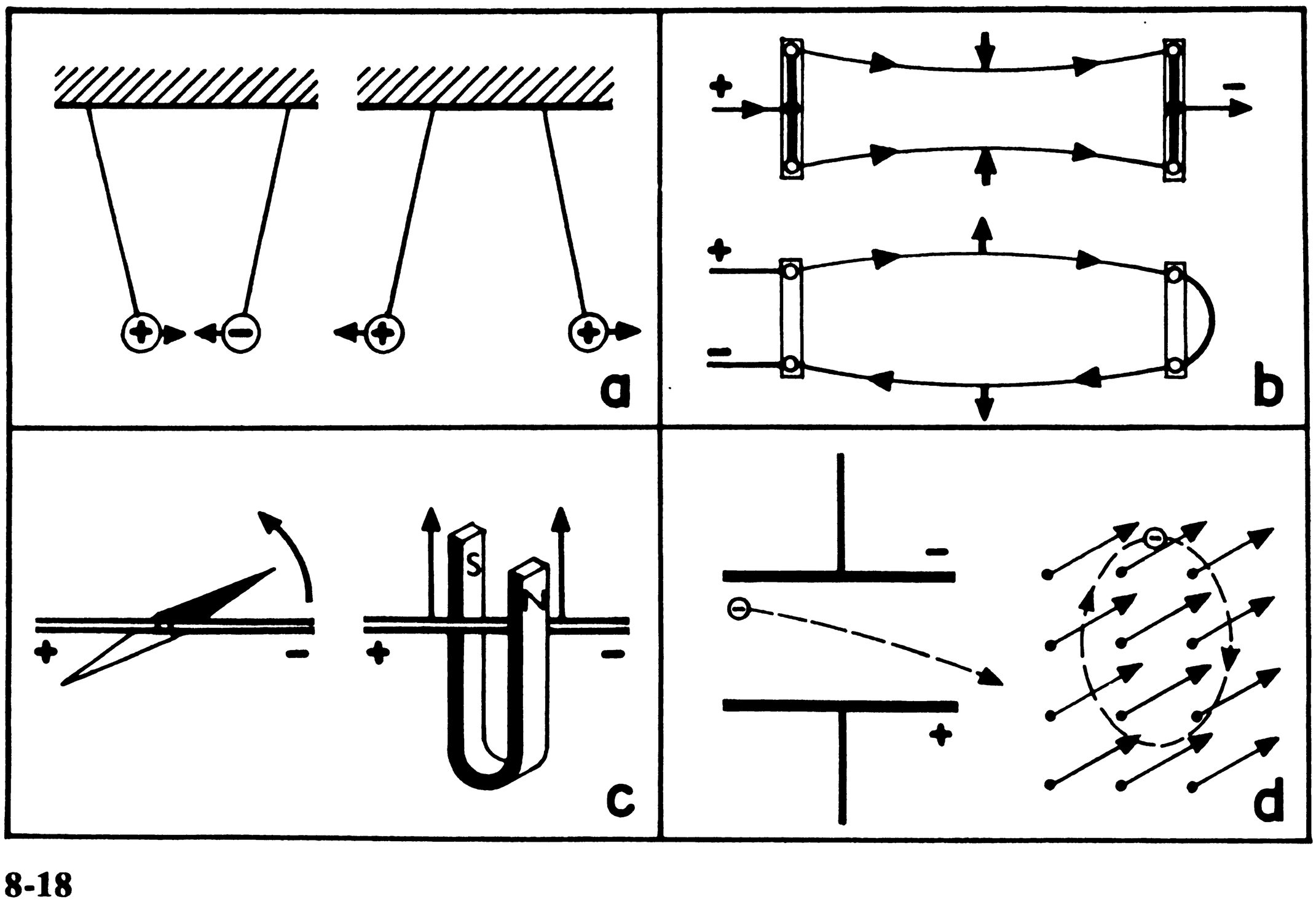
V čase, keď Maxwell túto teóriu prepracoval aj matematicky, neexistoval pre jeho tvrdenie žiadny priamy dôkaz. Celá teória je skvelým príkladom vedeckej dedukcie: na základe istých predpokladov odvodených z poznatkov a meraní v určitých špeciálnych prípadoch (indukcia magnetického poľa meniacim sa elektrickým poľom, neexistencia izolovaného magnetického pólu atď.) sa matematickým postupom formuluje záver, ktorý treba experimentálne overiť. To sa však uskutočnilo až 10 rokov po Maxwellovej smrti.

Správnosť Maxwellovej teórie elektromagnetického poľa dokazuje prá-

ve objav elektromagnetického vlnenia. Jeho autorom je nemecký fyzik *H. Hertz,* ktorý pokusmi s elektromagnetickými vlnami budenými iskrovým výbojom overil väčšinu Maxwellových teoretických záverov.

8.8 Elektromagnetická interakcia

Niektoré javy, pri ktorých vzniká elektrické alebo magnetické silové pôsobenie, už poznáme z učiva elektriny (obr. 8-18): dve nabité telesá sa priťahujú alebo odpudzujú (a); podobne sa priťahujú a odpudzujú vodiče, ktorými prechádza prúd (b); magnetka v blízkosti vodiča s prúdom sa vychyľuje a vodič s prúdom sa pôsobením magnetického poľa začne pohybovať (c); trajektória častice s nábojom v elektrickom a magnetickom poli sa zakrivuje (d) a pod.



8-18
Elektromagnetická interakcia

Pre každý z týchto javov sme našli zákonitosť alebo pravidlo, ktoré opisuje priebeh daného javu. Úlohou fyziky však nie je iba zisťovať zákonitosti jednotlivých fyzikálnych javov, ktorých je veľmi veľa, a preto

by bolo aj veľa zákonov. Fyzici sa vždy usilovali nájsť všeobecné zákonitosti, ktoré majú širšiu platnosť a zahŕňajú väčší okruh prírodných javov. Takéto zákony zaraďujeme medzi základné fyzikálne zákony, ktoré zväčša tvoria základ ucelených fyzikálnych teórií.

Medzi základné fyzikálne poznatky patria aj zákony Maxwellovej teórie elektromagnetického poľa, vyjadrujúcej vo všeobecnom tvare zákonitosti elektrických a magnetických javov, ktoré sú znázornené na obr. 8-18, a ich dôsledky: vznik a šírenie elektromagnetických vĺn a iné. Maxwellova teória otvorila v druhej polovici minulého storočia novú epochu fyziky, ktorú charakterizuje rozvoj **elektrodynamiky** a jej aplikácií.

Pri vysvetľovaní elektrických a magnetických javov sa v elektrodynamike zo začiatku vychádzalo z klasickej dynamiky. Podľa týchto predstáv silové pôsobenie na diaľku napr. medzi nabitými telesami a ustálenými prúdmi nastáva okamžite (*princíp pôsobenia na diaľku*). Ak sa napr. jedno nabité teleso premiesti alebo sa zmení prúd, z hľadiska klasickej mechaniky sa to prejaví okamžite zmenou sily, ktorá pôsobí na druhé teleso alebo prúd.

Z hľadiska teórie elektromagnetického poľa však tieto deje prebiehajú oveľa zložitejšie. Napríklad premiestením nabitého telesa zmení sa elektrické pole v jeho blízkosti. Toto meniace sa elektrické pole je príčinou vzniku magnetického poľa v ďalšej časti priestoru okolo náboja. Sled vzájomných premien elektrického a magnetického poľa je príčinou šírenia zmeny priestorom, až zmena postúpi k druhému nabitému telesu.

Najväčším Maxwellovým objavom je, že tieto zmeny sa priestorom šíria konečnou rýchlosťou, ktorá sa rovná rýchlosti svetla. Klasický princíp okamžitého pôsobenia na diaľku pre elektrické a magnetické deje teda neplatí, a uplatňuje sa pôsobenie nablízko; silové pôsobenie sa postupne šíri od jedného bodu priestoru k druhému konečnou, hoci veľkou rýchlosťou. Vzájomné pôsobenie medzi nábojmi a prúdmi teda vyžaduje existenciu sprostredkovateľa, ktorým je elektromagnetické pole.

Vzájomné silové pôsobenie medzi nabitými časticami, prípadne telesami a elektrickými prúdmi prostredníctvom elektromagnetického poľa sa volá **elektromagnetická interakcia** (z lat. *inter* — medzi, *actio* — dať do pohybu). Tento druh interakcie je jednou zo základných foriem vzájomného pôsobenia hmotných objektov.

Pri elektromagnetickej interakcii vznikajú veľké sily. Preto môžeme

túto interakciu experimentálne ľahko skúmať. Elektromagnetická interakcia sa prejavuje napríklad aj pri chemickej väzbe a je príčinou vzniku molekúl.

Oveľa menšie silové pôsobenie vzniká pri **gravitačnej interakcii**, s ktorou ste sa oboznámili v 1. ročníku. Gravitačná interakcia sa prejavuje najmä pri vzájomnom silovom pôsobení telies s veľkou hmotnosťou, napr. telies vo vesmíre. Významné je gravitačné pôsobenie na telesá s malou hmotnosťou v blízkosti telies s veľkou hmotnosťou. Napríklad Zem udržuje vo svojej blízkosti molekuly plynov, ktoré tvoria vzdušný obal Zeme. Keby Zem nemala dostatočnú hmotnosť, stratila by atmosféru.

Ďalšie **interakcie** tzv. **slabé** a **silné** sa týkajú silového pôsobenia medzi elementárnymi časticami v jadrách atómov a charakterizuje ich obmedzený dosah síl na vzdialenosť zodpovedajúcu rádovo veľkosti atómového jadra.

Úlohy

1. V čom sa zhodujú a čím sa líšia elektromagnetická a gravitačná interakcia?
2. Určte pomocou Coulombovho zákona a Newtonovho gravitačného zákona pomer síl, ktoré vznikajú pri interakcii protónu a neutrónu. [približne $10^{39} : 1$]

9. PRENOS SIGNÁLOV VLNENÍM

Základným dorozumievacím prostriedkom ľudí je reč, ktorá sa prenáša zvukovým vlnením. Podstatu zvukového vlnenia, spôsob prenosu hovoreného slova, hudby alebo tónov, poznáme zo 7. kapitoly. Zo zdroja zvuku vychádza zvukové vlnenie, šíri sa vzduchom a dostáva sa k uchu príjemcu zvuku. Ak zvukové vlnenie prináša príjemcovi nejakú správu alebo informáciu, hovoríme o *akustickom signáli.*

V modernej spoločnosti, ktorá má vysoké nároky na organizáciu a riadenie, však nevystačíme iba s prenosom akustických signálov priamou cestou od zdroja k uchu adresáta. Na prenos správ používame veľa technických prostriedkov, napr. telefón, rozhlas, televíziu. Správa nemusí mať vždy formu akustického signálu, ale môže to byť hoci hodnota fyzikálnej veličiny zistená meracím prístrojom a prenášaná na diaľku do pamäti počítača.

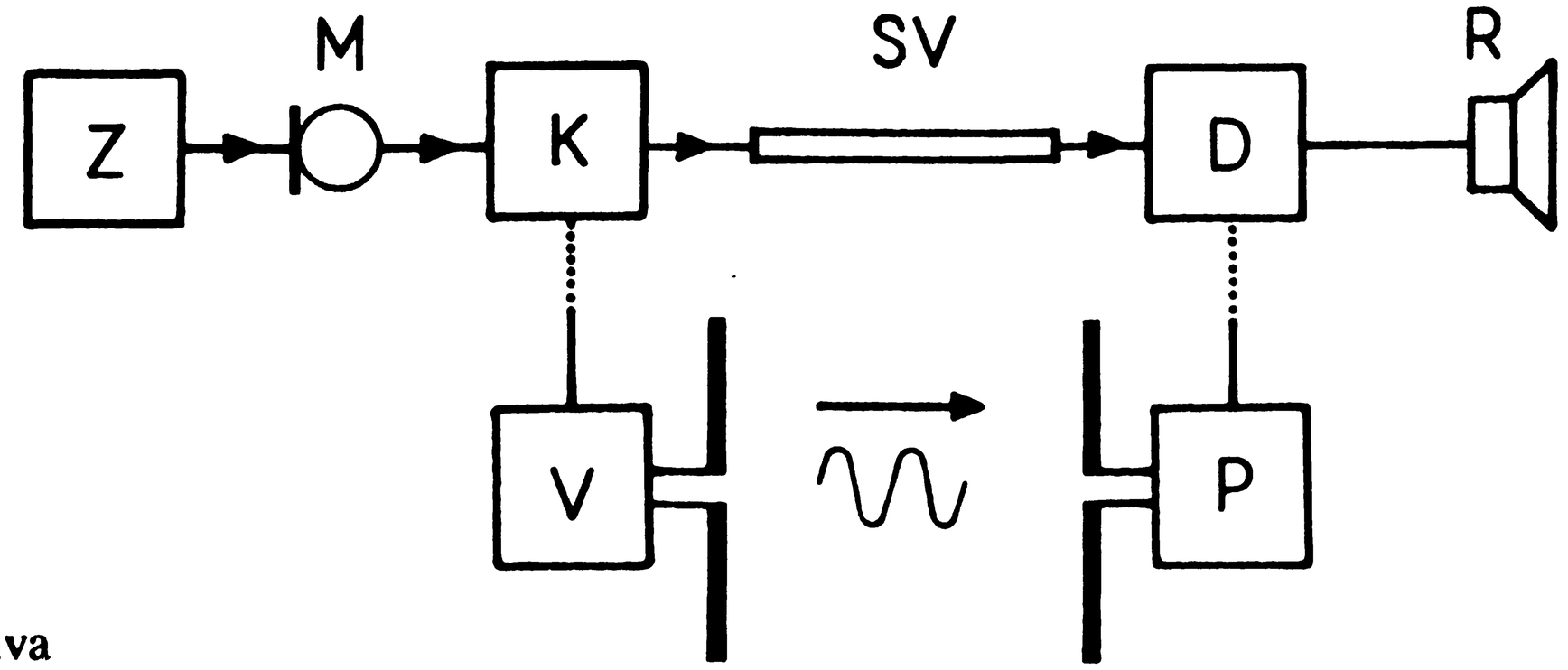
Prenos signálov v technickej praxi sa uskutočňuje rozlične, často pomocou zložitých technických zariadení. Preto sa ďalej oboznámime iba so základnými princípmi prenosu signálov v oznamovacej technike — technickým odborom, ktorý sa zaoberá vysielaním, prenosom a prijímaním správ zväčša vo forme akustických signálov.

9.1 Oznamovacia sústava

Správa v oznamovacej technike sa nazýva každá skutočnosť, ktorú treba oznámiť z jedného miesta na iné bez ohľadu na vzdialenosť, formu správy alebo použitý oznamovací prostriedok. Na prenos správ sa používa **oznamovacia sústava,** ktorej všeobecná schéma je na obr. 9-1.

Prvú časť oznamovacej sústavy tvorí **zdroj správ** Z, z ktorého príslušná

informácia vychádza napr. vo forme akustického signálu. Keďže prenos signálov v oznamovacích sústavách sa najčastejšie uskutočňuje elektromagnetickým poľom, zvyčajne treba premeniť energiu akustického signálu na elektromagnetickú energiu.



9-1
Oznamovacia sústava

Na premenu energie sa používajú *elektroakustické meniče*, napr. mikrofón M, v ktorom sa mechanické kmitanie mení na elektrické.

V ďalšej časti oznamovacej sústavy K sa signál upraví do tvaru vhodného na prenos. Akustický signál niekedy postupuje do ďalšej časti oznamovacej sústavy v pôvodnom tvare (napr. pri telefónnom spojení), inokedy sa upraví do **kódu,** čiže dohovoreného pravidla, podľa ktorého sa pôvodný signál mení na iný, vhodnejší na prenos. Príkladom kódu je *Morseova abeceda,* ktorá premieňa hlásky na sústavu čiarok a bodiek. V súčasnosti sa signály na prenos upravujú pomocou **modulácie.** Princíp modulácie je vysvetlený v stati 9.3.

Vlastný prenos signálu môže prebiehať po **oznamovacom vedení** SV, ktoré má tvar kábla alebo vodičov telefónnej siete. Prenos signálov sa však často uskutočňuje pomocou elektromagnetického vlnenia, ktoré sa šíri voľným priestorom. Na tento účel je potrebný vysielač V a prijímač P. Takúto oznamovaciu sústavu nazývame **rádiokomunikačná sústava.**

V prijímacom zariadení D sa signál **dekóduje,** t. j. premení sa na pôvodnú správu. V oznamovacej sústave na prenos akustických signálov je výstupným členom sústavy opäť elektroakustický menič — reproduktor R alebo slúchadlá. V ňom sa elektromagnetická energia signálu premieňa späť na energiu zvukového vlnenia.

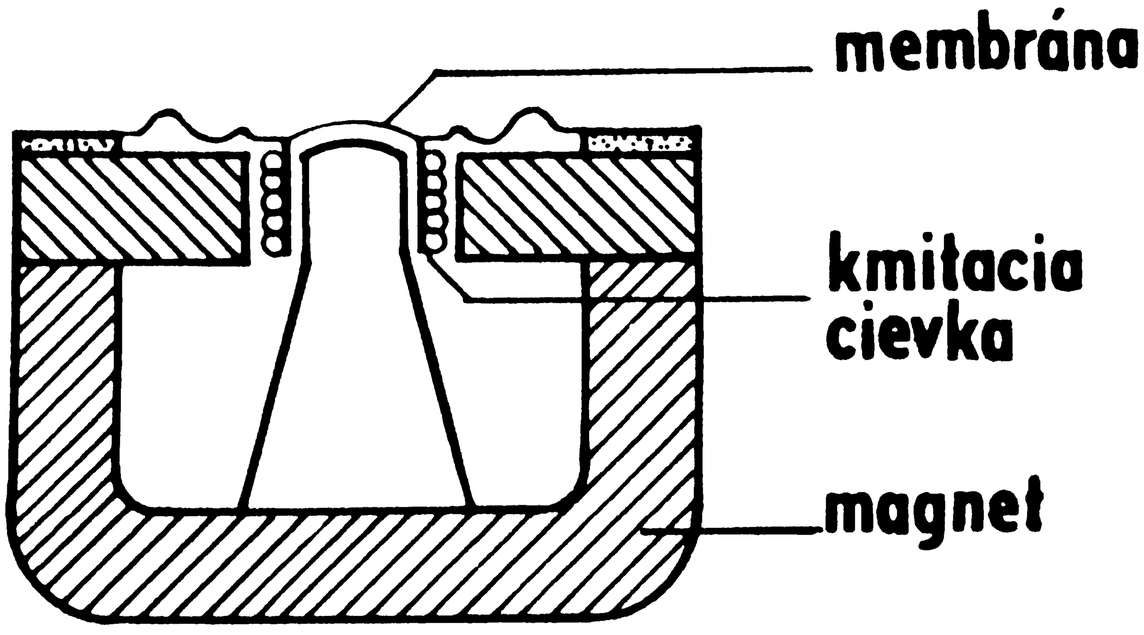
V oznamovacej sústave pôsobia na prenášaný signál rozličné vplyvy, ktoré ho porušujú. Prijímaný signál sa od vysielaného signálu odlišuje.

Niektoré vplyvy možno určiť vopred. Napríklad pri prenose signálu elektromagnetickým vlnením je energia prijatého signálu vždy menšia ako energia vyslaného signálu a signál treba v mieste príjmu zosilniť. No takmer vždy sa vyskytnú súčasné náhodné zmeny, ktoré sme už v stati 7.11 nazvali šum. Šum obmedzuje prenos správ na veľké vzdialenosti. Môžu ho spôsobiť atmosferické poruchy, kozmické vplyvy, nepravidelný pohyb elektrónov vo vodičoch, indukcia nepravidelne premenlivých napätí a pod.

9.2 Elektroakustické meniče

Najdôležitejšie elektroakustické meniče používané v oznamovacích zariadeniach sú **mikrofóny** a **reproduktory.** Funkcia týchto meničov sa zakladá na rozličných fyzikálnych princípoch, podľa ktorých ich tiež nazývame. Poznáme mikrofóny **elektrodynamické** (cievkové alebo páskové), **elektrostatické** (kondenzátorové), **odporové** (uhlíkové), **piezoelektrické** a iné. V praxi sa najčastejšie používajú elektrodynamické a kondenzátorové mikrofóny. V telefónnych prístrojoch sa používajú odporové mikrofóny.

Elektrodynamický mikrofón (obr. 9-2) je založený na jave elektromagnetickej indukcie. V magnetickom poli trvalého magnetu sa pohybuje vodič (cievka alebo priečne zvlnený hliníkový pásik) spojený s pružnou membránou, na ktorú dopadá zvukové vlnenie. Kmitanie membrány sa prenáša na vodič, v ktorom sa indukuje striedavé napätie s rovnakým časovým priebehom, ako má akustický signál.

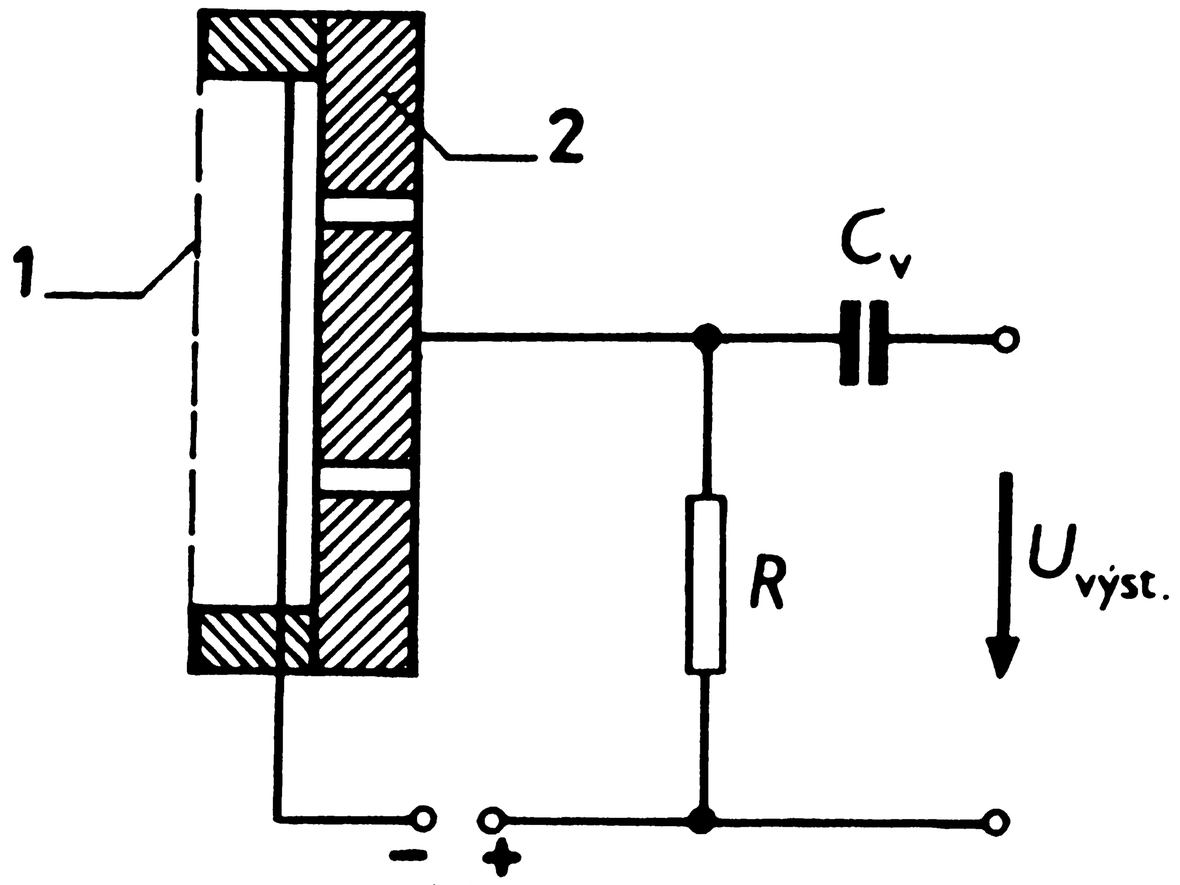


9-2
Elektrodynamický mikrofón

Na podobnom princípe pracuje elektrodynamická prenoska gramofónu. V drážke gramofónovej platne sa rozkmitáva snímací hrot a jeho kmitanie sa prenáša na miniatúrnu cievku v magnetickom poli. Mikrofón, prípadne prenoska je spojená so zosilňovačom, v ktorom sa

zväčší amplitúda signálu a signál sa s dostatočným výkonom prenáša do ďalších častí oznamovacej sústavy.

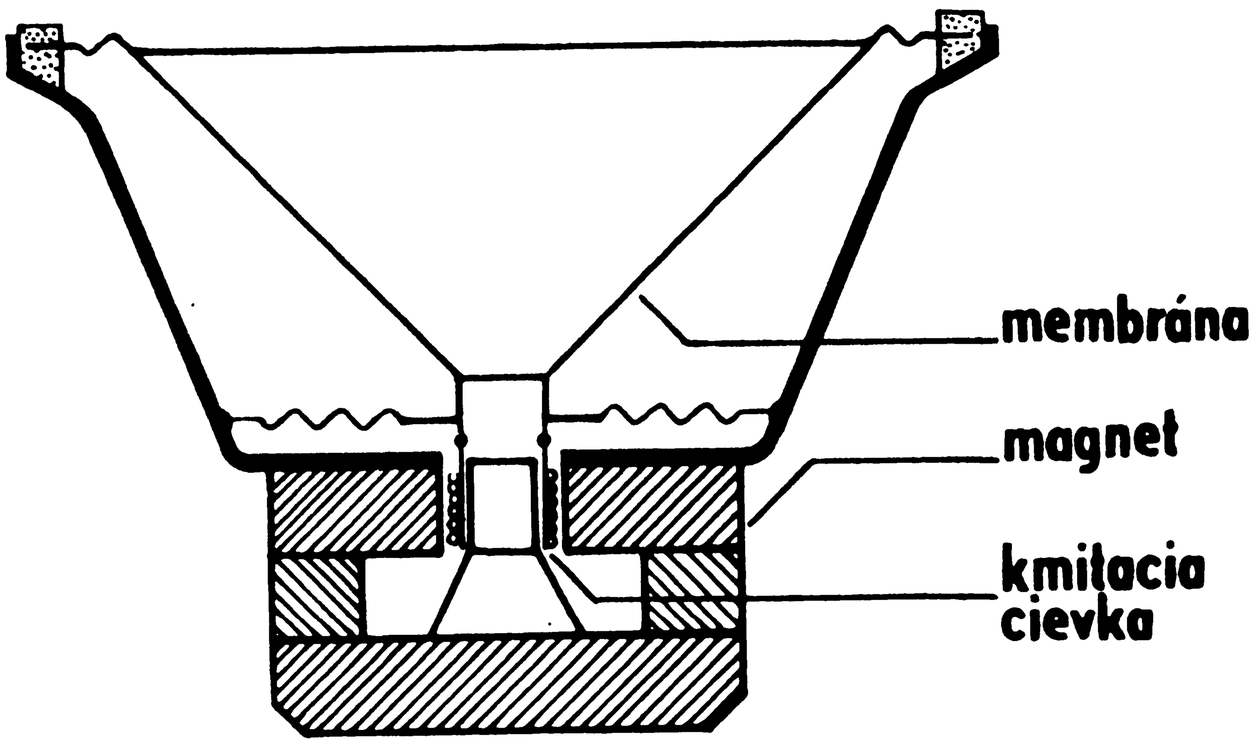
Kondenzátorový mikrofón (obr. 9-3) je vlastne kondenzátor, ktorého kapacita sa mení v rytme akustického signálu. Zvukové vlnenie dopadá na tenkú membránu 1, ktorá má vonkajšiu stenu pozlátenú. Membrána je napnutá na kovovom rámčeku a izolačnou podložkou je udržovaná v nepatrnej vzdialenosti od povrchu pevnej elektródy 2. Elektróda má jemné otvory, ktorými sa vyrovnáva tlak vzduchu pri pohybe membrány. Mikrofón je cez rezistor s veľkým odporom R pripojený k zdroju napätia U_0 (100 V až 200 V).



9-3 Kondenzátorový mikrofón

Keď membrána kmitá, mení sa kapacita mikrofónu. Keďže odpor R je veľký, nestačí sa meniť náboj mikrofónu a mení sa napätie na ňom. Zmena napätia zodpovedá akustickému signálu a prenáša sa väzbovým kondenzátorom C_v do zosilňovača.

Elektrodynamický reproduktor tvorí zvyčajne výstupný prvok oznamovacej sústavy. Jeho princíp je podobný ako princíp elektrodynamického mikrofónu, ale má opačnú funkciu. Zosilnenie napätia akustického signálu sa privádza k vinutiu kmitacej cievky tvorenej niekoľkými závitmi medeného drôtu (obr. 9-4). Cievka je pevne spojená s tuhou papierovou membránou a je vložená do magnetického poľa trvalého magnetu. Magnet má tvar dutého valčeka v strede s tŕňom. V úzkej štrbine (1—2 mm) medzi pólovými nástavcami a tŕňom vzniká silné radiálne magnetické pole a na cievku s prúdom pôsobí premenlivá sila. Cievka sa rozkmitá v smere osi a jej kmitanie sa prenáša na membránu, ktorá budí v okolí zvukové vlnenie.



9-4
Elektrodynamický reproduktor

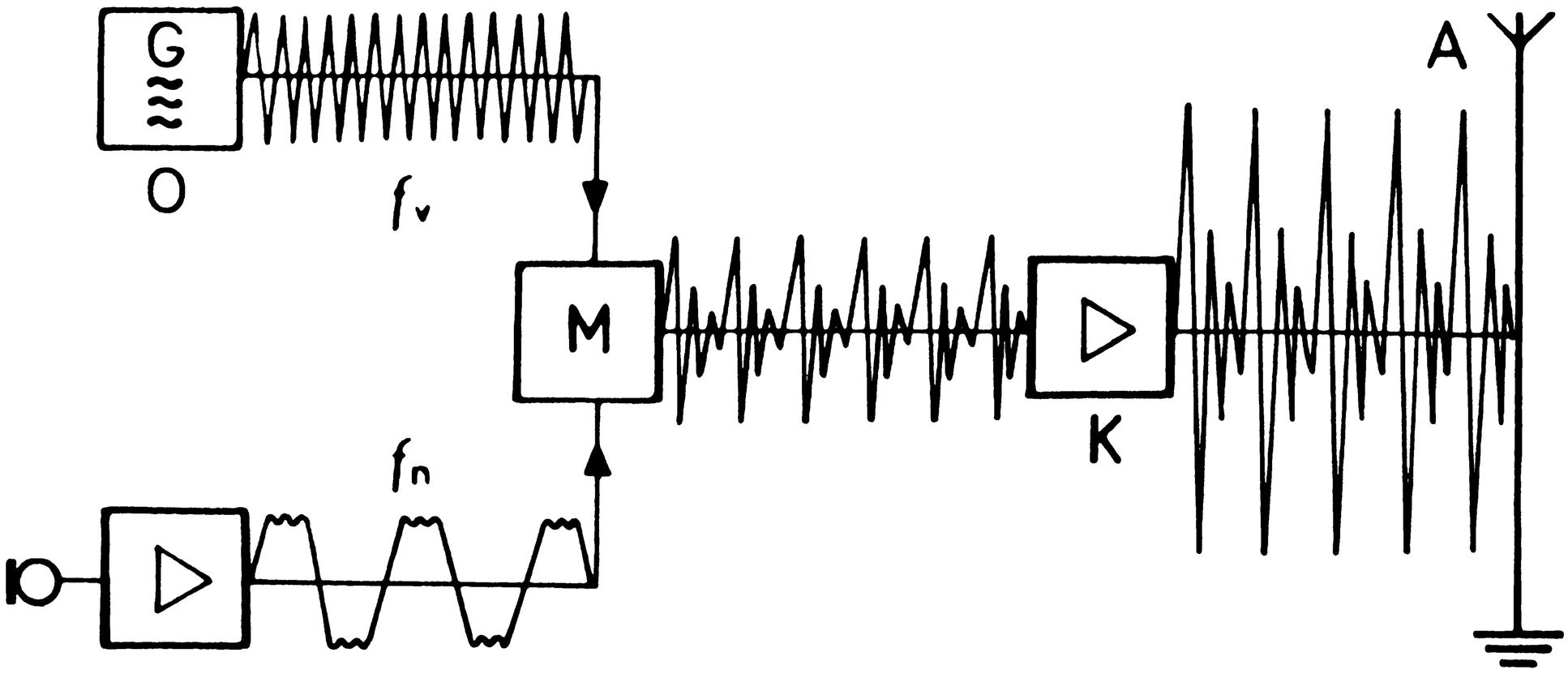
Úlohy

1. Možno elektrodynamický reproduktor použiť aj ako mikrofón?
2. Prečo musí byť magnetické pole elektrodynamického reproduktora radiálne?
3. Prečo majú reproduktory na prenos vysokých tónov malý priemer?

9.3 Vysielač

Bezdrôtový prenos signálov sa uskutočňuje pomocou rádiokomunikačnej oznamovacej sústavy, ktorá môže byť rôzne usporiadaná podľa toho, či sa používa na rozhlasové vysielanie a príjem, na spojenie vo vojenskej technike, v letectve, v kozmickom výskume, na diaľkové meranie (*rádiotelemetria*), v meteorológii, alebo inde. Základnou časťou rádiokomunikačnej oznamovacej sústavy je vždy **vysielač.**

Všeobecná funkčná schéma vysielača je znázornená na obr. 9-5.



9-5
Schéma vysielača

Oscilátor O je zdrojom elektromagnetických kmitov s vysokou frekvenciou f_v (rádovo 10^{-1} MHz až 10^3 MHz), ktorá je *nosnou frekvenciou vysielača*. Nosné frekvencie vysielačov sú medzinárodnou dohodou rozdelené do rádiokomunikačných pásiem, ktorých prehľad je v nasledujúcej tabuľke.

Prehľad rádiokomunikačných pásiem

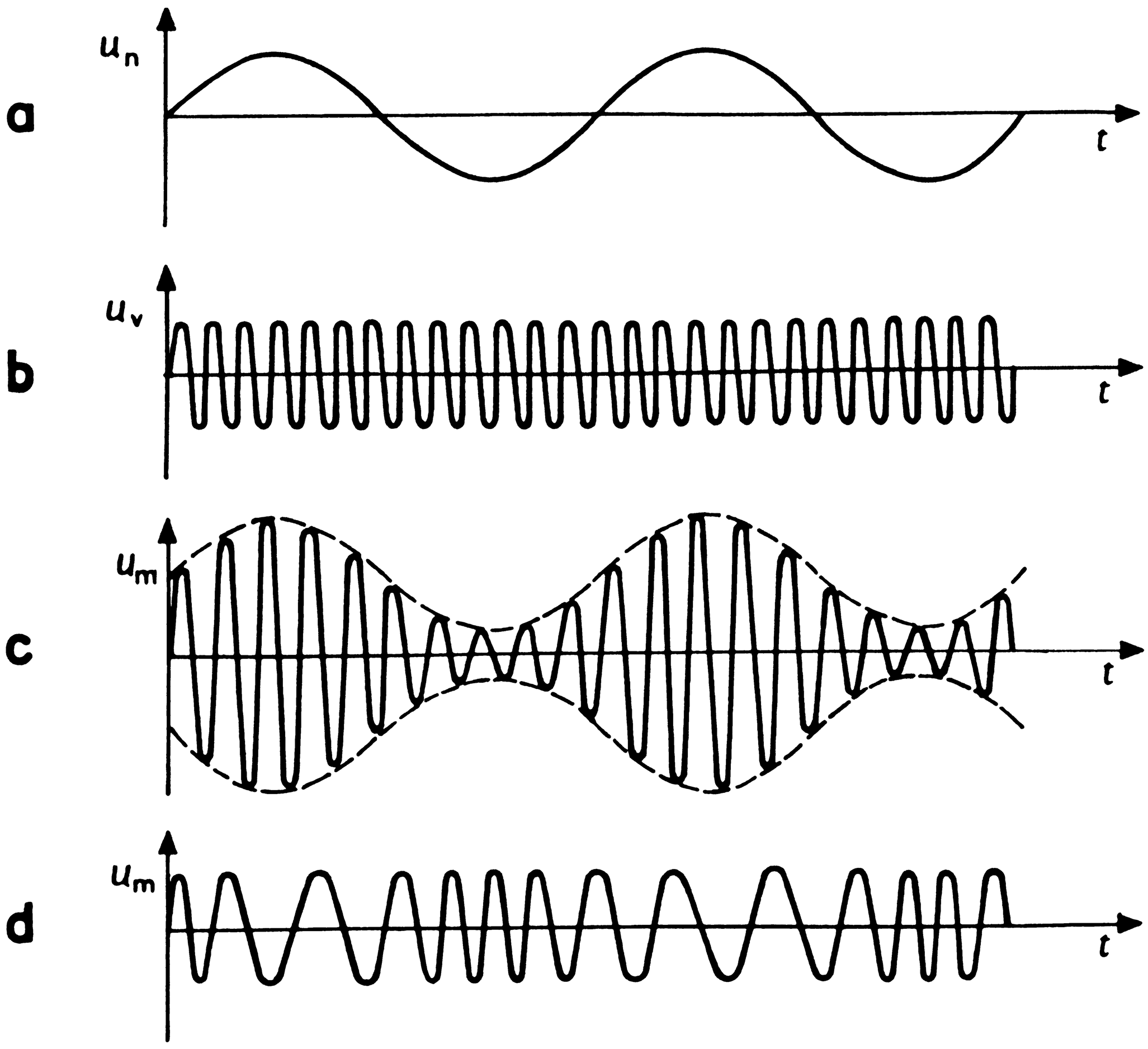
Rádiokomunikačné pásmo	Frekvenčný rozsah v MHz
dlhé vlny	0,150 až 0,285
stredné vlny	0,525 až 1,605
krátke vlny	3,950 až 17,9
I. televízne pásmo	41 až 68
VKV	87,5 až 100
III. televízne pásmo	174 až 230
IV. a V. televízne pásmo	470 až 790

Ďalšou časťou vysielača je **modulátor** M. V modulátore sa uskutočňuje modulácia vysokofrekvenčného kmitania z oscilátora vysielača akustickým signálom s nízkou frekvenciou f_n. V rozhlasových vysielačoch sa používajú dva druhy modulácie:

1. *amplitúdová modulácia* (na dlhých, stredných a krátkych vlnách),
2. *frekvenčná modulácia* (na veľmi krátkych vlnách).

Pri amplitúdovej modulácii sa nízkofrekvenčným signálom u_n (obr. 9-6a) mení amplitúda vysokofrekvenčných kmitov u_v (obr. 9-6b) a vzniká výsledný modulovaný signál u_m (obr. 9-6c). Pri frekvenčnej modulácii je amplitúda nosných kmitov konštantná a mení sa ich frekvencia (obr. 9-6d). Frekvenčne modulovaný signál je zložitý a na jeho prenos treba oveľa širšie frekvenčné pásmo. Preto sa tento druh modulácie používa pri vysielačoch v pásme VKV.

Úlohou **koncového stupňa vysielača** K je zosilniť modulovaný vysokofrekvenčný signál, aby mal potrebný výkon, ktorý **vysielacia anténa** A vyžaruje do priestoru. Antény rozhlasových vysielačov bývajú zväčša

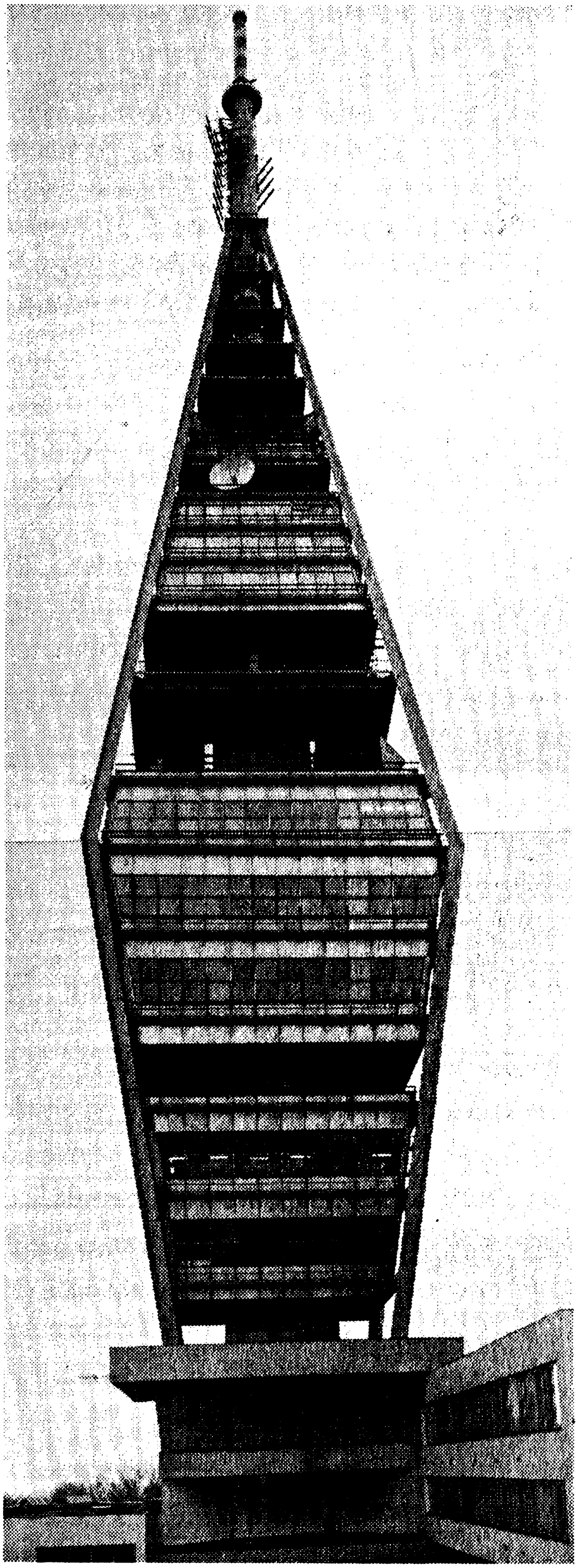


9-6
K vysvetleniu modulácie

polvlnové dipóly, ktoré sú pri vysokovýkonných vysielačoch konštruované ako oceľový stožiar. Vzhľadom na to, že napätie na koncoch dipólu má kmitňu, musí byť päta stožiara oddelená od zeme mohutným porcelánovým izolátorom. Zvislý dipól vyžaruje energiu rovnomerne všetkými smermi prevažne pozdĺž povrchu Zeme.

Vysielacie antény rozhlasu na veľmi krátkych vlnách a televízie sa umiesťujú na vrcholy vysielacích veží. Anténové dipóly bývajú zvyčajne orientované tak, že ležia vo vodorovnej rovine (obr. 9-7). Pri vysielačoch s väčšími výkonmi signál vyžaruje anténová sústava, ktorá sa skladá z väčšieho počtu dipólov. Dipóly sú rozmiestené a navzájom spojené tak, aby interferenciou polí jednotlivých dipólov vzniklo výsledné pole s väčšou intenzitou.

9-7
Anténová sústava televízneho vysielača

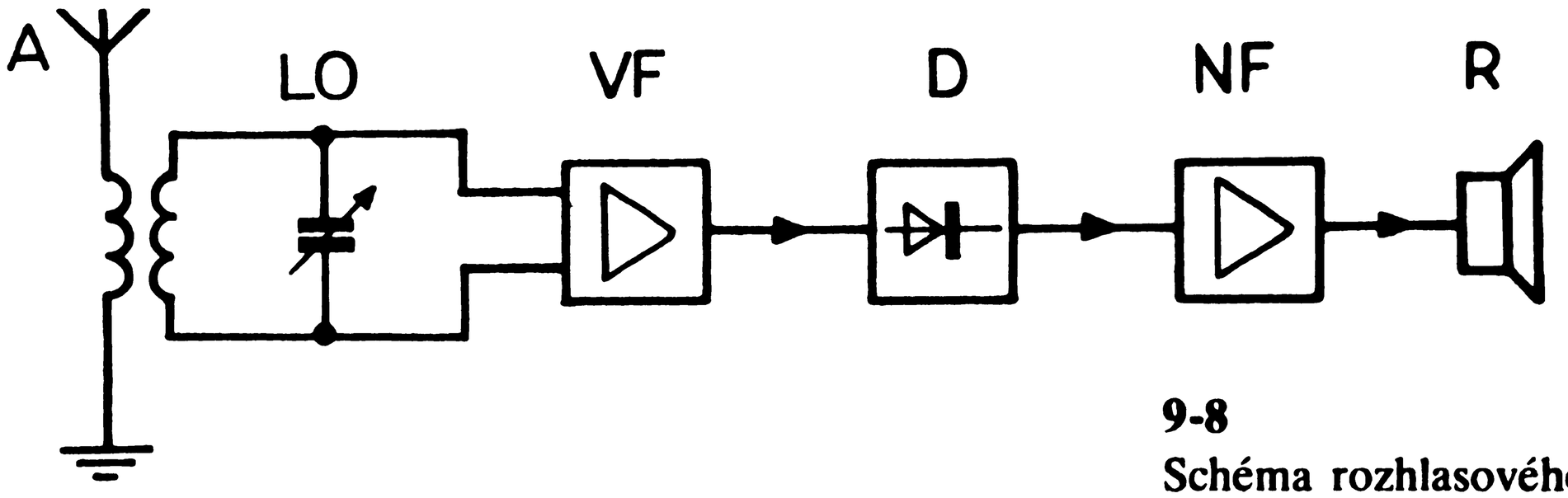


Úlohy

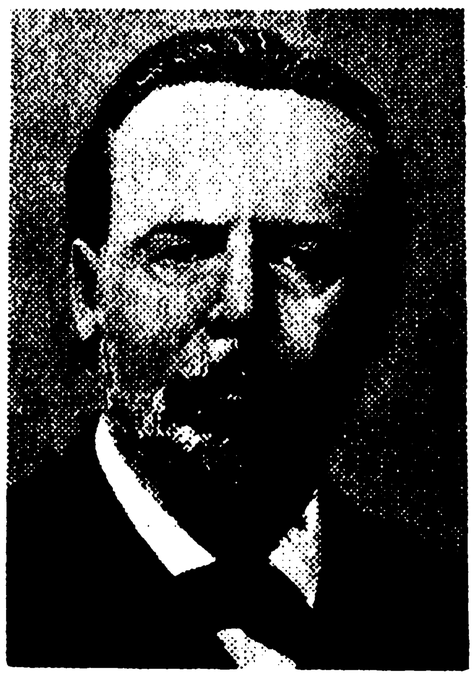
1. Čím by sa odlišoval vysielač na telegrafiu Morseovej abecedy od vysielača na obr. 9-5? Aký by bol signál vstupujúci do koncového stupňa vysielača?
2. Prvý vysielač vznikol úpravou zariadenia, ktorým H. Hertz študoval vlastnosti elektromagnetických vĺn. Prístroj, ktorý skonštruoval ruský fyzik *A. S. Popov** a podobný vysielač talianskeho vynálezcu *G. Marconiho* sa budil iskrovým výbojom. Preto umožňoval iba telegrafiu, no prenos hovoreného slova nie. Vysvetlite.
3. Určte vlnové dĺžky nosných vĺn vysielača pre frekvencie zo state 9.3 a porovnajte ich.

9.4 Prijímač

Prijímače, podobne ako vysielače, majú v rádiokomunikačných oznamovacích sústavách rozličnú funkciu, spôsob použitia i konštrukciu. Každý prijímač má však isté funkčné časti, ktorých princíp vysvetlíme na príklade najznámejšieho, t. j. **rozhlasového prijímača.** Jeho všeobecná schéma je na obr. 9-8.



9-8
Schéma rozhlasového prijímača



* ALEXANDER STEPANOVIČ POPOV (1859—1905) v roku 1895 prvý raz verejne predviedol jednoduchý, ale veľmi dômyselný rádiový prijímač.

Vstupná časť prijímača je elektromagnetický dipól — **anténa** A. Elektromagnetické vlnenie vyslané z vysielača vynucuje v anténe kmitanie s veľmi malou amplitúdou napätia. Anténa je väzbou spojená *s laditeľným oscilačným obvodom* LO, ktorý sa naladí na nosnú frekvenciu vysielača. Nastáva rezonančné zosilnenie prijatého signálu, ktorý je ešte zosilnený *vysokofrekvenčným zosilňovačom* VF.

Zosilnený vysokofrekvenčný modulovaný signál (vf) postupuje do *demodulátora* (detektora) D. Tu sa akustický signál (nf), ktorý nesie príslušnú informáciu, oddelí od nosnej vysokofrekvenčnej zložky. Na demoduláciu sa v prijímačoch používa v najjednoduchšom prípade polovodičová dióda, ktorá vysokofrekvenčný signál jednocestne usmerní (obr. 9-9). Na pracovnom rezistore R demodulátora dostaneme jednocestne usmernený vysokofrekvenčný signál, ktorý je vyhladeným filtračným kondenzátorom C_f. Kapacita kondenzátora je zvolená tak, aby vysokofrekvenčnú zložku signálu skratoval, ale netlmil nízkofrekvenčnú zložku. Pracovným rezistorom potom prechádza iba prúd s priebehom zodpovedajúcim akustickému signálu.

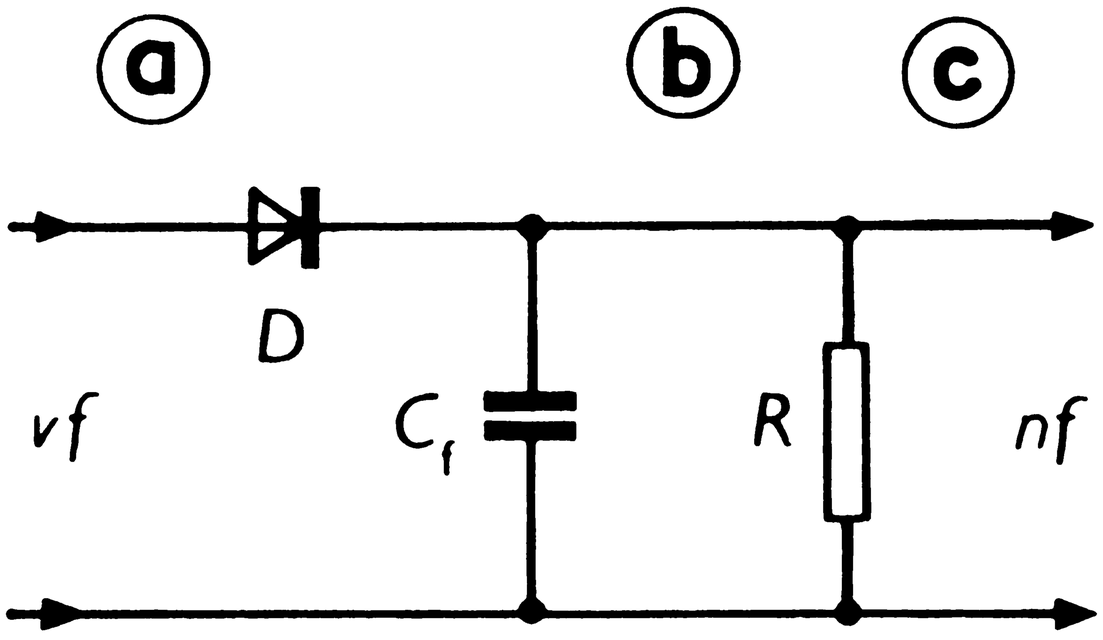
V *koncovom nízkofrekvenčnom zosilňovači* NF sa akustický signál zosilní a privedie do *reproduktora* R.

Charakteristickou vlastnosťou moderných rozhlasových prijímačov je ich *citlivosť* a *selektivita*. To znamená, že umožňujú príjem vzdialených vysielačov, ktoré majú v mieste príjmu slabý signál a môžu výberovo (selektívne) zachytiť isté frekvencie, kým signály aj málo odlišných frekvencií sú potlačené.

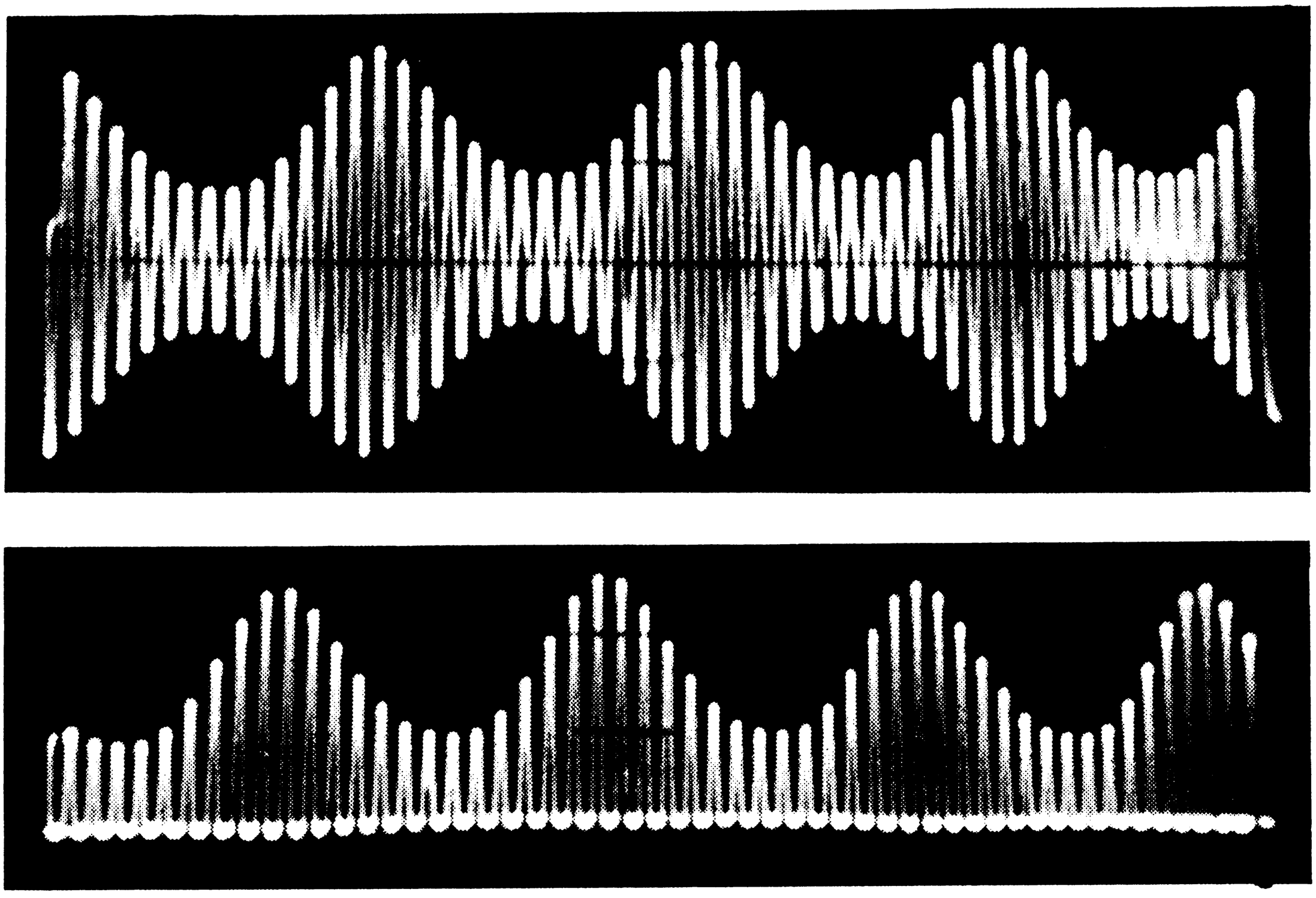
Takéto prijímače pracujú zvyčajne na princípe **superheterodynu,** ktorý sa zakladá na tom, že signál akejkoľvej frekvencie sa vždy premení na určitú frekvenciu (napr. 455 kHz). Dosiahne sa to tak, že prijatý signál sa zmieša s kmitmi osobitného oscilátora s meniteľnou frekvenciou. Platí, že rozdiel frekvencie f_o oscilátora a frekvencie f_s signálu je konštantný a rovná sa tzv. medzifrekvencii f_m ($f_m = f_o - f_s$ = konšt.). V ďalších častiach prijímača* sa potom spracúva iba tento medzifrekvenčný signál, čo umožňuje zvýšiť selektivitu prijímača. Funkčná schéma superheterodynu, krát-

---

* Vývoj rozhlasového prijímača dosahuje v súčasnosti najvyššiu úroveň v tvare prijímača pre pásma VKV a príjem stereofónneho signálu (tzv. dvojkanálová stereofónia).



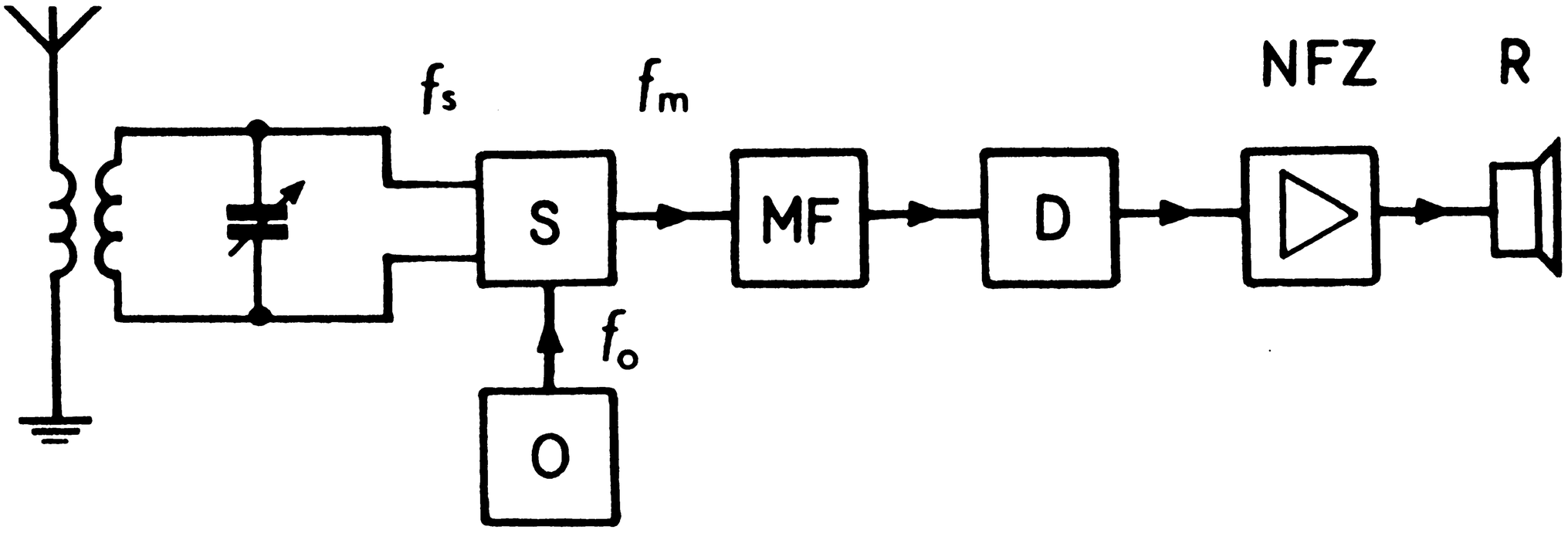
9-9
Demodulácia vysokofrekvenčného signálu



ko superhetu, je na obr. 9-10 (S — zmiešavací stupeň, O — oscilátor, MF — medzifrekvenčný zosilňovač, D — demodulátor, NFZ — nízkofrekvenčný zosilňovač; R — reproduktor).

Úlohy

1. Čím jednoduchšia je konštrukcia prijímača, tým vyžaduje dokonalejšiu anténu. Vysvetlite.
2. Rozhlasové prijímače mávajú diódový výstup na pripojenie magnetofónu, ktorým možno zaznamenať nízkofrekvenčný signál. Ukážte, v ktorom bode schémy na obr. 9-10 by ste umiestili diódový výstup.



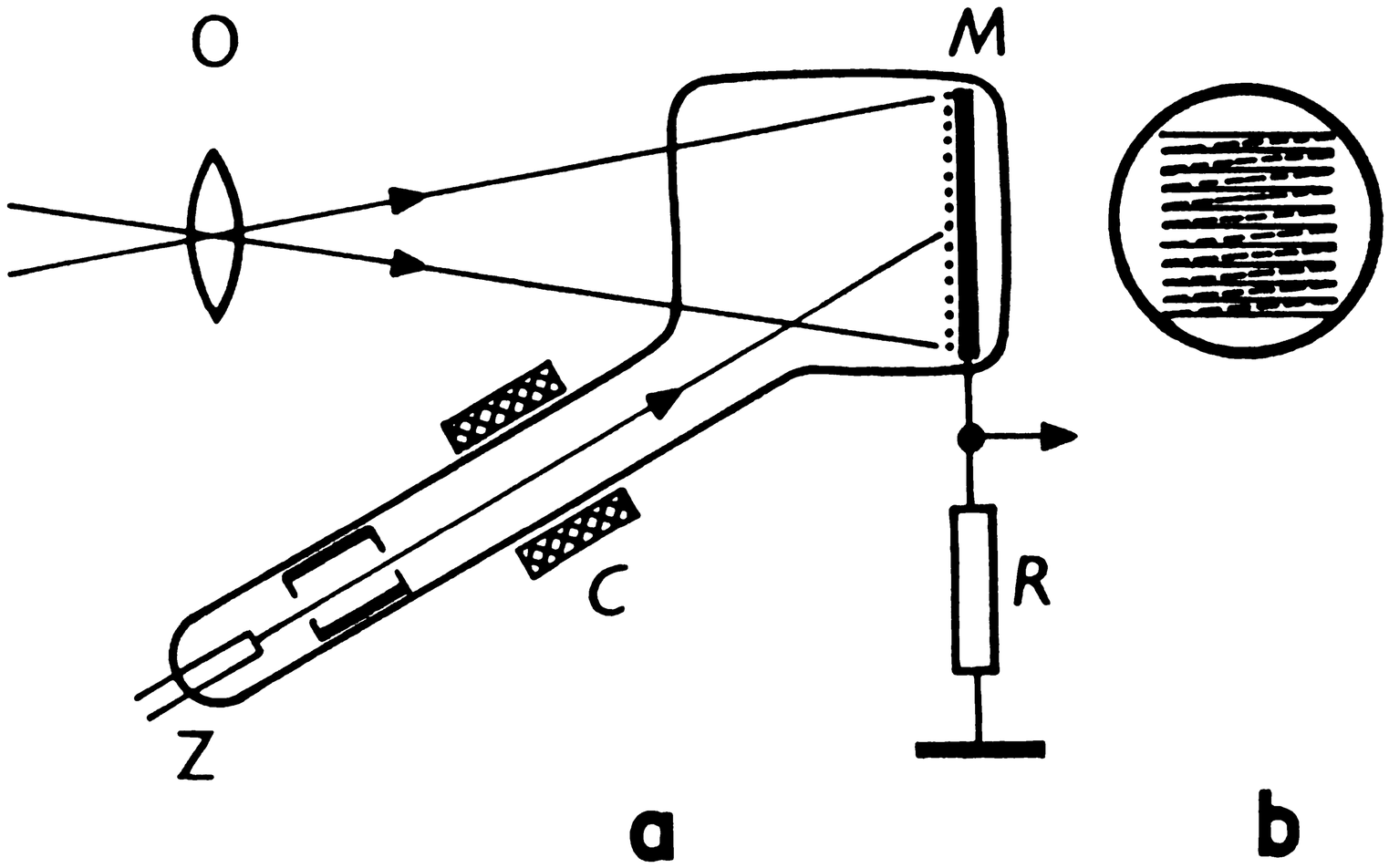
9-10
Funkčná schéma superheterodynu

9.5 Princíp televízie

Pod pojmom televízia rozumieme sústavu technických prostriedkov, ktoré umožňujú prenos obrazu vo forme elektrického signálu — **videosignálu** (z lat. *video* — vidím) elektromagnetickým vlnením na potrebnú vzdialenosť a v mieste príjmu premenu videosignálu späť na pôvodný obraz.

Zdrojom videosignálu je snímacia elektrónka televíznej kamery. Existujú snímacie elektrónky s rozličnou konštrukciou. Princíp týchto elektrónok vysvetlíme na príklade *ikonoskopu* (z gréc. *ikon* — obraz, *skopein* — pozorovať), ktorý sa používal v začiatkoch televízie. Dnešné snímacie elektrónky majú obdobnú funkciu, ale sú zložitejšie. Schéma ikonoskopu je na obr. 9-11.

Objektívom *O* kamery sa na citlivej vrstve snímacej elektrónky utvorí obraz snímaného objektu. Citlivú vrstvu tvorí mozaika *M* z polovodiča, ktorá sa v závislosti od osvetlenia elektricky nabíja. V miestach viac osvetlených je náboj buniek mozaiky väčší.



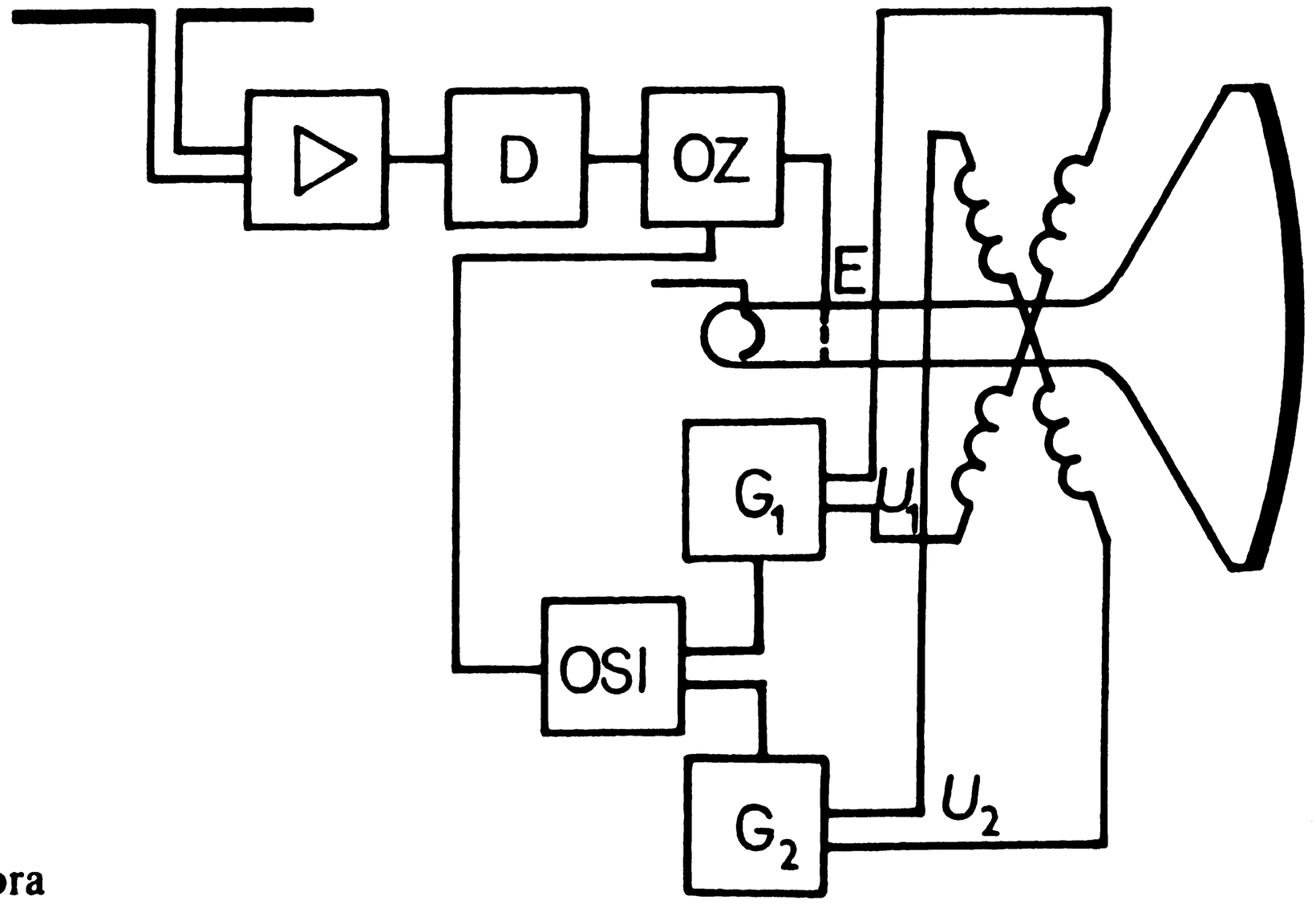
9-11
Snímacia elektrónka

Ďalšou časťou snímacej elektrónky je zdroj elektrónov *Z*, ktoré dopadajú v tvare lúča na citlivú vrstvu. Elektrónový lúč sa vychyľuje magnetickým poľom cievok tak, že jeho stopa sa pohybuje po citlivej vrstve v riadkoch (obr. 9-11b). Elektróny lúča postupne dopadajú na všetky bunky mozaiky a zbavujú ich elektrického náboja. V dôsledku toho prechádza rezistorom *R* prúd, ktorého veľkosť je úmerná náboju buniek, čiže ich osvetleniu. Na rezistore takto vzniká napätie, ktoré je „elektrickým obrazom" snímaného objektu, čiže videosignál.

Televízne vysielanie zabezpečuje sieť televíznych vysielačov, ktoré pracujú vo vymedzených pásmach veľmi krátkych vĺn (pozri prehľad na s. 221). Antény vysielačov vyžarujú televízny signál, ktorý má dve zložky: obrazovú (videosignál) a zvukovú (akustický signál). Nosné frekvencie obidvoch zložiek sa odlišujú. Napríklad vysielač pracuje na 1. kanáli I. televízneho pásma a videosignál vysiela s frekvenciou 49,75 MHz, kým akustický signál má frekvenciu 56,25 MHz. Rozdiel je aj v tom, že na prenos videosignálu sa používa amplitúdová modulácia a na prenos akustického signálu frekvenčná modulácia.

Na príjem televízneho signálu sa používa **televízny prijímač,** ktorý podobne ako rozhlasový prijímač pracuje na princípe superheterodynu. Televízny signál zachytený anténou sa v televíznom prijímači rozdelí na akustickú a obrazovú zložku. Akustická zložka sa premení na zvuk v podstate rovnakým spôsobom ako v rozhlasovom prijímači. Obrazová

zložka televízneho signálu sa spracuje v obrazovej časti televízora, ktorá je schematicky znázornená na obr. 9-12.



9-12
Obrazová časť televízora

Zosilnený televízny signál sa demoduluje a získaný videosignál sa po zosilnení obrazovým zosilňovačom OZ privádza na riadiacu elektródu televíznej obrazovky. Potenciál elektródy E sa mení, čím sa ovplyvňuje prúd elektrónov, ktoré v obrazovke dopadajú na tienidlo a spôsobujú jeho žiarenie. Elektrónový lúč sa opäť pohybuje po tienidle v riadkoch a podľa priebehu videosignálu sa mení jas tienidla a vzniká optický obraz.

Z obrazového zosilňovača sa získava aj pomocný signál na synchronizáciu obrazu, ktorý sa privádza do oddeľovača synchronizačných impulzov OSI. Odtiaľ vychádzajú impulzy, ktoré riadia činnosť generátorov pílového napätia pre riadkový (vodorovný) a snímkový (zvislý) rozklad. Jeho princíp je opísaný v stati 1.6.

Základy televízie sme vysvetlili na príklade televízneho prenosu čierno-bieleho obrazu. Prenos farebného obrazu je oveľa zložitejší. Vyplýva to z toho, že nestačí prenášať len informácie o jase obrazu, ale treba ich doplniť informáciou o farbe, t. j. o jej farebnom tóne a sýtosti. Vychádza sa z poznatku, že miešaním troch farieb — červenej, zelenej a modrej v rozličnom pomere možno utvoriť celú stupnicu farebných odtieňov, vrátane sivej a bielej.

V kamere pre farebnú televíziu sa získavajú tri základné farebné signály, z ktorých sa v prenosovej sústave utvárajú dva signály — **jasový** a **farbonosný.** Jasový signál zodpovedá

v podstate signálu čierno-bielej televízie, čo umožňuje príjem vysielania farebnej televízie aj prijímačom na čierno-bielu televíziu.

Skladba farbonosného signálu je zložitejšia a jeho prenos sa uskutočňuje rozličnými prenosovými systémami. V Európe sa najviac uplatňuje systém PAL*, v ktorého norme pracujú zvyčajne aj videoprehrávače.

V televíznom prijímači sa farebný obraz utvára na tienidle obrazovky s veľmi jemnou štruktúrou. V nej sú pravidelne rozmiestené plôšky, ktoré pri dopade elektrónu žiaria červeno, zeleno alebo modro. Vznikajú tak tri základné farebné obrazy, ktoré sa navzájom prelínajú. Keďže jemná štruktúra tienidla nie je z bežnej vzdialenosti okom rozlíšiteľná, vnímame výsledný farebný obraz, ktorý môže mať takmer všetky odtiene farieb.

---

* Skratka anglického názvu Phase Alternating Line. (Princíp konštantného jasu.)

Zhrnutie — Mechanické vlnenie
Elektromagnetické vlnenie
Prenos signálov vlnením

V pružnom prostredí sa kmitové rozruchy šíria ako vlnenie. Postupné mechanické vlnenie je priečne alebo pozdĺžne. Charakterizuje ho vlnová dĺžka

$$\lambda = vT$$

(v je rýchlosť vlnenia, T perióda vlnenia). Okamžitá výchylka bodu vo vzdialenosti x od zdroja vlnenia je opísaná rovnicou postupnej vlny

$$y = y_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Keď sa pružným prostredím šíria dve, príp. viac vlnení, nastáva interferencia vlnenia. V závislosti od dráhového rozdielu d vlnení nastáva interferenčné maximum $\left(d = 2k\frac{\lambda}{2}, \text{ kde } k = 0, 1, 2, \ldots\right)$ alebo minimum $\left(d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}\right)$.

Stojaté vlnenie vzniká interferenciou dvoch rovnakých vlnení (najčastejšie postupujúceho a odrazeného), ktoré sa šíria v opačných smeroch. V pružných telesách má stojaté vlnenie charakter chvenia.

V izotropnom prostredí sa vlnenie šíri vo všetkých smeroch rovnakou rýchlosťou. Vlnenie znázorňujeme pomocou vlnoplôch, ktoré predstavujú plochy s rovnakou fázou kmitania bodov prostredia. Mechanizmus šírenia vlnoplôch vysvetľuje Huygensov princíp. Pri dopade na prekážku nastáva odraz vlnenia, pre ktorý platí zákon odrazu: uhol odrazu vlnenia sa rovná uhlu dopadu. Ak vlnenie prechádza z prostredia, v ktorom sa šíri rýchlosťou v_1 do prostredia, v ktorom má rýchlosť v_2, nastáva lom vlnenia. Platí zákon lomu

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n$$

(α je uhol dopadu, β je uhol lomu, n je index lomu). Na okrajoch

prekážok vzniká ohyb vlnenia, za prekážkami s veľkými rozmermi vzniká tieň vlnenia.

Najdôležitejšie mechanické vlnenie je zvuk. Jednoduchý zvuk s harmonickým priebehom je jednoduchý tón. Zvuky charakterizuje výška, farba a hlasitosť. Zvuk sa šíri vo vzduchu rýchlosťou v, ktorá závisí od teploty t podľa vzťahu

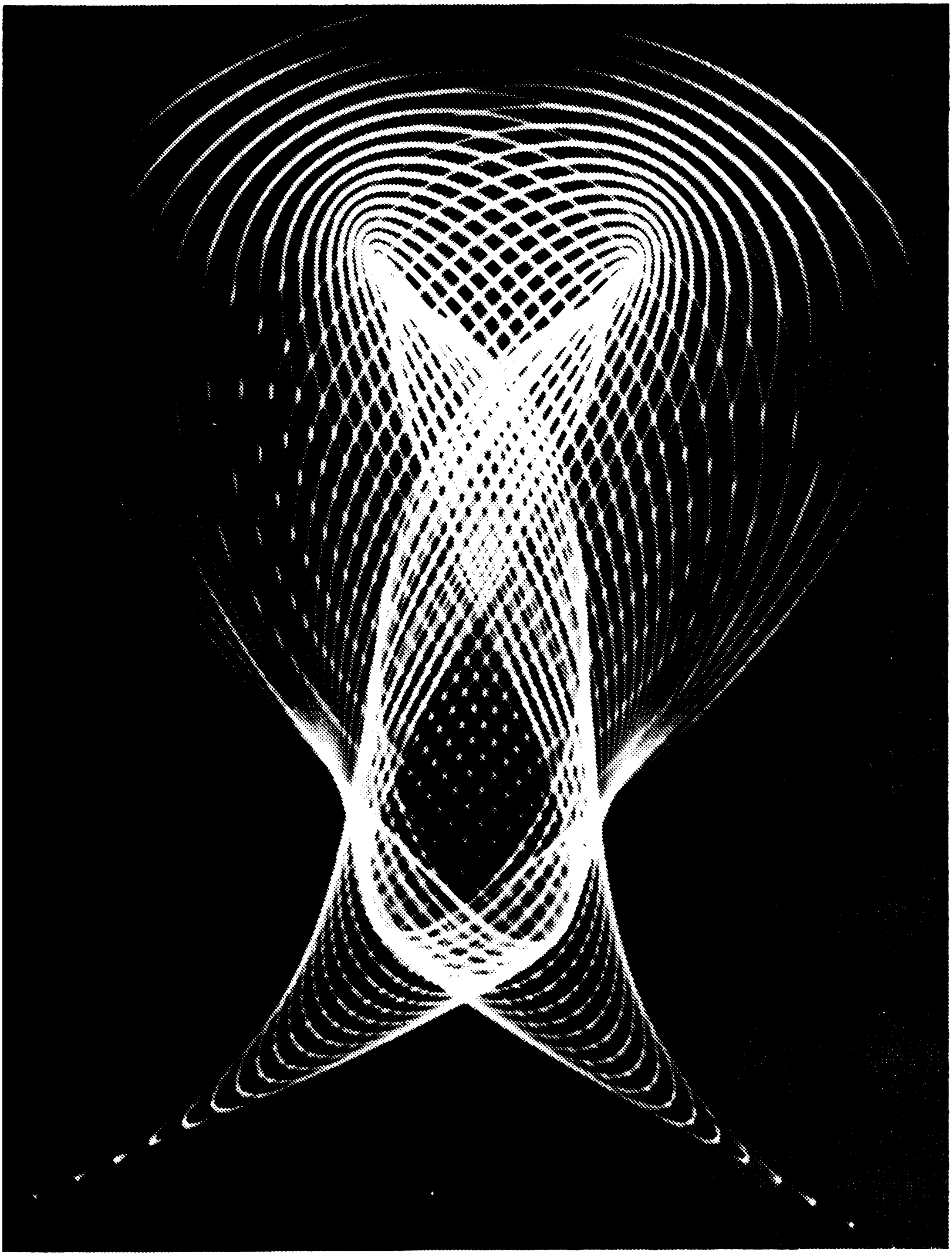
$$v_t = (331{,}82 + 0{,}61\{t\})\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$$

Elektromagnetické vlnenie vzniká v okolí vodičov, v ktorých prebieha elektrické kmitanie. Elektromagnetické vlnenie sa šíri vo vákuu rýchlosťou $c = 3\ .\ 10^8\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$. To je aj rýchlosť svetla, ktoré je tiež elektromagnetické vlnenie. Elektromagnetická vlna má elektrickú a magnetickú zložku. Tieto zložky charakterizujú vektory intenzity elektrického poľa $\boldsymbol{E}$ a magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$; tieto vektory sú navzájom kolmé a v postupnej elektromagnetickej vlne majú rovnakú fázu. Elektromagnetické vlnenie je priečne vlnenie a predstavuje vlnenie elektromagnetického poľa.

Na vyžarovanie elektromagnetického vlnenia do voľného priestoru sa v technickej praxi používajú elektromagnetické dipóly. Na rozmerných kovových prekážkach vzniká odraz vlnenia a na malých prekážkach pozorujeme ohyb vlnenia. Vlastnosti elektromagnetického vlnenia sa využívajú v oznamovacej technike, pri rádiolokácii a pod.

Prenos správ sa uskutočňuje oznamovacou sústavou. K základným častiam oznamovacej sústavy patria elektroakustické meniče (mikrofón, reproduktor). Bezdrôtový prenos správ pomocou rádiokomunikačnej oznamovacej sústavy umožňuje vysielač a prijímač. Na prenos sa signál upravuje moduláciou (amplitúdovou alebo frekvenčnou). V prijímači nastáva zosilnenie signálu a demodulácia. Základným druhom rozhlasového prijímača je superheterodyn. Prenos obrazu sa uskutočňuje sústavou televízie, v ktorej sa obraz mení v snímacej elektrónke na videosignál a v televíznom prijímači sa videosignál mení späť na obraz.

CVIČENIA Z FYZIKY



Pokyny na cvičenia

Cvičenia z fyziky tvorí osem teoretických a osem laboratórnych cvičení.

Teoretické cvičenia obsahujú vždy niekoľko riešených príkladov a ďalej úlohy, ktoré sú určené na precvičovanie učiva. Riešené príklady nemajú byť len ukážkou postupu pri riešení úloh, ale v mnohých prípadoch sú v nich rozvedené niektoré náročnejšie odvodenia poznatkov, ktoré sú v učebnici vysvetlené v zjednodušenej forme. Preto sa predpokladá, že v cvičeniach nebudú riešené iba úlohy, ale budú podrobne preberané aj príklady, ktorých riešenie je uvedené v texte. Náročnejšie úlohy sú označené hviezdičkou (*).

Laboratórne cvičenia obsahujú okrem stručnej teórie danej experimentálnej úlohy návod na pracovný postup, potrebné poznámky technického charakteru a otázky, pomocou ktorých sa môžete presvedčiť, do akej miery ste sa oboznámili s problematikou riešenej úlohy.

V predchádzajúcich ročníkoch ste už uskutočnili niekoľko experimentov a meraní. Preto viete, že pri práci v laboratóriu treba dodržiavať isté zásady a pravidlá, ktorých cieľom je chrániť vaše zdravie, zabrániť poškodeniu prístrojov a zariadení laboratória a pomôcť vám získať skúsenosti a návyky dôležité pre prax.

Zopakujeme najdôležitejšie zásady pri práci v laboratóriu:

1. Na každé laboratórne cvičenie sa žiak vopred pripraví a prácu robí podľa postupu v návode, prípadne podľa pokynov učiteľa.

2. Laboratórium, prístroje a pomôcky sú spoločným majetkom a treba s nimi zaobchádzať opatrne, zabrániť ich poškodeniu a udržiavať ich v poriadku a v čistote.

3. Akékoľvek chyby na prístrojoch, prípadne na laboratórnom zariadení treba ihneď ohlásiť vyučujúcemu. Poškodenie spôsobené úmyselne alebo hrubou nedbalosťou sa musí nahradiť.

4. Pri práci treba dodržiavať bezpečnostné predpisy, s ktorými vás oboznámi vyučujúci. Oboznámenie sa s bezpečnostnými predpismi potvrdí každý žiak svojím podpisom do osobitného zošita.

5. Na konci práce si každá skupina urobí na svojom pracovisku poriadok a pripraví pomôcky na prácu ďalšej skupiny. Keď pracujeme s elektrickými prístrojmi, vypneme ich a odpojíme prívodné šnúry zo siete.

6. Osobitnú pozornosť venujeme práci s elektrickými prístrojmi. Elek-

trické obvody zapájame podľa schémy, až potom ich zapojíme na zdroj napätia. Pokusné zariadenie možno na zdroj zapojiť, až keď ho skontroloval vyučujúci.

7. Nie je dovolené manipulovať s vodičmi, kým je zariadenie pod napätím. Nikdy sa nedotýkajte neizolovaných (holých) vodičov!

8. Pri akejkoľvek nehode s elektrickým prúdom ihneď vypnite zdroj prúdu. Keď vznikne požiar, nehaste ho vodou ani obyčajným kvapalinovým prístrojom. Na hasenie elektrických zariadení používame piesok, hlinu alebo osobitný druh hasiaceho prístroja.

Cvičenie 1 (1. teoretické)

Vzájomné silové pôsobenie vodiča s prúdom a magnetického poľa a vodičov s prúdom

Príklad 1

Na priamy vodič s prúdom 6 A pôsobí v homogénnom magnetickom poli sila veľkosti 0,45 N. Aká je aktívna dĺžka tohto vodiča, ak zviera s indukčnými čiarami uhol 60°? Magnetická indukcia má veľkosť 0,5 T.

Riešenie

$\underline{I = 6\ \text{A},\ F_\text{m} = 0{,}45\ \text{m},\ \alpha = 60°,\ B = 0{,}5\ \text{T};\ l = ?}$

Veľkosť sily pôsobiacej na priamy vodič v homogénnom magnetickom poli je daná vzťahom

$$F_\text{m} = BIl \sin \alpha$$

Pre aktívnu dĺžku vodiča z toho dostaneme

$$l = \frac{F_\text{m}}{BI \sin \alpha} = \frac{0{,}45}{0{,}5 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}\ \text{m} = 0{,}17\ \text{m}$$

Aktívna dĺžka vodiča je 0,17 m.

Príklad 2

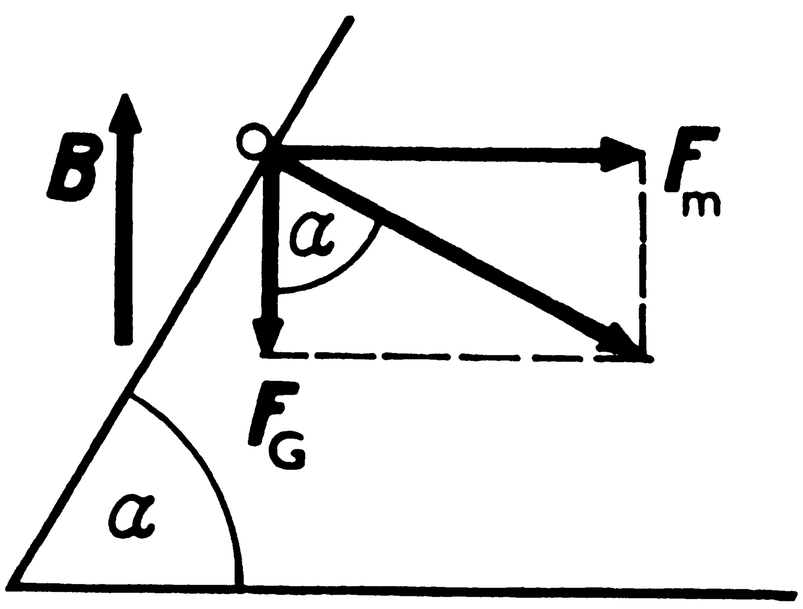
Na zdroj sú pripojené dva tenké rovnobežné vodiče, ktoré zvierajú s vodorovnou rovinou uhol 45°, sú kolmé na spojnicu ich priesečníkov s vodorovnou rovinou a ich vzájomná vzdialenosť je 10 cm. Kolmo na tieto vodiče je položený voľne pohyblivý vodič s hmotnosťou 4 g. Vodiče sú v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou $\boldsymbol{B}$ $(0, 0, B)$. Akú veľkosť má magnetická indukcia, ak na udržanie priečneho vodiča v pokoji je potrebný prúd 3,9 A? Záleží na smere prúdu?

Riešenie

$\alpha = 45°,\ l = 0{,}1\ \text{m},\ m = 4\ .\ 10^{-3}\ \text{kg},\ I = 3{,}9\ \text{A};\ B = ?$

Rovnovážny stav nastane, ak bude výslednica síl $\boldsymbol{F}_\text{m}$ a $\boldsymbol{F}_\text{G}$ kolmá na rovinu rovnobežných vodičov a ak bude k nim pritláčať priečny vodič. Veľkosť magnetickej sily $F_\text{m} = BIl$, veľkosť tiažovej sily $F_\text{G} = mg$. Pri rovnováhe platí (obr. C1-1)

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BIl}{mg}$$



C1-1

Pre veľkosť magnetickej indukcie z toho vyplýva

$$B = \frac{mg\ \operatorname{tg}\alpha}{Il} = \frac{4\ .\ 10^{-3}\ .\ 9{,}8\ .\ 1}{3{,}9\ .\ 0{,}1}\ \text{T} = 0{,}1\ \text{T}$$

Veľkosť magnetickej indukcie je 0,1 T.
Prúd vo vodiči musí mať taký smer, aby vodorovný vektor sily $\boldsymbol{F}_\text{m}$ smeroval pod naklonenú rovinu rovnobežných vodičov.

Príklad 3

Nad pevným priamym vodorovným a veľmi dlhým vodičom vo vzdialenosti 4 mm je na dvoch rovnakých pružinách zavesený druhý rovnobežný vodič s dĺžkou 0,2 m, ktorým prechádza prúd 1 A. Aký je prúd I_1 v pevnom vodiči, ak po jeho zapnutí sa rovnovážna poloha zaveseného vodiča zníži o $a = 0{,}6$ mm? Predpokladajte, že medzi veľkosťou sily pôsobiacou na pružinu a predĺžením pružiny platí priama úmernosť ($F' = k\,\Delta l$), pričom $k_1 = k_2 = k = 0{,}4\ \mathrm{N\,.\,m^{-1}}$ (k sa nazýva tuhosť pružiny).

Riešenie

$d = 4\,.\,10^{-3}\,\mathrm{m},\ l = 0{,}2\,\mathrm{m},\ I_2 = 1\,\mathrm{A},\ a = 0{,}6\,.\,10^{-3}\,\mathrm{m},\ k = 0{,}4\,\mathrm{N\,.\,m^{-1}};\ I_1 = ?$

Po zapnutí prúdu I_1 sa vzdialenosť vodičov zmenšila z d na $d - a$. Veľkosť sily pôsobiacej na zavesený vodič v novej rovnovážnej polohe je daná vzťahom, ktorý napíšeme v tvare

$$F = \frac{\mu_o I_1 I_2 l}{2\pi(d - a)}$$

Táto sila sa vyrovnáva silou pružín, ktoré sa predĺžili o a. Ich veľkosť je

$$F' = k_1 a + k_2 a = 2ka$$

Z rovnosti $F' = F$ vyplýva pre prúd I_1 vzťah

$$I_1 = \frac{2ka\ 2\pi(d - a)}{\mu_o I_2 l}$$

Dosadením číselných hodnôt dostaneme

$$I_1 = \frac{2\,.\,0{,}4\,.\,6\,.\,10^{-4}\,.\,2\pi\,.\,3{,}4\,.\,10^{-3}}{4\pi\,.\,10^{-7}\,.\,1\,.\,0{,}2}\,\mathrm{A} \doteq 41\ \mathrm{A}$$

Prvým vodičom prechádza prúd približne 41 A.

Úlohy

Prvé dve úlohy riešte samostatne v skupinách A a B.

Skupina A

1. Priamy vodič s prúdom 4 A zviera uhol 60° s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa, ktorého indukcia má veľkosť 0,86 T. Aktívna dĺžka vodiča je 0,15 m. Určte veľkosť sily pôsobiacej na vodič. [0,45 N]
2. Dvoma priamymi rovnobežnými vodičmi prechádzajú opačnými smermi prúdy $I_1 = I_2 = 10$ A. Vzdialenosť vodičov je 5 mm. Určte veľkosť sily pôsobiacej na každých 10 cm dĺžky vodičov. Rozhodnite, či sú pôsobiace sily príťažlivé, alebo odpudivé. [$4 \cdot 10^{-4}$ N]

Skupina B

1. Určte, aký uhol zviera priamy vodič s aktívnou dĺžkou 8 cm s vektorom magnetickej indukcie homogénneho magnetického poľa, ak pôsobí naň sila veľkosti 0,078 N. Magnetická indukcia má veľkosť 0,2 T, prúd vo vodiči je 5 A. [77°]
2. Dvoma rovnobežnými vodičmi experimentálnej aparatúry, ktorých vzájomná vzdialenosť bola 50 mm, prechádzal krátkodobo prúd (prúdový impulz) dosahujúci veľkosť až 25 000 A. Akou maximálnou silou bol namáhaný každý z vodičov na dĺžke 0,1 m? [250 N]
3. Zvislým vodičom s dĺžkou 3 m prechádza prúd 200 A. Určte veľkosť vodorovnej zložky sily pôsobiacej na vodič v magnetickom poli Zeme. Vodorovná zložka magnetickej indukcie zemského magnetického poľa má veľkosť $B_h = 2 \cdot 10^{-5}$ T. [$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ N]
4. Priamym vodičom trolejového vedenia prechádza v severovýchodnom smere prúd 10^3 A. Určte veľkosť vertikálnej zložky sily, ktorá pôsobí na desaťmetrový úsek vodiča v magnetickom poli Zeme. Veľkosť horizontálnej zložky magnetickej indukcie zemského magnetického poľa je $B_h = 2 \cdot 10^{-5}$ T. [0,14 N]
5. Priamy vodič s prúdom I zvieral s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol α. Po zmene polohy zviera vodič s indukčnými čiarami uhol $\alpha' = \alpha + 18°$. Veľkosť sily pôsobiacej na vodič sa pritom zväčšila o 20 %. Určte uhol α. [51°]
6. Priamy vodorovný vodič s hmotnosťou 3 g a dĺžkou 0,1 m je svojimi

koncami zavesený na dvoch rovnako dlhých vodivých vláknach zanedbateľnej hmotnosti. Ak prechádza vodičom prúd 1 A, vychýli sa v homogénnom magnetickom poli, ktorého vektor magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$ má smer zvislý, zo svojej polohy a ustáli sa v rovnovážnej polohe, v ktorej vlákna zvierajú s kolmým smerom uhol 18°. Určte veľkosť magnetickej indukcie. [0,1 T]

7. Priamy vodič s aktívnou dĺžkou 0,2 m bol vo vodorovnej polohe zavesený svojimi koncami na dvoch rovnakých pružinách tak, že bol kolmý na vodorovné indukčné čiary homogénneho magnetického poľa elektromagnetu. Aká je veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa elektromagnetu, ak po vypnutí prúdu v elektromagnete sa rovnovážna poloha vodiča zvýšila o 3 mm? Tuhosť pružín je $k_1 = k_2 = k = 35\ \mathrm{N\,.\,m^{-1}}$, prúd vo vodiči je 1,5 A. [0,7 T]
8. Dvoma rovnobežnými vodičmi, ktorých vzájomná vzdialenosť je 3 cm, prechádzajú opačnými smermi prúdy $I_1 = 10$ A a $I_2 = 4$ A. Ako treba umiestiť v rovine týchto vodičov tretí rovnobežný vodič s prúdom I_3, aby výslednica síl pôsobiacich na tento vodič mala nulovú veľkosť? Záleží na smere prúdu I_3? [$d_{13} = 5$ cm; $d_{23} = 2$ cm]
9. Prečo sa priťahujú dva rovnobežné vodiče, ktorými prechádzajú prúdy rovnakými smermi a prečo sa odpudzujú dva rovnobežné zväzky elektrónov?
10. Dvoma závitmi smaltovaného vodiča s priemerom 1 mm, ktoré boli navinuté tesne vedľa seba na valci s priemerom 19 mm, prešiel výbojom z kondenzátora impulz prúdu s maximálnou veľkosťou $5\,.\,10^3$ ampérov.
    a) Odhadnite maximálnu veľkosť sily, ktorá pritom pôsobila medzi závitmi (uvažujte o dvojici rovnobežných vodičov rovnakej dĺžky). [$3\,.\,10^2$ N]
    b) Je sila pôsobiaca medzi závitmi príťažlivá alebo odpudivá?

*11. V dvoch vodorovných rovinách, ktorých vzdialenosť je 3 mm, sú nad sebou dva rovnaké štvorcové závity s dĺžkou strany 14 cm. Oboma závitmi prechádza prúd 3 A. Určte veľkosť sily, ktorou sa závity vzájomne odpudzujú. Aké sú smery prúdu v závitoch? [$8{,}4\,.\,10^{-5}$ N]

*12. V usporiadaní opísanom v príklade 3 bol nastavený prúd v pevnom

vodiči na hodnotu 60 A ($I_2 = 1$ A). Určte vzdialenosť d' oboch vodičov, ktorá zodpovedá novej rovnovážnej polohe zaveseného vodiča. Poznámka: Ak je viac rovnovážnych polôh, zistite, ktorá je stála. [$3 \cdot 10^{-3}$ m, stála; $1 \cdot 10^{-3}$ m]

Cvičenie 2 (2. teoretické)

Magnetické pole cievky s prúdom, silové pôsobenie magnetického poľa na pohybujúcu sa časticu s nábojom

Príklad 1

Dlhá valcová cievka je ovinutá v jednej vrstve drôtom s priemerom 0,8 mm tak, že stúpanie závitov je 1,4 mm. Koľkokrát treba zväčšiť prúd, aby magnetická indukcia magnetického poľa tejto cievky mala veľkosť ako v prípade, keď vinutie bolo bez medzier. Dĺžka cievky aj priemer drôtu je v oboch prípadoch rovnaký.

Riešenie

$d_1 = 8 \cdot 10^{-3}$ m, $d_2 = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ m; $I_2 : I_1 = ?$

Pre veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa dlhej cievky s jednou vrstvou vinutia platí vzťah

$$B_o = \mu_o \frac{NI}{l}$$

Keď je vzdialenosť susedných závitov (stúpanie závitov) d, platí $l = Nd$, t. j.

$$B_o = \mu_o \frac{I}{d}$$

Pri väčšom stúpaní závitov ($d_2 > d_1$) platí

$$B_{o2} = \mu_o \frac{I_2}{d_2}$$

pri hustom vinutí platí

$$B_{o1} = \mu_o \frac{I_1}{d_1}$$

Pretože má byť $B_{o2} = B_{o1}$, musí platiť

$$\frac{I_2}{d_2} = \frac{I_1}{d_1}$$

Pre podiel prúdov z toho dostaneme

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1,4}{0,8} = 1,75$$

Prúd treba zväčšiť 1,75-krát.

Príklad 2

V homogénnom magnetickom poli, ktorého magnetická indukcia má veľkosť 1 T, pohybuje sa protón po trajektórii tvaru kružnice s polomerom 0,4 m. Určte veľkosť jeho rýchlosti a kinetickú energiu.

Riešenie

$B = 1$ T, $r = 0,4$ m, $m_p = 1,67 . 10^{-27}$ kg, $e = 1,6 . 10^{-19}$ C; $v = ?$, $E_k = ?$

Pre polomer trajektórie protónu tvaru kružnice platí vzťah

$$r = \frac{m_p v}{eB}$$

kde m_p je hmotnosť protónu. Veľkosť jeho rýchlosti určíme zo vzťahu

$$v = \frac{reB}{m_p} = \frac{0,4 . 1,6 . 10^{-19} . 1}{1,67 . 10^{-27}} \text{ m} . \text{s}^{-1} = 3,8 . 10^7 \text{ m} . \text{s}^{-1}$$

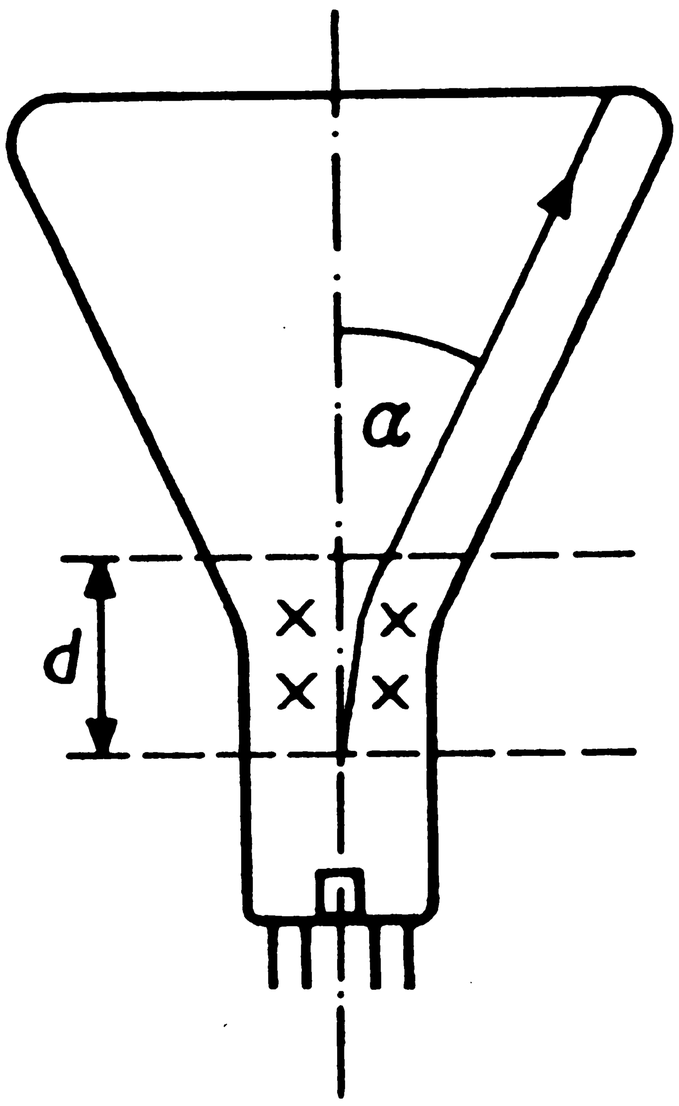
Kinetická energia protónu je

$$E_k = \frac{1}{2} m_p v^2 = 0,5 . 1,67 . 10^{-27} . (3,83)^2 . 10^{14} \text{ J} = 1,2 . 10^{-12} \text{ J}$$

Protón sa pohybuje rýchlosťou veľkosti $3,8 . 10^7$ m . s^{-1} a jeho kinetická energia je $1,2 . 10^{-12}$ J.

Príklad 3

Odhadnite výpočtom maximálnu veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa vychyľovacích cievok televíznej obrazovky. Predpokladajte, že magnetické pole je homogénne a priestorovo obmedzené dvoma rovinami kolmými na os obrazovky. Ich vzájomná vzdialenosť je 4 cm (obr. C2-1). Elektróny sú pred vstupom do magnetického poľa urýchlené elektrickým poľom medzi elektródami s rozdielom potenciálov 15 kV. Maximálne odchýlenie trajektórie elektrónov od osi obrazovky je 55°.



C2-1

Riešenie

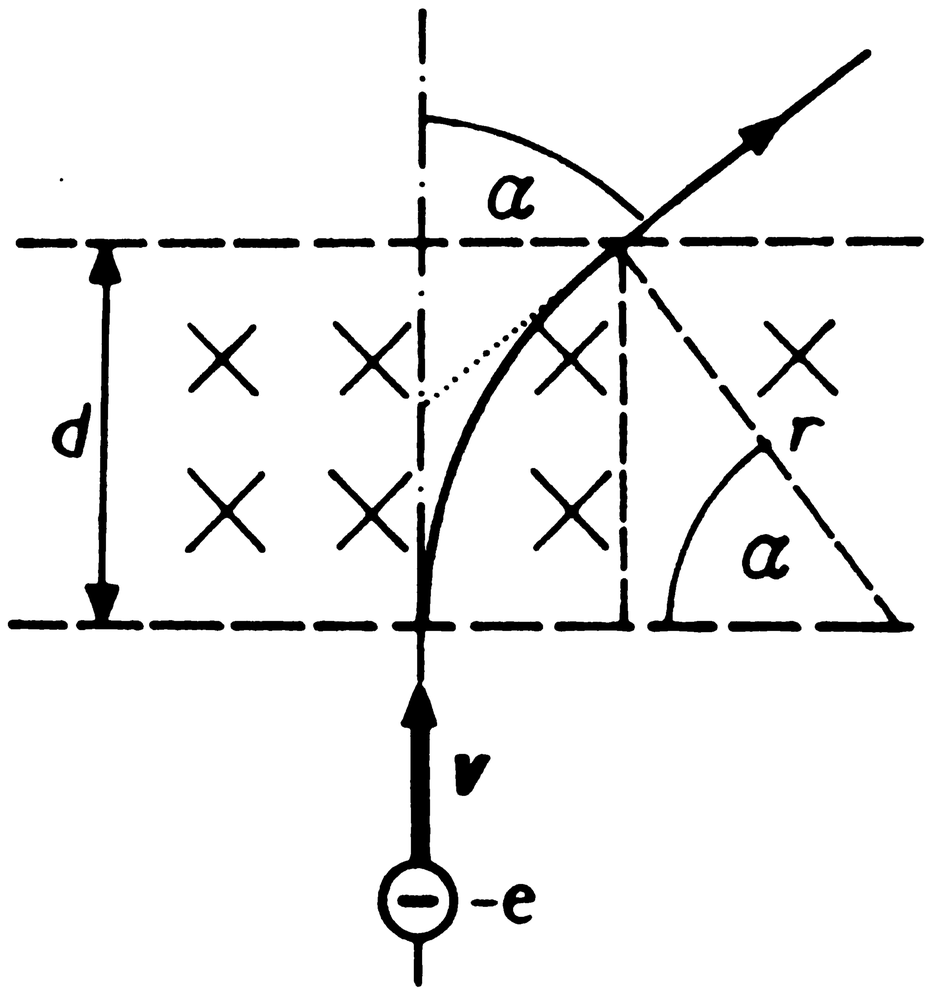
$\underline{d = 0{,}04\ \text{m},\ U = 1{,}5\ .\ 10^4\ \text{V},\ \alpha_m = 55°,\ m = 9{,}1\ .\ 10^{-31}\ \text{kg},}$

$\underline{e = 1{,}6\ .\ 10^{-19}\ \text{C};\ B = ?}$

Na každý elektrón pôsobí magnetická sila veľkosti $F_m = evB$. Pre maximálny uhol odchýlenia trajektórie elektrónu platí (obr. C2-2)

$$\sin \alpha_m = \frac{d}{r} = \frac{d}{\frac{mv}{eB}} = \frac{deB}{mv}$$

C2-2



Z toho dostaneme pre B vzťah

$$B = \frac{mv \sin \alpha_m}{ed}$$

Elektrón získa počas urýchlenia v elektrickom poli kinetickú energiu, pre ktorú platí

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU$$

Keď dosadíme za v do predchádzajúceho vzťahu, pre veľkosť magnetickej indukcie dostaneme

$$B = \frac{\sin \alpha_m}{d} \sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

Z toho určíme magnetickú indukciu

$$B = \frac{0{,}819}{0{,}04} \left(\frac{2 \,.\, 9{,}1 \,.\, 10^{-31} \,.\, 1{,}5 \,.\, 10^{4}}{1{,}6 \,.\, 10^{-19}} \right)^{1/2} \mathrm{T} = 8{,}5 \,.\, 10^{-3} \mathrm{T}$$

Magnetická indukcia magnetického poľa vychyľovacích cievok obrazovky má veľkosť $8{,}5 \,.\, 10^{-3}$ T.

Vypočítaná hodnota je odhadom (v skutočnosti nie je magnetické pole v obrazovke homogénne) maximálnej veľkosti magnetickej indukcie zodpovedajúcej odchýleniu trajektórie elektrónov o 55° od osi obrazovky.

Úlohy

Prvé tri úlohy riešte samostatne v skupinách A a B.

Skupina A

1. Dlhá valcová cievka je husto ovinutá drôtom s priemerom 1 mm. Aký veľký prúd musí prechádzať cievkou, aby magnetická indukcia jej magnetického poľa mala veľkosť $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ T? [2 A]
2. Akú maximálnu veľkosť magnetickej indukcie $B_{o\,max}$ magnetického poľa možno trvalo docieliť v dlhej valcovitej jednovrstvovej cievke ovinutej drôtom s priemerom 0,4 mm, ak najväčšia prípustná hustota prúdu vo vodiči (t. j. prúd prechádzajúci 1 mm² plochy prierezu vodiča) je pre tento účel 4 A . mm^{-2}? [$1{,}6 \cdot 10^{-3}$ T]
3. Akú veľkosť musí mať magnetická indukcia homogénneho magnetického poľa, aby sa v ňom elektrón pohyboval po kružnici s polomerom 0,4 m rýchlosťou $3{,}8 \cdot 10^{7}$ m . s^{-1}? Aká bude jeho kinetická energia? [$5{,}4 \cdot 10^{-4}$ T; $6{,}6 \cdot 10^{-16}$ J]

Skupina B

1. Dlhou valcovou cievkou husto ovinutou drôtom s priemerom 0,4 mm prechádza prúd 0,6 A. Aká veľká je magnetická indukcia magnetického poľa cievky? [$1{,}9 \cdot 10^{-3}$ T]
2. Aký priemer drôtu treba zvoliť pre husté ovinutie dlhej valcovej cievky, aby veľkosť magnetickej indukcie ich magnetického poľa pri hustote prúdu vo vodiči 4 A . mm^{-2} bola $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ T? [0,8 mm]
3. V homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou 1,2 T sa pohyboval protón po trajektórii tvaru kružnice s polomerom 0,167 m. Určte veľkosť jeho rýchlosti a kinetickú energiu. (Hmotnosť protónu $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.) [$1{,}92 \cdot 10^{7}$ m . s^{-1}; $3{,}08 \cdot 10^{-13}$ J]
4. Dlhá valcová cievka bola husto ovinutá v jednej vrstve vodičom s priemerom 0,5 mm. Druhá cievka s rovnakou dĺžkou aj priemerom bola husto ovinutá drôtom s priemerom 1 mm. V ktorej cievke a koľkokrát malo magnetické pole väčšiu indukciu pri rovnakej hustote prúdu vo vodičoch oboch cievok? [v druhej; dvakrát]
5. Ako sa zmení veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa husto ovinutej dlhej valcovej cievky, ktorou prechádza konštantný prúd I
   a) ak navinieme 10 % závitov,

b) ak navinieme na prvú vrstvu husto druhú vrstvu vinutia tak, aby oboma vrstvami prechádzali súhlasnými smermi rovnaké prúdy,
c) ak navinieme druhú vrstvu tak, aby oboma vrstvami prechádzali nesúhlasnými smermi rovnaké prúdy? Všetky vinutia sa robia husto drôtom rovnakého priemeru.

6. Do dlhej husto ovinutej jednovrstvovej cievky zasunieme súosovo (koaxiálne) rovnako dlhú a rovnakým drôtom husto ovinutú jednovrstvovú cievku s polovičným priemerom. Akú veľkosť bude mať magnetická indukcia magnetického poľa vnútri väčšej cievky, ak spojíme obe cievky sériovo tak, aby prúdy v nich boli
   a) súhlasných smerov,
   b) nesúhlasných smerov?
7. Akou rýchlosťou by sa musel pohybovať protón v magnetickom poli Zeme kolmo na indukčné čiary, aby sa veľkosť magnetickej sily rovnala veľkosti sily, ktorou naň pôsobí tiažové pole? Veľkosť magnetickej indukcie magnetického poľa Zeme v danom mieste je $5 \,.\, 10^{-5}$ T, $g = 9{,}81$ m . s^{-2}. [$2 \,.\, 10^{-3}$ m . s^{-1}]
8. Aké napätie musí byť medzi anódou a katódou Wehneltovej trubice, aby svietiaca stopa vyznačujúca trajektóriu elektrónov v trubici mala priemer 0,1 m? Trubica je v homogénnom magnetickom poli Helmholtzových cievok, ktorého indukcia má veľkosť $8{,}2 \,.\, 10^{-4}$ T. [150 V]
9. Elektrón urýchlený elektrickým poľom medzi elektródami s rozdielom potenciálov $\varphi_1 - \varphi_2 = U = 40$ kV vletel do oblasti homogénneho magnetického poľa širokého 0,1 m kolmo na indukčné čiary aj na roviny ohraničujúce túto oblasť. Magnetická indukcia má veľkosť $33{,}72 \,.\, 10^{-4}$ T. Určte uhol odklonu trajektórie elektrónu po prelete magnetickým poľom od pôvodného smeru. [30°]
10. Platňový kondenzátor, ktorého platne sú od seba vzdialené 5 mm, je pripojený k zdroju s napätím 960 V a umiestený v homogénnom magnetickom poli tak, že vektor intenzity elektrického poľa $\boldsymbol{E}$ kondenzátora je kolmý na vektor magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}$. Aká je veľkosť rýchlosti častíc s nábojom Q, ak sa pri prelete medzi platňami kondenzátora neodchyľujú zo svojho pôvodného smeru rovnobežného s platňami kondenzátora práve vtedy, ak má magnetická indukcia veľkosť $B = 0{,}08$ T a ak $\boldsymbol{B} \perp \boldsymbol{v}$? [$2{,}4 \,.\, 10^{6}$ m . s^{-1}]

11. **Medený vodič s priemerom 1 mm, ktorého aktívna dlžka je 0,1 m, je kolmý na indukčné čiary homogénneho magnetického poľa, ktorého indukcia má veľkosť 0,5 T. Vodičom prechádza prúd a pôsobí naň sila veľkosti 0,25 N. Určte na základe týchto údajov veľkosť rýchlosti usporiadaného pohybu voľných elektrónov v uvažovanom vodiči, ak pripadá v medi približne $8 . 10^{22}$ voľných elektrónov na jeden kubický centimeter. [0,5 mm . s^{-1}]**

*12. **Os televíznej obrazovky je orientovaná v smere juh—sever. Určte veľkosť posunutia strednej časti obrazu na tienidle obrazovky vo vodorovnom smere, spôsobeného zakrivením trajektórie, ak vertikálna zložka magnetickej indukcie magnetického poľa Zeme má veľkosť $5 . 10^{-5}$ T. Vzdialenosť tienidla od katódy je 0,25 m, napätie medzi anódou a katódou, kde sú elektróny urýchľované, je 12 kV. [asi 4 mm]**

Cvičenie 3 (3. teoretické)

Elektromagnetická indukcia, energia magnetického poľa cievky

Príklad 1

Vodorovný vodič s dĺžkou 2 m bol v čase 0 s uvoľnený a voľne padal v rovine kolmej na smer sever—juh. Určte veľkosť napätia indukovaného vo vodiči v čase 5 s. Horizontálna zložka magnetickej indukcie zemského magnetického poľa má veľkosť $B_h = 2 . 10^{-5}$ T.

Riešenie

$l = 2$ m, $t = 5$ s, $B_h = 2 . 10^{-5}$ T; $U_i = ?$

Keďže rýchlosť vodiča $\boldsymbol{v}$ je kolmá na vodič aj na horizontálnu zložku magnetickej indukcie $\boldsymbol{B}_h$, je veľkosť indukovaného napätia na voľne padajúcom vodiči daná vzťahom

$$|U_i| = B_h l v = B_h l g t$$

Po dosadení zadaných hodnôt dostaneme

$$|U_i| = 2 \,.\, 10^{-5} \,.\, 2 \,.\, 10 \,.\, 5 \text{ V} = 2 \,.\, 10^{-3} \text{ V}$$

Indukované napätie medzi koncami vodiča má veľkosť 2 mV.

Príklad 2

V homogénnom magnetickom poli je umiestený kruhový závit z medeného drôtu tak, že jeho os je rovnobežná s indukčnými čiarami. Priemer závitu je 0,2 m, priemer drôtu je 2 mm, merný elektrický odpor medi je $1{,}7 \,.\, 10^{-8}\ \Omega \,.\, \text{m}$. Aká musí byť rýchlosť časovej zmeny veľkosti magnetickej indukcie $\frac{\Delta B}{\Delta t}$, aby sa v závite indukoval prúd 10 A?

Riešenie

$D = 0{,}2$ m, $d = 2 \,.\, 10^{-3}$ m, $\varrho = 1{,}7 \,.\, 10^{-8}\ \Omega \,.\, \text{m}$, $I = 10$ A; $\frac{\Delta B}{\Delta t} = ?$

Pre indukovaný prúd v závite platí vzťah

$$I = \frac{U_i}{R}$$

kde U_i je indukované elektromotorické napätie v závite a R je odpor závitov. Pre U_i platí vzťah

$$U_i = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -S \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

kde S je obsah plochy závitu a $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ je hľadaná rýchlosť časovej zmeny veľkosti magnetickej indukcie. Vyjadríme ju z tohto vzťahu a za U_i dosadíme z predchádzajúceho vzťahu

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{U_i}{S} = -\frac{RI}{S}$$

Za odpor R prstenca dosadíme výraz $\varrho \frac{\pi D}{\pi r^2}$, kde $r = \frac{d}{2}$ je polomer vodiča.

Po úprave dostaneme

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{\varrho D I}{r^2 S} = -\frac{16 \varrho I}{\pi D d^2}$$

Dosadíme zadané hodnoty veličín a dostaneme výsledok

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{16 \,.\, 1{,}7 \,.\, 10^{-8} \,.\, 10 \text{ T} \,.\, \text{s}^{-1}}{3{,}14 \,.\, 0{,}2 \,.\, 4 \,.\, 10^{-6}} \doteq -1{,}1 \text{ T} \,.\, \text{s}^{-1}$$

Rýchlosť časovej zmeny magnetickej indukcie je $-1{,}1 \text{ T} \,.\, \text{s}^{-1}$. Pretože nezáleží na smere prúdu v závite, obmedzíme sa na veľkosť hľadanej veličiny $1{,}1 \text{ T} \,.\, \text{s}^{-1}$.

Príklad 3

Valcová jednovrstvová cievka, ktorá má 100 závitov a priemer 4 cm, je v homogénnom magnetickom poli, ktorého magnetická indukcia má veľkosť 0,5 T. Os cievky zviera s indukčnými čiarami uhol 45°. Za čas 0,1 s sa cievka otočila o 90° a jej os zviera s indukčnými čiarami uhol 135°. Určte priemernú hodnotu elektromotorického napätia indukovaného v cievke pri jej otočení.

Riešenie

$N = 100$, $r = 0{,}04$ m, $B = 0{,}5$ T, $\alpha_1 = 45°$, $\Delta t = 0{,}1$ s, $\alpha_2 = 135°$; $U_i = ?$

Napätie indukované v cievke je dané vzťahom

$$U_i = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t}$$

kde ϕ_1 je magnetický indukčný tok cievkou v začiatočnej polohe a ϕ_2 indukčný tok v novej polohe. Platia pre ne vzťahy $\phi_1 = NBS \cos 45°$ a $\phi_2 = NBS \cos 135°$, kde N je počet závitov cievky, B je veľkosť magnetickej indukcie a S je obsah plochy závitu. Po dosadení dostaneme pre U_i vzťah

$$U_i = -\frac{NBS\,(\cos 135° - \cos 45°)}{\Delta t}$$

Priemerná hodnota elektromotorického napätia indukovaného v cievke pri jej otočení je

$$U_i = -\frac{100 \,.\, 0{,}5 \,.\, \pi \,.\, 4 \,.\, 10^{-4}}{0{,}1} (-\sqrt{2} - \sqrt{2})\ \mathrm{V} = 0{,}89\ \mathrm{V}$$

Pri otočení sa v cievke indukuje napätie 0,89 V.

Úlohy

Prvé tri úlohy riešte samostatne v skupinách A a B.

Skupina A

1. Rovina štvorcového závitu zviera s indukčnými čiarami homogénneho magnetického poľa uhol 30°. Určte veľkosť elektromotorického napätia indukovaného v závite pri rovnomernej zmene veľkosti magnetickej indukcie o 0,6 T za 0,3 sekundy. Strana štvorca je 50 mm. [2,5 mV]
2. Prúd v cievke sa rovnomerne zmenšoval. Za čas 0,06 s sa zmenšil o 1,8 A. Určte elektromotorické napätie, ktoré sa pritom v cievke indukovalo. Cievka mala indukčnosť 0,8 H. [24 V]
3. Energia magnetického poľa cievky s prúdom 3 A je 36 mJ. Určte indukčnosť cievky. [$8 \,.\, 10^{-3}$ H]

Skupina B

1. Kruhový závit je umiestený v homogénnom magnetickom poli tak, že normála jeho plochy zviera s indukčnými čiarami uhol 45°. Určte veľkosť indukovaného elektromotorického napätia v závite pri rovnomernej zmene veľkosti magnetickej indukcie o 0,5 T za 0,1 s. Priemer závitu je 40 mm. [4,4 mV]
2. Určte indukčnosť L cievky, v ktorej za čas 0,44 s sa prúd zväčší z 0,2 A na 2,4 A. Za tento čas je na cievke stále indukované elektromotorické napätie $U_i = -0{,}18$ V. [$3{,}6 \,.\, 10^{-2}$ H]
3. Určte energiu magnetického poľa valcovej cievky, ktorá má indukčnosť 8 mH a prechádza ňou prúd 4 A. [64 mJ]

4. Kruhový závit z medeného vodiča je umiestený v homogénnom magnetickom poli tak, že normála jeho plochy zviera s indukčnými

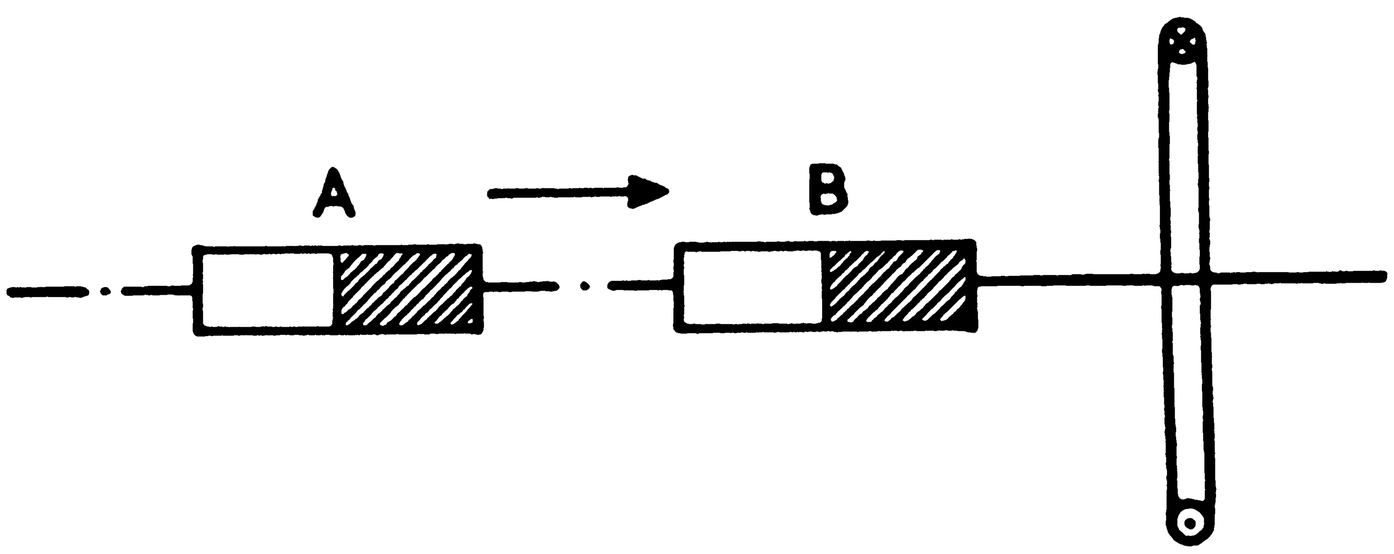
čiarami uhol 60°. Určte veľkosť indukovaného prúdu v závite pri rovnomernej zmene veľkosti magnetickej indukcie o 0,64 T za 0,1 s. Priemer závitu je 40 mm, odpor závitu je 0,012 Ω. [0,33 A]

5. V rovine kolmej na magnetickú indukciu $\boldsymbol{B}$ homogénneho magnetického poľa sú umiestené dva priame rovnobežné vodiče, ktorých vzájomná vzdialenosť je l. Začiatky vodičov sú spojené rezistorom s odporom R. Pôsobením vonkajšej sily $\boldsymbol{F}$ sa po týchto vodičoch pohybuje bez trenia priečny vodič s konštantnou rýchlosťou $\boldsymbol{v}$. Odpor vodičov je v porovnaní s odporom rezistora zanedbateľne malý. Určte:
   a) veľkosť elektromotorického napätia indukovaného v pohybujúcom sa vodiči,
   b) veľkosť indukovaného prúdu,
   c) veľkosť sily $\boldsymbol{F}$,
   d) výkon sily $\boldsymbol{F}$,
   e) elektrický výkon P,
   f) Joulovo teplo za čas Δt.

   ($B = 0{,}9$ T, $l = 8$ cm, $R = 10\ \Omega$, $v = 0{,}7\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$, $\Delta t = 2$ s).

   [a) 50 mV; b) 5 mA; c) $3{,}6\ .\ 10^{-4}$ N; d) $2{,}5\ .\ 10^{-4}$ W; e) $2{,}5\ .\ 10^{-4}$ W; f) $5\ .\ 10^{-4}$ J]

6. Tyčový magnet priblížime ku kruhovému závitu z polohy A do polohy B (obr. C3-1), raz rýchlo, druhý raz pomaly. Prejde pritom daným prierezom vodiča závitu rovnaký náboj v oboch prípadoch? [áno]



C3-1

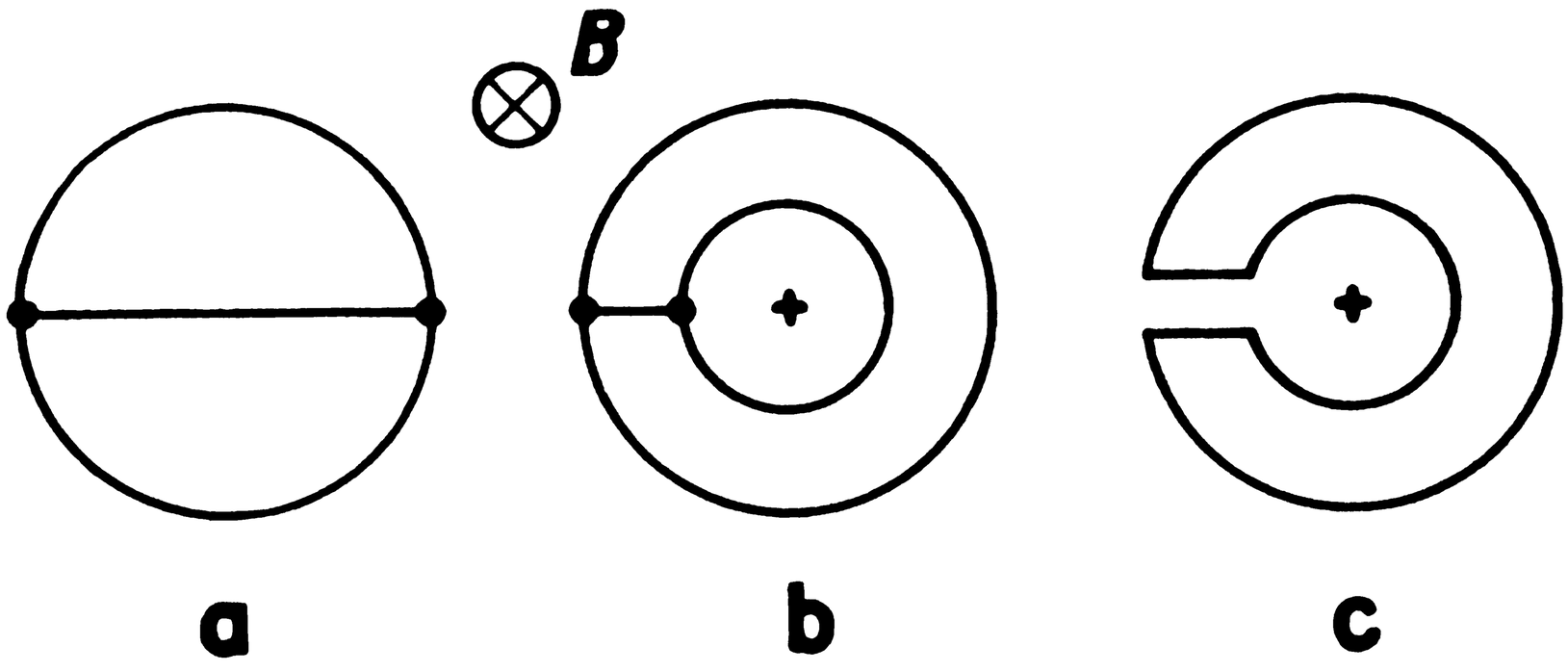
7. Vykoná ruka, ktorá v úlohe 6 premiestuje tyčový magnet z polohy A do polohy B v oboch prípadoch rovnakú prácu proti elektromagnetickým silám? [nie]

8. Priamy vodič sa pohybuje konštantnou rýchlosťou v homogénnom magnetickom poli, pričom zviera s indukčnými čiarami stále uhol β. Určte elektromotorické napätie indukované vo vodiči v týchto prípadoch:
   a) vodič sa pohybuje v smere svojej pozdĺžnej osi,
   b) vodič sa pohybuje v smere kolmom na svoju pozdĺžnu os, aj na indukčné čiary,
   c) vodič sa pohybuje v smere indukčných čiar.
   Magnetická indukcia má veľkosť 0,6 T, vodič je 0,1 m dlhý a pohybuje sa rýchlosťou veľkosti 3 m . s^{-1}, $\beta = 30°$. [a) 0 V; b) 90 mV; c) 0 V]
9. V dlhej valcovej cievke s hustotou závitov $10^3\ m^{-1}$ je súosovo umiestený hliníkový prstenec, ktorého stredný priemer je 40 mm a odpor je 0,001 Ω. Určte veľkosť indukovaného prúdu v prstenci a Joulovo teplo za 10^{-2} s a čas, za ktorý sa rovnomerne menila veľkosť prúdu v cievke rýchlosťou 10^3 A . s^{-1}. [1,6 A; 2,5 . 10^{-5} J]
10. Valcová jednovrstvová cievka, ktorá má 120 závitov a priemer 60 mm, je v homogénnom magnetickom poli, ktorého magnetická indukcia má veľkosť 0,75 T. Os cievky je rovnobežná s indukčnými čiarami. Za čas 0,2 s sa cievka otočila o 180°. Určte priemernú hodnotu indukovaného elektromotorického napätia v cievke. [2,6 V]

*11. V rovine kolmej na indukčné čiary homogénneho magnetického poľa sa otáča priamy vodič dĺžky 0,2 m uhlovou rýchlosťou 100 rad . s^{-1}. Veľkosť magnetickej indukcie je 0,4 T. Určte veľkosť elektromotorického napätia indukovaného vo vodiči (napätie medzi koncovými bodmi vodiča), ak rotuje okolo osi, ktorá prechádza:
   a) koncovým bodom vodiča,
   b) stredom vodiča. [a) 0,8 V; b) 0 V]
12. Určte elektromotorické napätie indukované v magnetickom poli Zeme vo vertikálnej anténe automobilu, ktorý sa pohybuje z východu na západ rýchlosťou 90 km . h^{-1}. Horizontálna zložka intenzity magnetického poľa Zeme má v uvažovanom mieste veľkosť $H_h = 16{,}2$ A . m^{-1}, dĺžka autoantény je 1,2 m. [0,61 mV]

*13. Na obr. C3-2 znázornené rovinné slučky vyrobené z tenkého vodiča

sú umiestené v homogénnom magnetickom poli, ktorého magnetická indukcia má smer kolmo za nákresňu. Určte smery prúdov indukovaných vo vodičoch pri zmenšovaní magnetickej indukcie.



C3-2

14. Magnetický indukčný tok valcovou cievkou pri prúde 1 A je 0,12 Wb. Určte energiu magnetického poľa cievky a indukčnosť cievky. [60 mJ; 0,12 H]
15. Pri rovnomernom zmenšení prúdu v cievke o 0,1 A za 1 s sa v nej indukuje elektromotorické napätie 0,86 V. Aká je energia magnetického poľa tejto cievky, ak ňou prechádza prúd 2 A? [17 mJ]

Cvičenie 4 (4. teoretické)

Vlastné kmitanie oscilátora

Príklad 1

Hmotný bod kmitá harmonicky a za 1 min vykoná 150 kmitov s amplitúdou výchylky 5 cm. Začiatočná fáza kmitania je 45°. Napíšte rovnicu harmonického kmitania a nakreslite jeho časový a fázorový diagram. Určte na osi času v časovom diagrame čas, o ktorý je sínusoida v diagrame posunutá.

Riešenie

$f = 150\ \text{min}^{-1},\ y_m = 0{,}05\ \text{m},\ \varphi = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}\ ;\ t_A = ?$

Hmotný bod kmitá s frekvenciou $f = \frac{150}{60}\,\mathrm{s}^{-1} = 2{,}5\,\mathrm{Hz}$ a jeho uhlová frekvencia

$$\omega = 2\pi f = 5\pi\ \mathrm{rad}\ .\ \mathrm{s}^{-1}$$

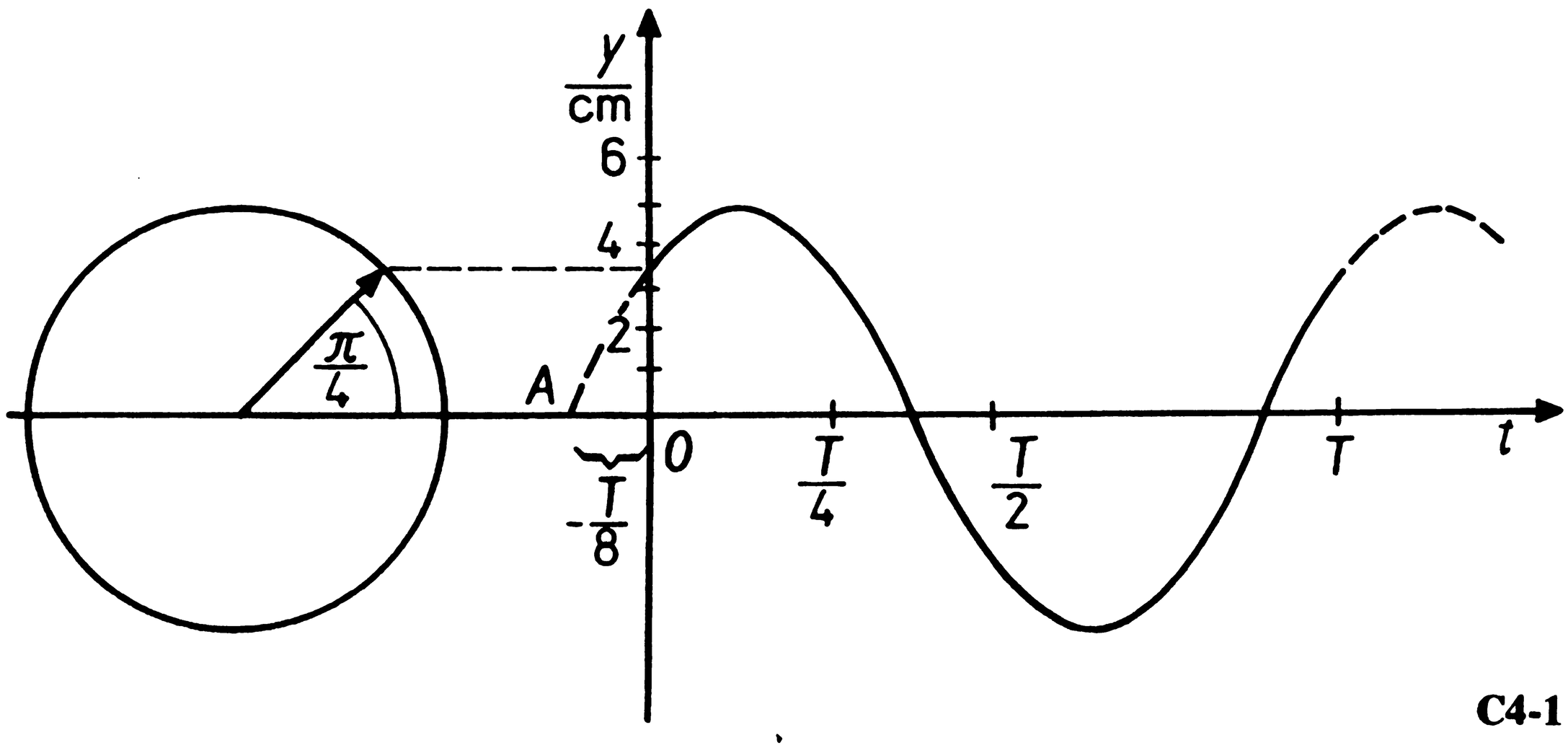
Po dosadení do rovnice harmonického kmitania

$$y = y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

dostaneme

$$y = 5 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ \mathrm{cm}$$

Časový a fázorový diagram tohto deja je na obr. C4-1. Pretože začiatočná



C4-1

fáza má kladnú hodnotu $\left(\varphi = \frac{\pi}{4}\,\mathrm{rad}\right)$, začína sa sínusoida časového diagramu pred začiatočným okamihom (bod A na osi času). V čase t_A je $y = 0$ m, čiže $\sin(\omega t_A + \varphi) = 0$ rad a tiež $(\omega t_A + \varphi) = 0$. Môžeme teda pre uvažovaný prípad písať

$$\frac{2\pi}{T} t_A + \frac{\pi}{4} = 0$$

odkiaľ

$$t_A = -\frac{T}{8} = -0{,}05 \text{ s}$$

Sínusoida časového diagramu je na osi času posunutá o čas −0,05 s.

Príklad 2

Superpozíciou harmonických kmitaní opísaných rovnicami

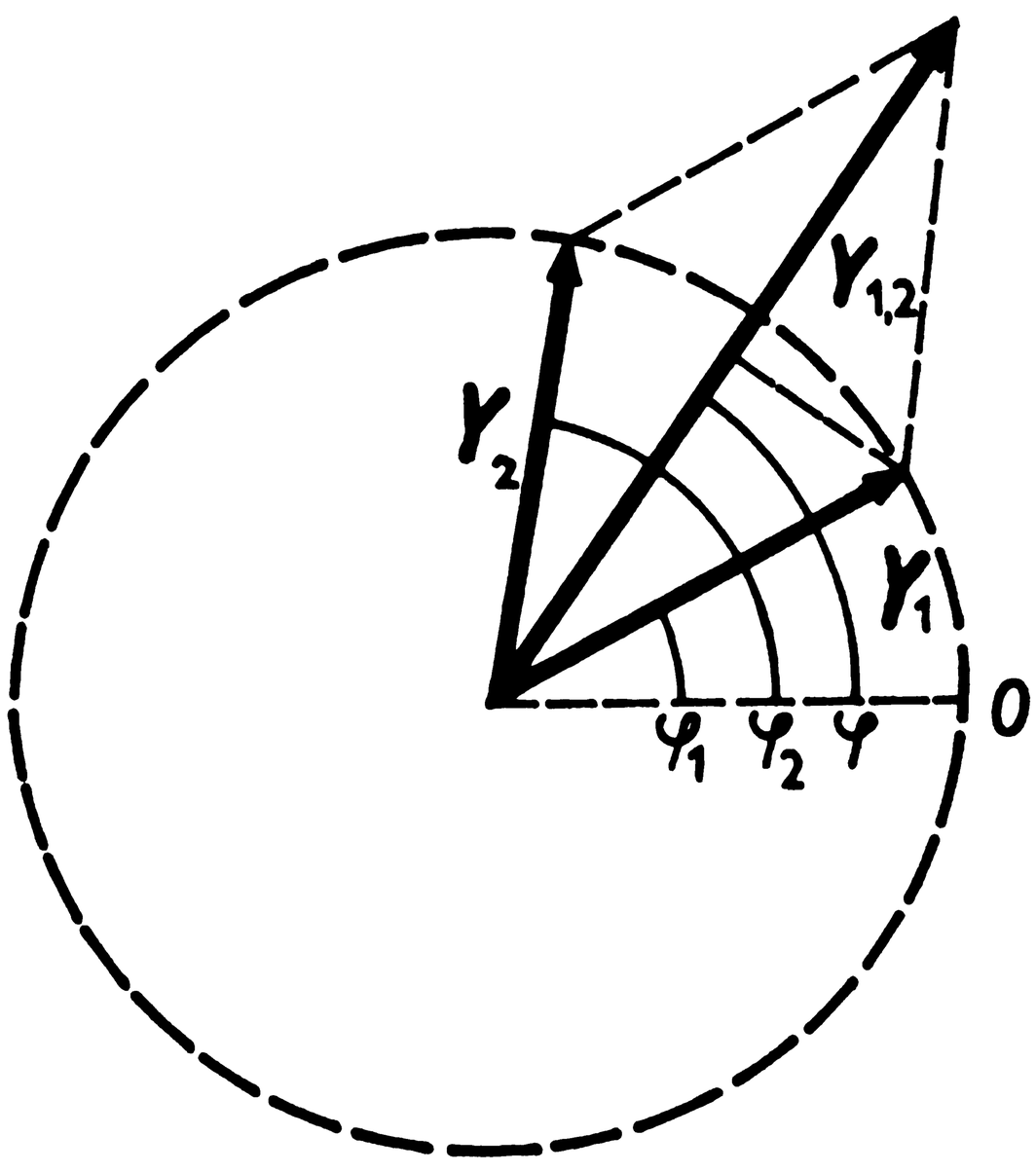
$$y_1 = y_m \sin(\omega t + \varphi_1)$$
$$y_2 = y_m \sin(\omega t + \varphi_2)$$

vzniká zložené kmitanie. Pomocou fázorového diagramu napíšte rovnicu výsledného kmitania.

Riešenie

Pretože obidve zložky majú rovnakú frekvenciu, nájdeme fázor zloženého kmitania ako vektorový súčet fázorov zložiek (obr. C4-2). Z fázorového diagramu vychádza pre veľkosť amplitúdy $Y_{1,2}$ zloženého kmitania

$$Y_{1,2} = 2y_m \cos\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$$



C4-2

Začiatočná fáza

$$\varphi = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

Pretože obe zložky majú rovnakú frekvenciu ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), má zložené kmitanie rovnakú uhlovú frekvenciu ako zložky a platí rovnica

$$y = 2y_m \cos \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

Príklad 3

Mechanický oscilátor tvorí pružina, na ktorej je zavesená miska so závažím. Perióda oscilátora je 0,5 s. Pridaním ďalšieho závažia sa perióda oscilátora zväčší na 0,6 s. Určte, o koľko cm sa pridaním závažia pružina predĺžila.

Riešenie

$T_1 = 0{,}5$ s, $T_2 = 0{,}6$ s; $\Delta l = ?$

Pred pridaním závažia oscilátor kmital s periódou

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Po zväčšení závažia o hmotnosť Δm bude perióda oscilátora

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}$$

Pre druhé mocniny períód platia vzťahy

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}, \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{m + \Delta m}{k}$$

a pre ich rozdiel dostaneme

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta m}{k}$$

Tuhosť pružiny $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{\Delta m g}{\Delta l}$, kde F je sila, ktorá spôsobila predĺženie pružiny o Δl. Dosadením do predchádzajúceho vzťahu dostaneme

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{g}$$

a odtiaľ

$$\Delta l = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2)$$

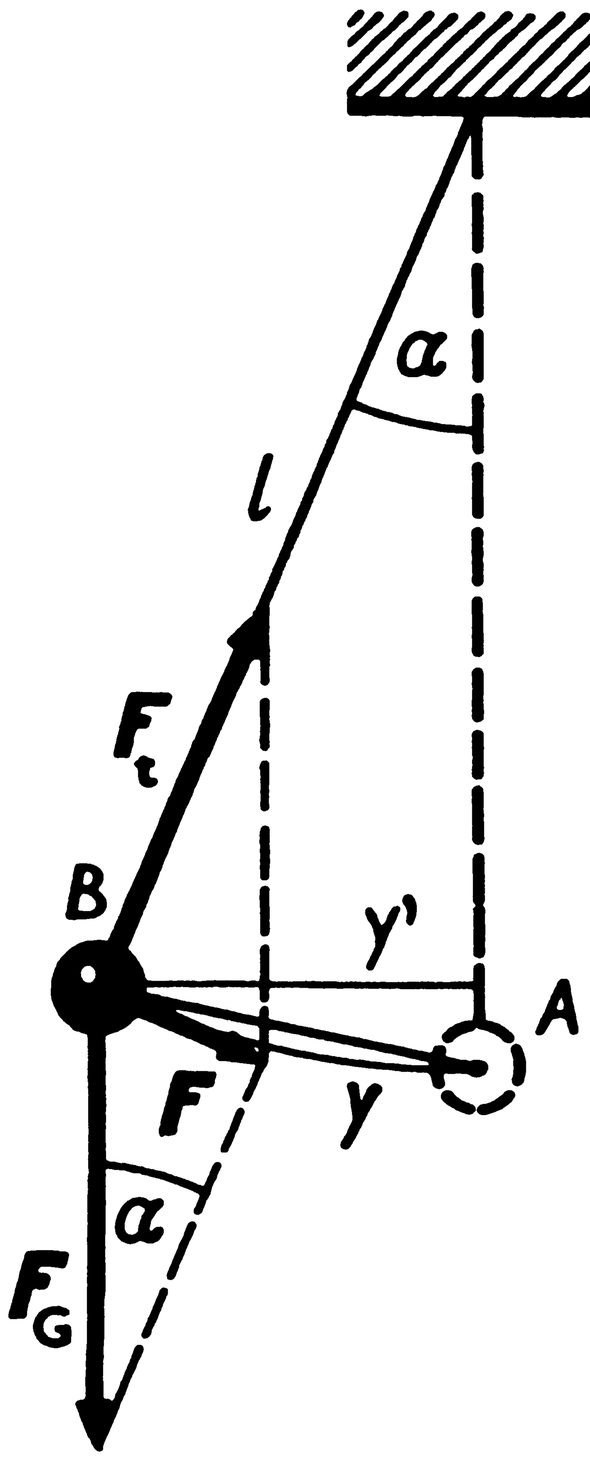
Po dosadení

$$\Delta l = \frac{9{,}8}{4 \,.\, 3{,}14^2}(0{,}6^2 - 0{,}5^2)\ \mathrm{m} = 2{,}7 \,.\, 10^{-2}\ \mathrm{m} = 2{,}7\ \mathrm{cm}$$

Pružina sa predĺžila o 2,7 cm.

Príklad 4

Kyvadlo na obr. C4-3 je z vlákna dĺžky 2 m, na ktorom je zavesená guľôčka. Kyvadlo vychýlime z rovnovážnej polohy A a necháme ho voľne



C4-3

kmitať. Za predpokladu, že kmitanie kyvadla je harmonické, určte periódu kmitania kyvadla.

Riešenie

$\underline{l = 2\ \text{m};\ T = ?}$

Kyvadlo môžeme považovať za harmonický oscilátor pri malej výchylke z rovnovážnej polohy ($\alpha < 5°$). Za tohto predpokladu pre kyvadlo musí platiť vzťah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

v ktorom m je hmotnosť guľôčky. Veličina k zodpovedá tuhosti oscilátora, ktorá je určená pomerom sily a zodpovedajúcej výchylky oscilátora $\left(k = \frac{F}{y}\right)$.

Pri pohybe pôsobí na guľôčku jednak tiažová sila $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$, jednak ťahová sila $\boldsymbol{F}_t$ vlákna. Harmonický pohyb spôsobuje sila $\boldsymbol{F}$, ktorá je výslednicou oboch síl. Z obr. C4-3 je zrejmé, že pri malom uhle α

$$\sin \alpha = \frac{F}{G} = \frac{y'}{l} \doteq \frac{y}{l}$$

takže

$$k = \frac{F}{y} = \frac{mg}{l}$$

Po dosadení do vzťahu pre periódu oscilátora dostaneme vzťah pre periódu kyvadla a určíme veľkosť periódy

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2 . 3{,}14 \sqrt{\frac{2}{9{,}8}}\ \text{s} = 2{,}8\ \text{s}$$

Kyvadlo kmitá s periódou 2,8 s.

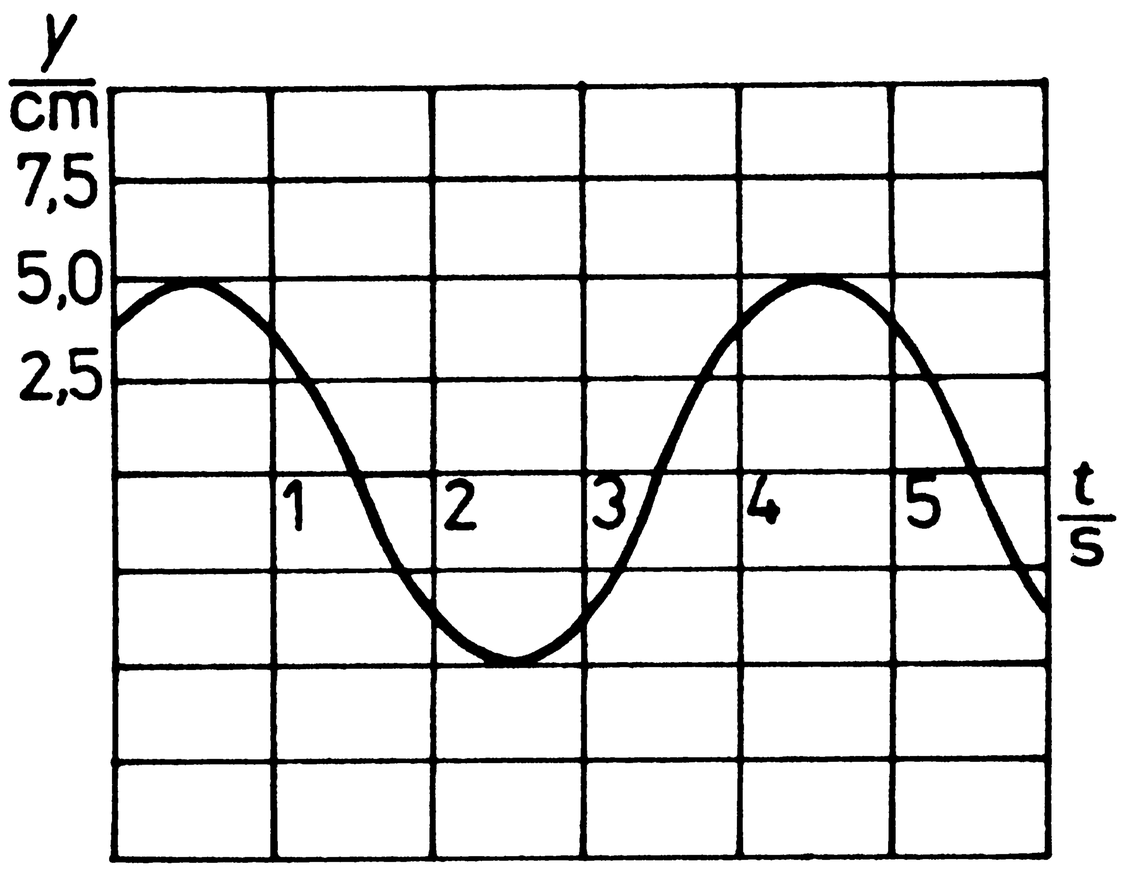
Vidíme, že perióda kyvadla nezávisí od hmotnosti guľôčky, ani od veľkosti výchylky kyvadla z rovnovážnej polohy. Perióda je určená len dĺžkou závesu. Tento výsledok si overíme v laboratórnom cvičení 6.

Úlohy

Prvé dve úlohy riešte samostatne v skupinách. Výsledky riešení porovnajte s výsledkami druhej skupiny.

Skupina A

1. Napíšte rovnicu harmonického kmitania hmotného bodu, ktorého časový diagram je na obr. C4-4. Nakreslite fázorový diagram kmitania.



C4-4

2. Harmonické kmitanie hmotného bodu opisuje rovnica

$$y = 0{,}1 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m}$$

Určte amplitúdu výchylky, periódu a začiatočnú fázu kmitania. Určte čas od začiatku kmitania, za ktorý okamžitá výchylka dosiahne hodnotu amplitúdy výchylky. [0,33 s]

Skupina B

1. Hmotný bod kmitá harmonicky s amplitúdou výchylky 10 cm, periódou 2 s a so začiatočnou fázou 60°. Nakreslite časový diagram kmitania a napíšte jeho rovnicu.
2. Harmonické kmitanie hmotného bodu opisuje rovnica

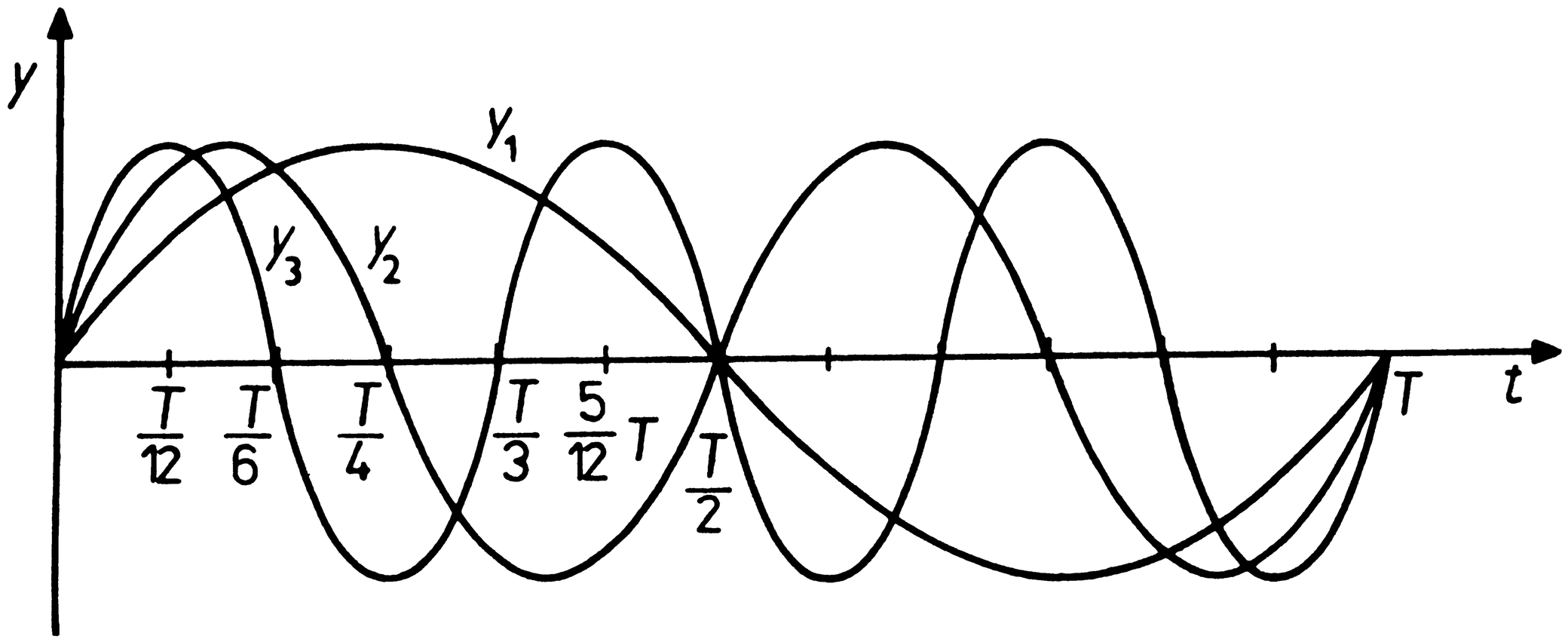
$$y = 0{,}05 \sin\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ m}$$

Určte amplitúdu výchylky, periódu a začiatočnú fázu kmitania. Určte okamžitú výchylku hmotného bodu pri $t_1 = 0$ s a $t_2 = 1{,}5$ s. [$y_1 = 35$ mm; $y_2 = 0$ mm]

3. Hmotný bod kmitá harmonicky podľa rovnice $y = 7 \sin 0{,}5\pi t$ mm. Za aký čas sa premiesti z rovnovážnej polohy do vzdialenosti rovnajúcej sa amplitúde výchylky? [1 s]
4. Za aký čas od začiatku pohybu dosiahne hmotný bod harmonicky kmitajúci vzdialenosť, ktorá sa rovná polovici amplitúdy výchylky? Perióda kmitania je 24 s a začiatočná fáza 0°. [2 s]
5. Zložením dvoch harmonických kmitaní s rovnakou frekvenciou a amplitúdou výchylky y_m vzniká výsledné kmitanie, ktorého amplitúda výchylky má tiež veľkosť y_m. Pomocou fázorového diagramu určte fázový rozdiel zložiek.
6. Na obr. C4-5 sú nakreslené časové diagramy harmonických kmitaní

$$y_1 = y_m \sin \omega t$$
$$y_2 = y_m \sin 2\omega t$$
$$y_3 = y_m \sin 3\omega t$$

Grafickým sčítaním zostrojte krivky výsledného kmitania $y_{12} = y_1 + y_2$; $y_{13} = y_1 + y_3$; $y_{23} = y_2 + y_3$; $y_{123} = y_1 + y_2 + y_3$



C4-5

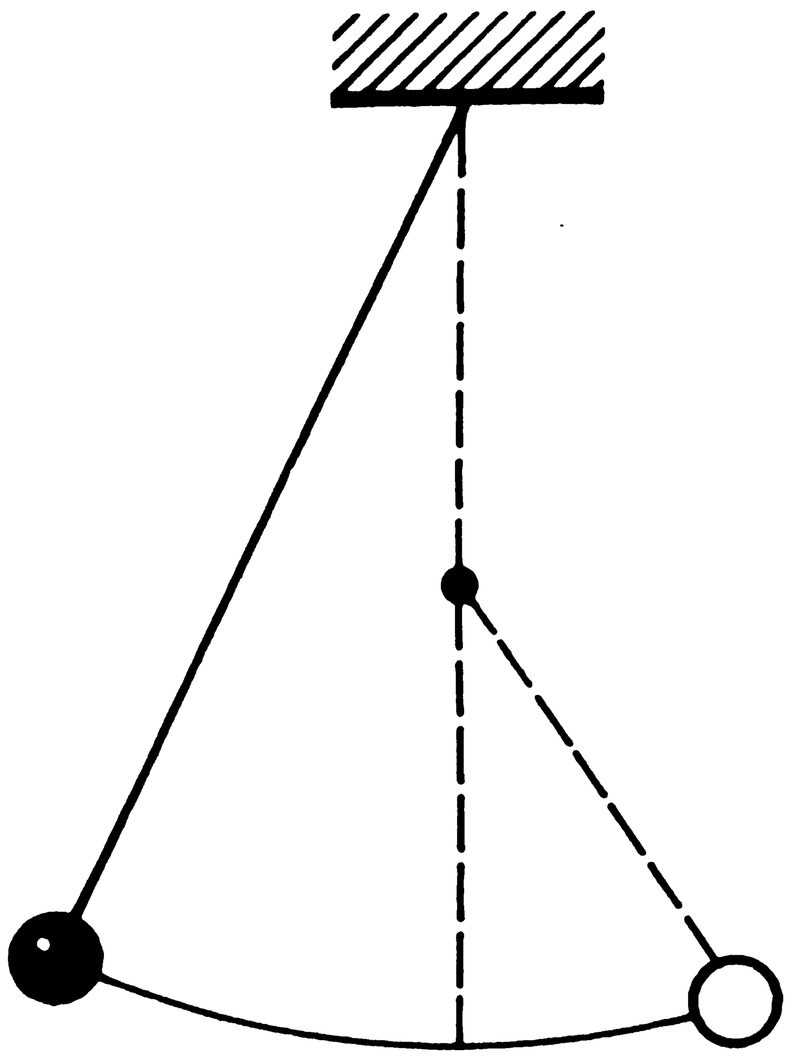
Poznámka

Časový diagram každej zložky preneste na samostatný list pauzovacieho papiera. Diagramy znázornite s príslušným fázovým posunutím na milimetrový papier a graficky sčítajte v dostatočnom počte časových okamihov okamžité výchylky zložiek. Získanými bodmi veďte krivku zloženého kmitania.

7. Teleso kmitá harmonicky s amplitúdou výchylky 2 cm. Jeho celková energia je $3 \cdot 10^{-7}$ J. Určte okamžitú výchylku, pri ktorej na teleso pôsobí sila $F = 2{,}25 \cdot 10^{-5}$ N. [1,5 cm]
8. Mechanický oscilátor s periódou vlastného kmitania 2 s je vychýlený z rovnovážnej polohy v zápornom smere osi y silou $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ N. Pritom sa vykoná práca $3 \cdot 10^{-5}$ J.Napíšte rovnicu harmonického kmitania oscilátora. Čas meriame od okamihu vychýlenia oscilátora. $\left[y = 0{,}04 \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{m}\right]$
9. Teleso zavesené na lane žeriava je spustené až k päte žeriava, kde kmitá s periódou 10 s. Hmotnosť lana považujeme v porovnaní s hmotnosťou telesa za zanedbateľnú. Určte výšku žeriava. [25 m]
10. Dve kyvadlá začali súčasne kývať. V okamihu, keď prvé kyvadlo vykonalo 15 kmitov, druhé vykonalo 10 kmitov. V akom pomere sú dĺžky kyvadiel? [4 : 9]

*11. V kabíne výťahu visí kyvadlo, ktorého perióda $T_1 = 1$ s. Keď sa kabína pohybuje so stálym zrýchlením, kyvadlo kmitá s periódou $T_2 = 1{,}2$ s. Určte veľkosť zrýchlenia výťahu a smer jeho pohybu. [3 m . s^{-2}, nadol]

12. Kyvadlo dĺžky l kmitá v blízkosti zvislej steny. Zvisle pod bodom závesu kyvadla vo vzdialenosti $l_1 = \frac{l}{2}$ je v stene klinec (obr. C4-6). Určte všeobecne periódu T kmitania kyvadla. $\left[\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \pi \sqrt{\frac{l}{g}}\right]$



C4-6

Cvičenie 5 (1. laboratórne)

Určenie zotrvačnej hmotnosti telesa mechanickým oscilátorom

Úvod

Hmotnosť telesa určujeme najčastejšie vážením, t. j. porovnávaním tiaže telesa s tiažou závažia. Využívame teda statické účinky sily. Zákonitosti kmitavého pohybu umožňujú zistiť hmotnosť telesa na základe dynamických účinkov sily sledovaním pohybu telesa.

Keď teleso s hmotnosťou m zavesíme na pružinu s tuhosťou $k = \frac{F}{\Delta l}$ (Δl je predĺženie pružiny pôsobením sily F), vznikne mechanický oscilátor s periódou vlastného kmitania

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Naopak meraním periódy môžeme určiť hmotnosť telesa

$$m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} \qquad (1)$$

Úloha

Určte zotrvačnú hmotnosť telesa meraním periódy mechanického oscilátora. Tuhosť pružiny určte experimentálne.

Pomôcky

Pružina, sada závaží s háčikom, dĺžkové meradlo, statív s držiakom pružiny a meradla, teleso s neznámou hmotnosťou, stopky.

Postup

Pružinu upevnite na držiak statívu a pozdĺž pružiny upevnite dĺžkové meradlo. Na pružinu zaveste prvé závažie (napr. s hmotnosťou 100 g), a pomocou meradla určte začiatočnú polohu závažia.

Na pružinu vešajte postupne ďalšie závažia a pre každý prípad určte opäť polohu prvého závažia l_1. Výsledky zapisujte do tabuľky a určte predĺženie pružiny $\Delta l = l - l_1$. Vypočítajte veľkosť tiaže G závažia, ktorá spôsobila predĺženie pružiny Δl ($G = mg = m\ 9{,}81$ N), a určte tuhosť pružiny. Na výpočet zotrvačnej hmotnosti podľa vzťahu (1) použite priemernú tuhosť pružiny $\bar{k}$.

Tabuľka 1

Číslo merania	$\frac{m}{\text{kg}}$	$\frac{l}{10^{-3}\,\text{m}}$	$\frac{\Delta l}{10^{-3}\,\text{m}}$	$\frac{G}{\text{N}}$	$k=\frac{G}{\frac{\Delta l}{\text{N}\,.\,\text{m}^{-1}}}$	$\frac{\Delta k^*}{\text{N}\,.\,\text{m}^{-1}}$

Na pružinu zaveste teleso s neznámou hmotnosťou a miernym potiahnutím pružinu rozkmitajte. Stopkami zmerajte čas, za ktorý teleso vykoná 20 kmitov. Meranie opakujte desaťkrát. Určte priemernú periódu kmitavého pohybu $\bar{T}$. Priemerné hodnoty tuhosti a periódy použite na výpočet hmotnosti telesa podľa vzťahu (1). Určte relatívnu odchýlku merania hmotnosti pomocou vzťahu

$$\delta_m = 2\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta k}{k}$$

kde ΔT a Δk sú pomerné odchýlky periódy a tuhosti. Výsledok merania zapíšte v tvare $m + \Delta m$, kde $\Delta m = m\sigma_m$.

Tabuľka 2

Číslo merania	$\frac{20T}{\text{s}}$	$\frac{\bar{T}}{\text{s}}$	$\frac{\Delta T^*}{s}$

Otázky

1. Závisí perióda kmitania od amplitúdy výchylky? Overte.
2. Bolo by možné použiť mechanický oscilátor na meranie zotrvačnej hmotnosti v beztiažovom stave? Navrhnite, ako by bolo treba oscilátor upraviť.

Cvičenie 6 (2. laboratórne)

Overenie vzťahu pre periódu kyvadla

Úvod

Pre periódu T kyvadla s dĺžkou l platí vzťah (pozri cvičenie 4, príklad 4)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\bar{l}}{g}} \qquad (1)$$

---

* Veličiny Δk a ΔT sú odchýlky jednotlivých meraní, tzv. rozdiely priemernej a nameranej hodnoty.

Musí byť však splnená podmienka, že amplitúda výchylky je malá. Pri kyvadle, ktoré tvorí guľôčka zavesená na niti, platí tento vzťah vtedy, keď je hmotnosť nite zanedbateľná v porovnaní s hmotnosťou guľôčky. Zo vzťahu je zrejmé, že perióda kyvadla nezávisí od hmotnosti guľôčky.

Úloha

Odmerajte periódu kyvadla s rôznou dĺžkou a overte vzťah (1). Overte, že perióda kyvadla nezávisí od hmotnosti guľôčky.

Pomôcky

Dve guľôčky s rozličnou hmotnosťou, vlákno, stojan s držiakom, dĺžkové meradlo, stopky.

Postup

Zhotovte kyvadlo z guľôčky s priemerom asi 10 mm a z pevného vlákna. Kyvadlo upevnite na držiak stojana tak, aby ste pri meraní mohli dobre určiť bod závesu. Dĺžku kyvadla zmerajte dĺžkovým meradlom od bodu závesu po stred guľôčky.

Periódu kyvadla určte ako aritmetický priemer z meraní desiatich periód ($t = 10T$), ktoré desaťkrát opakujte. Navrhnite tabuľku a zapisujte do nej namerané hodnoty. Meranie opakujte pre dve rôzne dĺžky kyvadla (60 cm až 160 cm) a porovnajte s periódou vypočítanou podľa vzťahu (1).

Meranie opakujte s guľôčkou inej hmotnosti.

Poznámka

Kmitanie kyvadla začíname merať od okamihu, keď guľôčka kyvadla prechádza rovnovážnou polohou. Od tohto okamihu meriame 10 prechodov rovnovážnou polohou vždy z jednej strany (napr. zľava). Aby sme mohli lepšie určiť prechod guľôčky rovnovážnou polohou, umiestime za kyvadlo list papiera a rovnovážnu polohu na ňom vyznačíme zvislou čiarou.

Otázky

1. Pomocou kyvadla možno určiť tiažové zrýchlenie. Odvoďte zo vzťahu (1) príslušný vzťah a navrhnite postup merania.
2. Prečo nemeriame periódu od okamihu, keď sa kyvadlo zastavuje v krajnej polohe, a prečo ju meriame od okamihu, keď má guľôčka v rovnovážnej polohe najväčšiu rýchlosť?
3. Prečo je výhodné použiť na meranie kyvadlo s dlhším závesom?

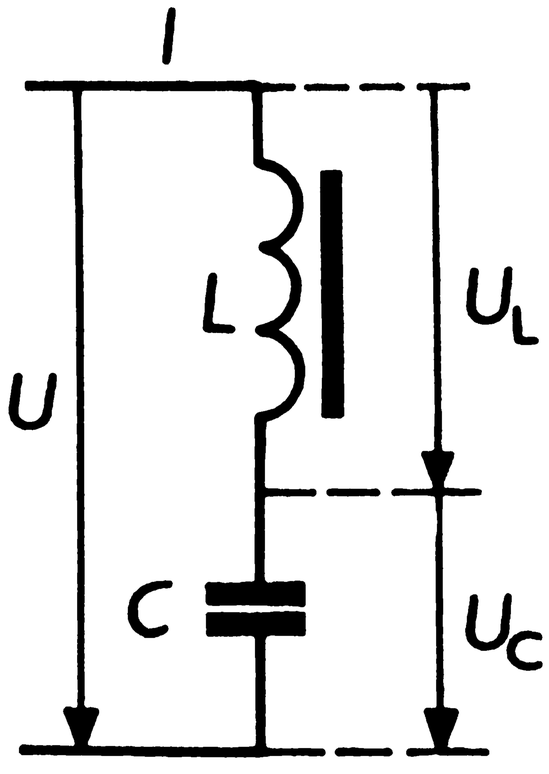
Cvičenie 7 (3. laboratórne)

Určenie rezonančnej krivky oscilačného obvodu

Úvod

Oscilačný obvod utvoríme sériovým alebo paralelným spojením kondenzátora s kapacitou C a cievky s indukčnosťou L. Pri sériovom spojení (obr. C7-1) prechádza kondenzátorom i cievkou prúd I; na kondenzátore vzniká napätie $U_C = X_C I$ a na cievke $U_L = X_L I$. Keďže napätie U_C je vzhľadom na prúd I fázovo posunuté o uhol $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rad, kým napätie U_L je fázovo posunuté o uhol $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ rad, je celkové napätie U na sériovom oscilačnom obvode (za predpokladu, že odpor obvodu zanedbáme)

$$U = U_L - U_C = I(X_L - X_C) = I\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



C7-1

a reaktancia obvodu

$$X = (X_L - X_C) = \frac{U}{I}$$

Reaktancia má najmenšiu hodnotu pri rezonancii, keď $X_L = X_C$, čiže keď $\omega_o L = \frac{1}{\omega_o C}$. Pre rezonančnú uhlovú frekvenciu ω_o platí

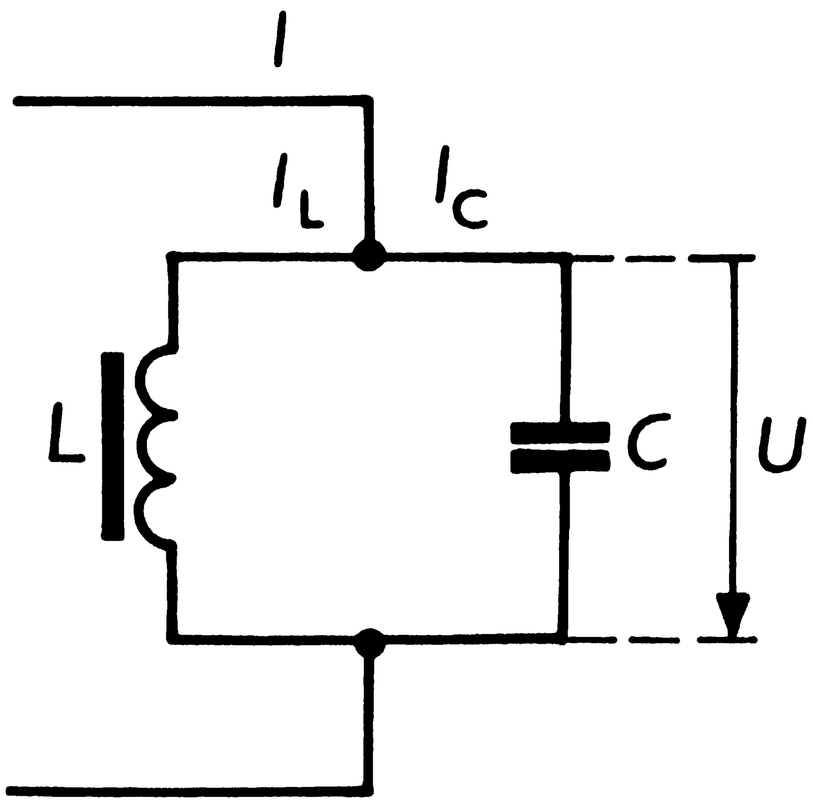
$$\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$$

alebo

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Podobne môžeme uvažovať o oscilačnom obvode s paralelne spojenými prvkami (obr. C7-2). Na kondenzátore aj cievke je rovnaké napätie a pre prúdy v obidvoch vetvách obvodu platí

$$I = I_C - I_L = U\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) = U\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$



C7-2

To znamená, že pri rezonančnej frekvencii prechádza obvodom najmenší prúd a reaktancia obvodu

$$X = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C - \frac{1}{\omega L}}$$

má najväčšiu hodnotu.

Grafickým vyjadrením závislosti reaktancie od frekvencie núteného kmitania oscilačného obvodu je rezonančná krivka. Jej meraním si overíme poznatky o reaktancii oscilačného obvodu. Pri meraní použijeme reálny obvod, ktorý má okrem indukčnosti a kapacity aj odpor. Vplyvom odporu je pri rezonancii prúd v obvode menší (sériový obvod), prípadne väčší (paralelný obvod), ako zodpovedá reaktancii obvodu. Preto podiel nameraných hodnôt napätia a prúdu určuje impedanciu Z obvodu $\left(Z = \frac{U}{I}\right)$.

Úloha 1

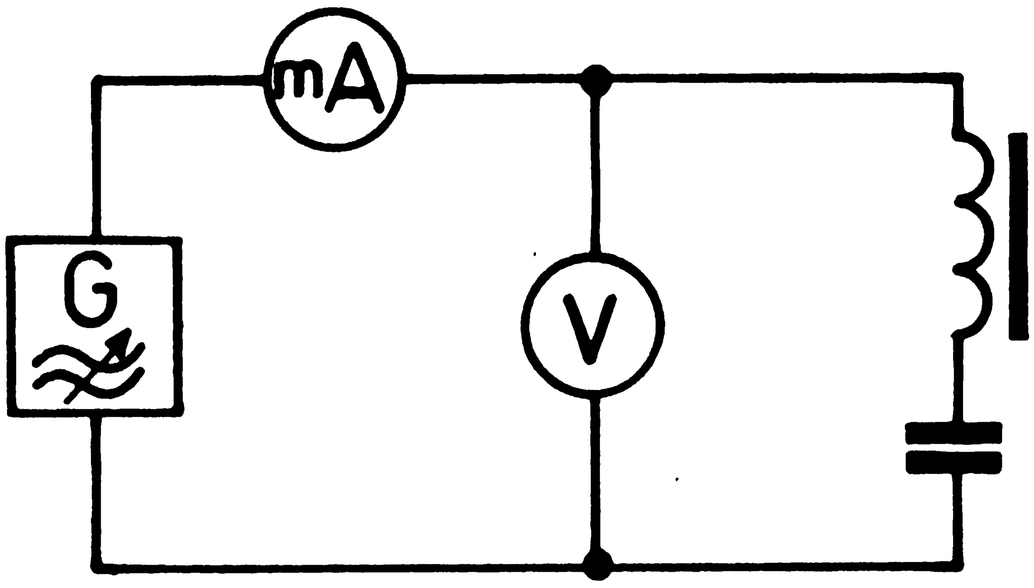
Odmerajte rezonančnú krivku sériového oscilačného obvodu.

Pomôcky

Zdroj striedavého napätia s meniteľnou frekvenciou (nízkofrekvenčný generátor), voltmeter, miliampérmeter, cievka s jadrom (napr. cievka so 600 závitmi z rozkladného transformátora na otvorenom jadre), kondenzátor s kapacitou 1 μF, vodiče.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C7-3. Merajte napätie a prúd pri rôznych frekvenciách v rozsahu 100 Hz až 1 kHz. Pri meraní určíme najprv rezonančnú frekvenciu f_{rez} (prúd v obvode je maximálny). Meranie robíme v intervale 0,5 f_{rez} až 2 f_{rez}, v okolí rezonancie podrobne, na krajoch intervalu len niekoľko meraní. Namerané hodnoty zapisujte do tabuľky a pre každú hodnotu frekvencie vypočítajte impedanciu obvodu. Zostrojte rezonančnú krivku tak, že na os x naneste hodnoty frekvencie a na os y hodnoty impedancie obvodu.



C7-3

Tabuľka 1

Číslo merania	$\frac{f}{\text{kHz}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{I}{\text{mA}}$	$\frac{Z}{\Omega}$

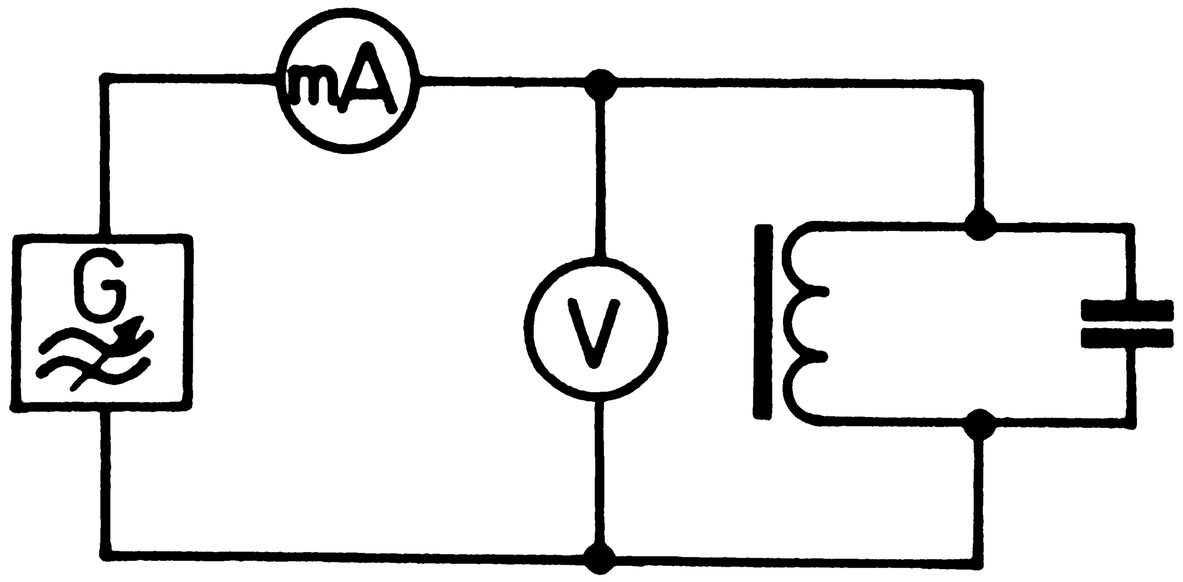
Úloha 2

Odmerajte rezonančnú krivku paralelného rezonančného obvodu.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C7-4. Skusmo nastavte zdroj striedavého napätia na rezonančnú frekvenciu a hodnotu napätia upravte tak, aby výchylka rúčky voltmetra bola najväčšia. Po tomto základnom nasta-

vení vykonajte meranie podobným spôsobom ako pri úlohe 1. Zostrojte rezonančnú krivku a porovnajte ju s rezonančnou krivkou z úlohy 1. Tabuľku 2 upravte rovnako ako tabuľku 1.



C7-4

Otázky

1. Keď poznáme kapacitu kondenzátora v oscilačnom obvode, môžeme meraním rezonančnej frekvencie určiť indukčnosť cievky. Odvoďte príslušný vzťah a vypočítajte z nameraných hodnôt a známej kapacity kondenzátora indukčnosť použitej cievky.
2. Ako sa zmení rezonančná frekvencia, ak uzavrieme jadro cievky, príp. zmeníme kapacitu paralelným pripojením ďalšieho kondenzátora? Zmenu odôvodnite a overte experimentálne.
3. Aký vplyv bude mať na priebeh rezonančnej krivky rezistor spojený sériovo s cievkou? Odpoveď experimentálne overte použitím rezistora s odporom asi 10 Ω.

Cvičenie 8 (5. teoretické)

Obvody striedavého prúdu

Príklad 1

Každá skutočná cievka má okrem indukčnosti L aj určitý odpor R. To spôsobuje, že fázové posunutie striedavého napätia a prúdu v obvode s cievkou nie je $\frac{\pi}{2}$ rad, ale je vždy menšie. Určte odpor cievky

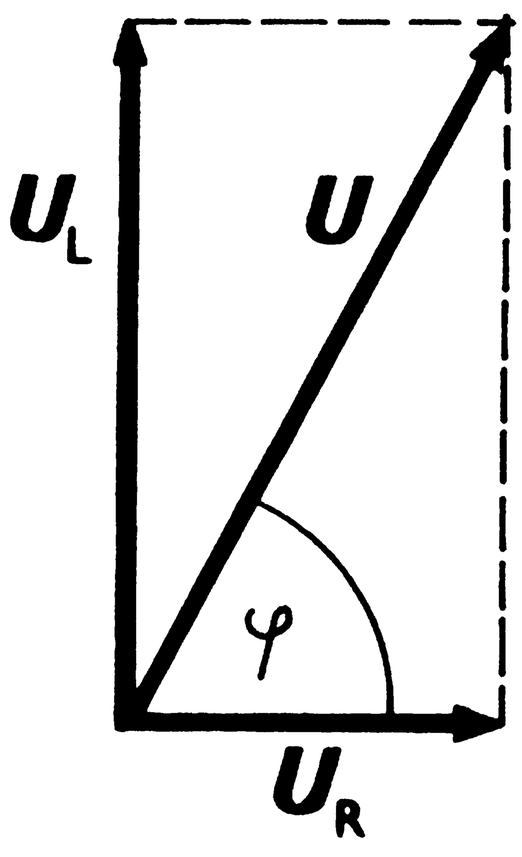
s indukčnosťou 0,6 H, ak fázový posun napätia a prúdu v cievke je $\frac{2}{5}\pi$ rad. Frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz.

Riešenie

$L = 0{,}6$ H, $\varphi = \frac{2}{5}$ rad, $f = 50$ Hz; $R = ?$

Skutočnú cievku môžeme považovať za obvod s RL v sérii, ktorého fázorový diagram je na obr. C8-1. Z neho vyplýva, že

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$



C8-1

Odtiaľ dostaneme vzťah

$$R = \frac{2\pi f L}{\operatorname{tg}\varphi}$$

a po dosadení $\left(\operatorname{tg}\frac{2}{5}\pi = \operatorname{tg} 72° = 3{,}078\right)$

$$R = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 0{,}6}{3{,}078}\,\Omega = 61\,\Omega$$

Cievka má odpor 61 Ω.

Príklad 2

Cievkou prechádza striedavý prúd s amplitúdou napätia 9 V a s amplitúdou prúdu 5,7 mA. Frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz. Akú kapacitu musí mať kondenzátor, ktorý sériovo spojíme s cievkou, aby nastala rezonancia? O odpore cievky neuvažujeme.

Riešenie

$U_m = 9$ V, $I_m = 5{,}7$ mA, $f = 50$ Hz; $C = ?$

Aby nastala rezonancia obvodu s LC v sérii, musí byť splnená podmienka

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \qquad (1)$$

Indukčnosť cievky určíme zo vzťahu

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L$$

čiže

$$L = \frac{U_m}{I_m \omega}$$

Dosadíme do rovnice (1) a po úprave dostaneme

$$C = \frac{I_m}{U_m \omega} = \frac{5{,}7 \,.\, 10^{-3}}{9 \,.\, 3{,}14}\ \mathrm{F} = 2 \,.\, 10^{-6}\ \mathrm{F} = 2\ \mu\mathrm{F}$$

Kondenzátor musí mať kapacitu 2 μF.

Príklad 3

V oscilačnom obvode s cievkou a kondenzátorom s kapacitou 1 μF nastala rezonancia pri frekvencii 400 Hz. S kondenzátorom bol paralelne spojený ďalší kondenzátor. Určte jeho kapacitu C_2, ak sa rezonančná frekvencia znížila na polovicu pôvodnej hodnoty.

Riešenie

$C_1 = 1\ \mu\text{F}, f_1 = 400\ \text{Hz}, f_2 = 200\ \text{Hz};\ C_2 = ?$

Pre rezonančnú frekvenciu f_1 oscilačného obvodu platí vzťah

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}$$

Pripojením kondenzátora s kapacitou C_2 sa rezonančná frekvencia zmení na

$$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$

Utvoríme pomer druhých mocnín rezonančných frekvencií

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$$

a úpravou dostaneme

$$C_2 = C_1\left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - 1\right) = 10^{-6}\left(\frac{400^2}{200^2} - 1\right)\text{F} = 3\ .\ 10^{-6}\ \text{F} = 3\ \mu\text{F}$$

Pripojený kondenzátor má kapacitu 3 μF.

Úlohy

Prvé tri úlohy riešte samostatne v skupinách a výsledky riešení porovnajte s výsledkami druhej skupiny.

Skupina A

1. Určte induktanciu cievky s indukčnosťou 500 mH v obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. [157 Ω]
2. Akú kapacitu musí mať kondenzátor, aby pri jeho sériovom spojení s cievkou v obvode z predchádzajúcej úlohy nastala rezonancia. [20 μF]
3. Nakreslite fázorový diagram obvodu s *RLC* v sérii, ak $X_L = 0{,}5X_C = R = 1\ \Omega$ a obvodom prechádza prúd 1 A. Určte impedanciu a fázové posunutie napätia a prúdu v obvode. $\left[1{,}4\ \Omega;\ -\frac{\pi}{4}\ \text{rad}\right]$

Skupina B

1. Určte kapacitanciu kondenzátora s kapacitou 20 μF v obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. [160 Ω]
2. Akú indukčnosť musí mať cievka, aby pri jej sériovom spojení s kondenzátorom v obvode z predchádzajúcej úlohy nastala rezonancia? [0,5 H]
3. Nakreslite fázorový diagram obvodu s *RLC* v sérii, ak $X_C = 0{,}5X_L = R = 1\ \Omega$ a obvodom prechádza prúd 1 A. Určte impedanciu a fázové posunutie napätia a prúdu v obvode. $\left[1{,}4\ \Omega;\ \frac{\pi}{4}\ \text{rad}\right]$
4. Cievkou v obvode jednosmerného prúdu prechádza pri napätí 4 V prúd 0,5 A. V obvode striedavého prúdu s amplitúdou napätia 9 V prechádza cievkou prúd s amplitúdou 180 mA. Frekvencia striedavého napätia je 50 Hz. Určte indukčnosť cievky. [0,16 H]
5. Cievka má odpor 15 Ω a indukčnosť 63 mH. Určte impedanciu cievky v obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz. [25 Ω]
6. Tlmivka s indukčnosťou 2 H a s odporom vinutia 20 Ω je pripojená najskôr k zdroju jednosmerného napätia 20 V a potom k zdroju striedavého napätia s rovnakou hodnotou efektívneho napätia a frekvenciou 50 H. Určte prúd v obvode v obidvoch prípadoch. [1 A; 32 mA]
7. Kondenzátor je zaradený do obvodu striedavého prúdu s efektívnym napätím 220 V a frekvenciou 50 Hz. Obvodom prechádza prúd 2,5 A. Určte kapacitu kondenzátora. [36 μF]
8. Kondenzátor s kapacitou 2 μF je sériovo spojený s cievkou s indukčnosťou 40 mH (o odpore cievky neuvažujeme). Obvod je pripojený k zdroju striedavého napätia s meniteľnou frekvenciou. Určte, v akom pomere sú napätia na obidvoch prvkoch pri frekvenciách 200 Hz a 800 Hz. V ktorom prípade má obvod vlastnosti induktancie a v ktorom kapacitancie? Vysvetlite pomocou fázorového diagramu. [8 : 1; 1 : 2]
9. Do obvodu striedavého prúdu s efektívnym napätím 200 V a frekvenciou 50 Hz je pripojený obvod, ktorý tvorí sériovo spojený kondenzátor s kapacitou 16 μF a rezistor s odporom 150 Ω. Určte impedanciu obvodu, prúd v obvode a napätie na kondenzátore a rezistore. [250 Ω; 0,8 A; 160 V; 120 V]

*10. Pomocou fázorového diagramu odvoďte vzťah pre impedanciu obvodu RC s prvkami spojenými paralelne. Určte impedanciu obvodu RC s prvkami spojenými paralelne, ak kondenzátor má kapacitu 1 μF a rezistor má odpor 3 kΩ. Frekvencia striedavého prúdu je 50 Hz. [2,2 kΩ]

Poznámka
Pri zostavovaní fázorového diagramu vychádzajte z poznatku, že na oboch prvkoch je rovnaké napätie, ale prúdy sú fázovo posunuté.

11. Oscilačný obvod tvorí cievka s indukčnosťou 0,1 mH a kondenzátor s meniteľnou kapacitou od 100 pF do 500 pF. Určte rozsah vlastných frekvencií oscilátora. [1,6 MHz až 0,7 MHz]
12. K zdroju striedavého napätia s frekvenciou 1 kHz je pripojený kondenzátor s kapacitou 0,1 μF spojený sériovo s cievkou s indukčnosťou 0,5 H. Určte reaktanciu obvodu. Pri akej frekvencii bude reaktancia nulová? [1,6 kΩ; 712 Hz]
13. Do obvodu striedavého prúdu s frekvenciou 400 Hz je zaradená cievka s indukčnosťou 0,1 H. Aká musí byť kapacita kondenzátora pripojeného do obvodu, aby nastala rezonancia? [1,6 μF]
14. V obvode striedavého prúdu s frekvenciou 50 Hz je sériovo spojená žiarovka, kondenzátor s kapacitou 20 μF a cievka, ktorá má bez jadra indukčnosť 0,1 H a s jadrom 1 H. Ako sa bude meniť svietivosť vlákna žiarovky pri zasúvaní jadra? Pri ktorej indukčnosti bude najväčšia? [0,5 H]
15. Obvod s RLC v sérii tvorí rezistor s odporom 200 Ω, cievka s indukčnosťou 0,5 H a kondenzátor s kapacitou 4 μF. Obvodom prechádza striedavý prúd 0,5 A s frekvenciou 100 Hz. Nakreslite fázorový diagram obvodu, určte celkové napätie v obvode a fázový posun napätia a prúdu v obvode. [108 V; −23°]

Cvičenie 9 (4. laboratórne)

Určenie indukčnosti cievky a kapacity kondenzátora striedavým prúdom

Úvod
Keď obvodom s cievkou indukčnosti L prechádza jednosmerný prúd,

indukčnosť cievky sa prejaví len pri zapnutí a vypnutí prúdu v obvode. Ustálené hodnoty napätia a prúdu zodpovedajú rezistancii R cievky

$$R = \frac{U}{I}$$

Keď obvodom prechádza striedavý prúd, prejaví sa okrem rezistancie aj induktancia X_L cievky a cievka má impedanciu

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Odtiaľ po úprave dostaneme vzťah pre indukčnosť cievky

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2}$$

V obvode striedavého prúdu má vlastnosť impedancie i kondenzátor s kapacitou C, pričom platí

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

V praxi je však rezistancia obvodu s kondenzátorom vzhľadom na jeho kapacitanciu zanedbateľná ($R \ll X_C$) a pre kapacitu kondenzátora dostaneme vzťah

$$C = \frac{1}{\omega Z}$$

Pri meraní indukčnosti a kapacity striedavým prúdom zisťujeme napätie a prúd v obvode. Impedanciu určujeme podľa Ohmovho zákona

$$Z = \frac{U}{I}$$

Úloha 1

Odmerajte indukčnosť cievky.

Pomôcky

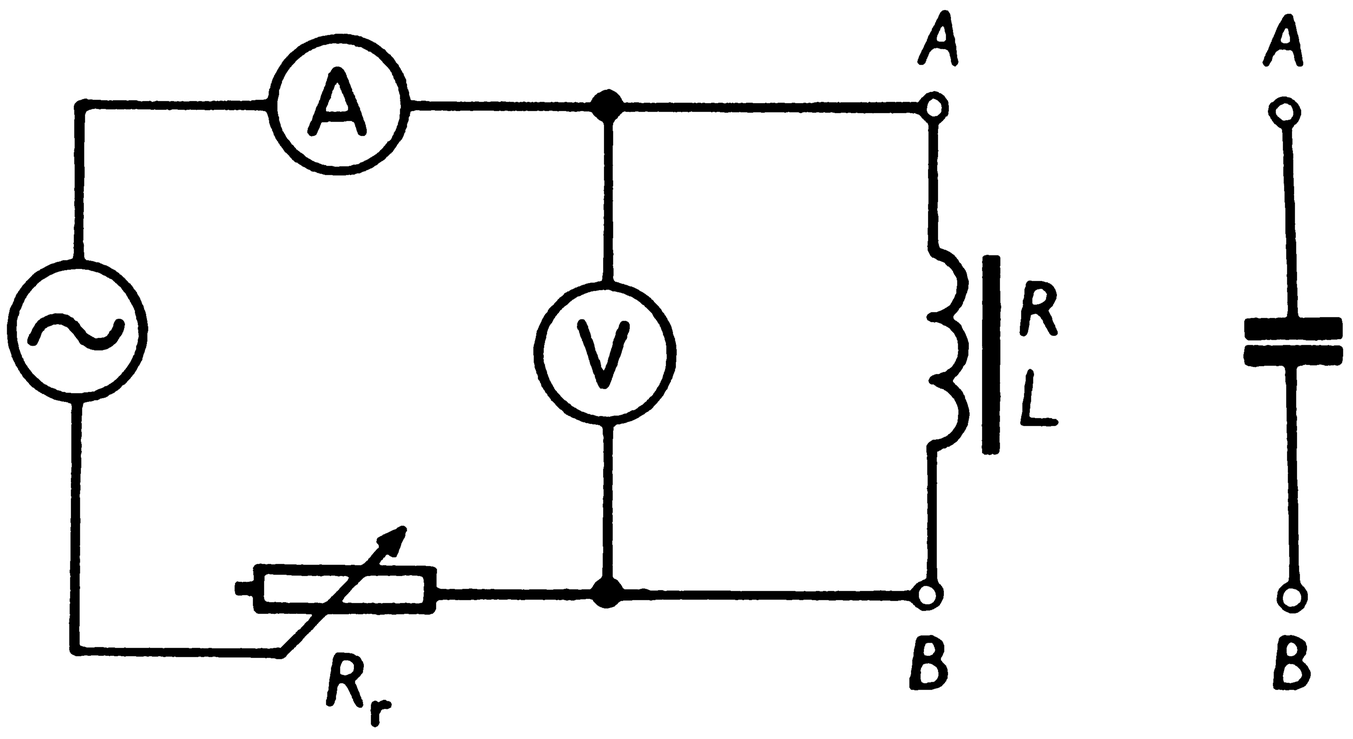
Cievka s jadrom, kondenzátor (4 μF až 10 μF), ampérmeter, voltmeter, reostat (200 Ω), zdroj malého striedavého napätia, ohmmeter (alebo zdroj jednosmerného napätia), vodiče.

Postup

Ohmmetrom odmerajte odpor R_L cievky. Ak nie je k dispozícii ohmmeter, pripojte obvod znázornený na obr. C9-1a na zdroj jednosmerného napätia. Z nameraných hodnôt U a I vypočítajte odpor. Obvod zapojte na malé striedavé napätie (max. 24 V) a reostatom R nastavte tri rozličné hodnoty prúdu. Odmerajte príslušné napätia a zapíšte ich do tabuľky. Indukčnosť cievky vypočítajte podľa vzťahu

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}$$

kde $f = 50$ Hz je frekvencia striedavého prúdu v elektrickej sieti.



C9-1

Merajte cievku jednak s uzavretým jadrom, jednak s jadrom so vzduchovou medzerou.

Tabuľka 1

Číslo merania	$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{Z}{\Omega}$	$\frac{L}{\text{H}}$

Úloha 2

Odmerajte kapacitu kondenzátora.

Postup

Kondenzátor pripojte k zdroju malého striedavého napätia (obr

C9-1b) a merajte napätie a prúd podobne ako v úlohe 1. Namerané hodnoty zapíšte do tabuľky a vypočítajte kapacitu kondenzátora podľa vzťahu

$$C = \frac{I}{2\pi f U}$$

Poznámka

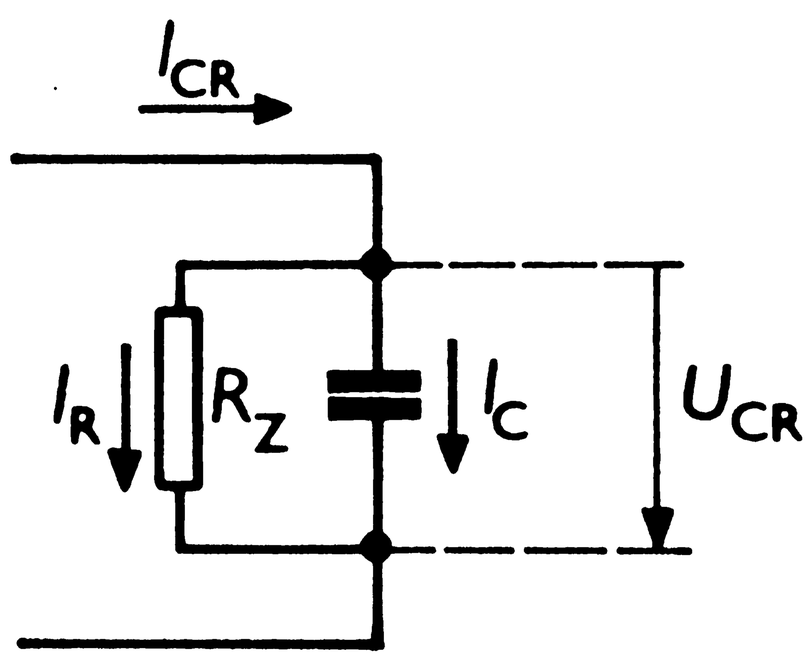
Po ukončení merania treba rozpojiť najprv obvod, až potom vypnúť zdroj striedavého napätia. Ampérmeter sa tak chráni pred prúdovým nárazom.

Tabuľka 2

Číslo merania	$\frac{I}{\text{A}}$	$\frac{U}{\text{V}}$	$\frac{Z}{\Omega}$	$\frac{C}{\mu\text{F}}$

Otázky

1. Porovnajte indukčnosť cievky s uzavretým a čiastočne otvoreným jadrom. Odôvodnite rozdiel.
2. Prúd v obvode môžeme regulovať reostatom, ale aj otváraním a uzatváraním jadra cievky. Overte to pri zapojení podľa obr. C9-1 a vysvetlite rozdiel oboch druhov regulácie prúdu v obvode.
3. Pri kondenzátore sme predpokladali, že v jeho dielektriku nenastávajú straty premenou elektrickej energie na teplo. Pri skutočnom kondenzátore straty vznikajú, čo sa prejavuje ako veľký odpor R_z paralelne spojený s kondenzátorom (obr. C9-2). Nakreslite fázorový diagram prúdov v obvode a odvoďte vzťah pre celkový prúd I_{CR}. Odôvodnite, prečo sme pri meraní kapacity neuvažovali o stratovom odpore.



C9-2

Cvičenie 10 (5. laboratórne)

Overenie činnosti polovodičového usmerňovača

Úvod

Základným obvodovým prvkom usmerňovača striedavého prúdu je polovodičová dióda, ktorá má v priepustnom smere prakticky zanedbateľný odpor, naopak, v závernom smere má veľmi veľký odpor. Jednou diódou možno dosiahnuť jednocestné usmernenie, pri ktorom má usmernený jednosmerný prúd pulzujúci priebeh. Z teórie vyplýva, že strednú hodnotu jednocestne usmerneného harmonického napätia určuje vzťah

$$U_{JS} = \frac{U_m}{\pi} = \frac{U\sqrt{2}}{\pi} \doteq 0{,}45\,U \qquad (1)$$

kde U_m je amplitúda a U efektívna hodnota striedavého napätia, ktoré dióda usmerňuje.

Pomocou filtračného kondenzátora spojeného paralelne so zaťažovacím odporom usmerňovača (pozri kap. 5, obr. 5-8) získame jednosmerné napätie. Pri dostatočne veľkej kapacite C filtračného kondenzátora a pri malom prúde v obvode je hodnota jednosmerného napätia

$$U_{ss} = U_m \qquad (2)$$

Funkciu polovodičového usmerňovača overíme meraním napätia na zaťažovacom odpore usmerňovača a pozorovaním časového priebehu usmerneného napätia pomocou osciloskopu.

Vlastnosti polovodičových diód sa využívajú aj v ďalších zariadeniach. V cvičení sa oboznámime s funkciou zdvojovača napätia, ktorý umožňuje získať zo zdroja striedavého napätia s amplitúdou U_m jednosmerné napätie $2U_m$.

Úloha 1

Určte priepustný smer polovodičovej diódy.

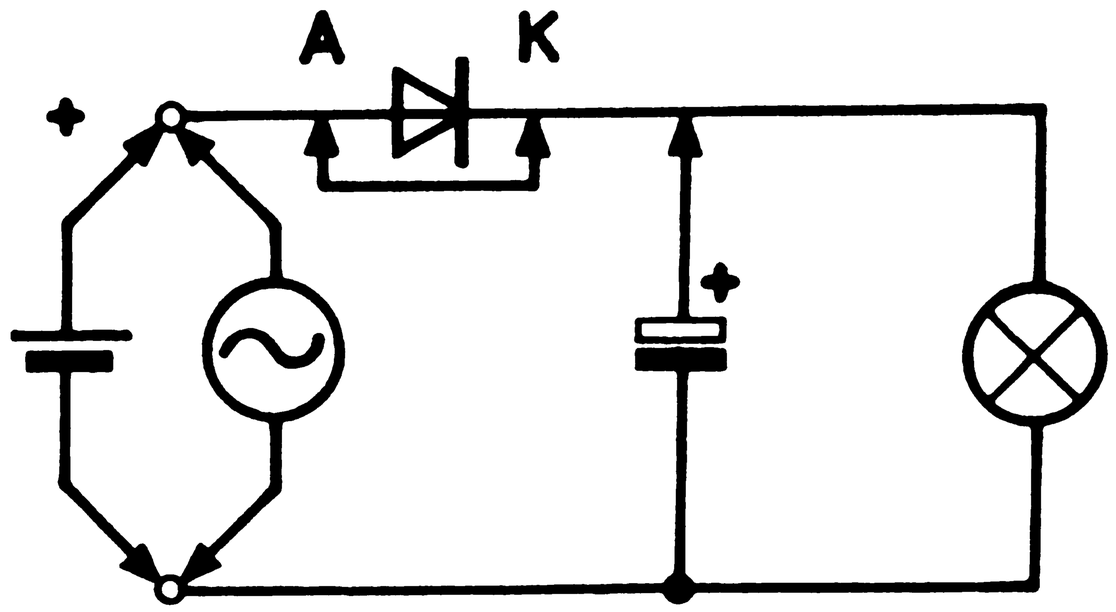
Pomôcky

Polovodičová dióda KY 132/80 (2 ks), elektrolytický kondenzátor 200 μF (2 ks), rádiotechnický rezistor 1 kΩ, žiarovka 3,5 V, univerzálny

voltmeter, zdroj malého striedavého napätia 4 V, batéria do vreckovej baterky 4,5 V, vodiče.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C10-1. Obvod pripojte k zdroju jednosmerného napätia (batéria 4,5 V). Nájdite takú polaritu napätia, pri ktorej žiarovka svieti. Pri tejto polarite je anóda diódy bližšie ku kladnému pólu zdroja.



C10-1

Obvod pripojte k malému striedavému napätiu (4 V) a porovnajte svietivosť žiarovky v prípadoch, keď obvodom prechádza: a) striedavý prúd (diódu premostíme vodičom); b) jednosmerný prúd; c) jednosmerný prúd (so žiarovkou je paralelne spojený kondenzátor). Vysvetlite rozdiely v svietivosti žiarovky.

Poznámka

Elektrolytický kondenzátor môžeme použiť len v obvode jednosmerného prúdu. Kondenzátor musíme do obvodu zapojiť so správnou polaritou, t. j. pólom + bližšie ku kladnému pólu zdroja napätia. Pri obvode s diódou to znamená, že kondenzátor pripojíme pólom + ku katóde diódy.

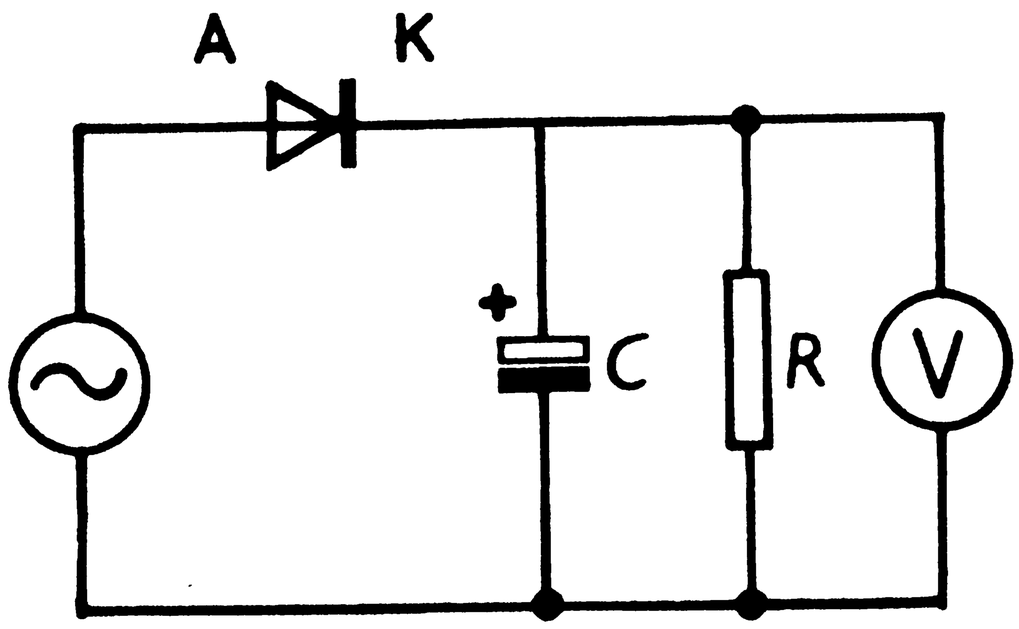
Úloha 2

Sledujte napätie v obvode jednocestného usmerňovača.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C10-2. Voltmetrom odmerajte efektívnu hodnotu striedavého napätia U zdroja a určte amplitúdu napätia ($U_m = U\sqrt{2}$).

Odmerajte napätie na rezistore R pri jednocestnom usmernení prúdu a po pripojení filtračného kondenzátora. Namerané hodnoty porovnajte



C10-2

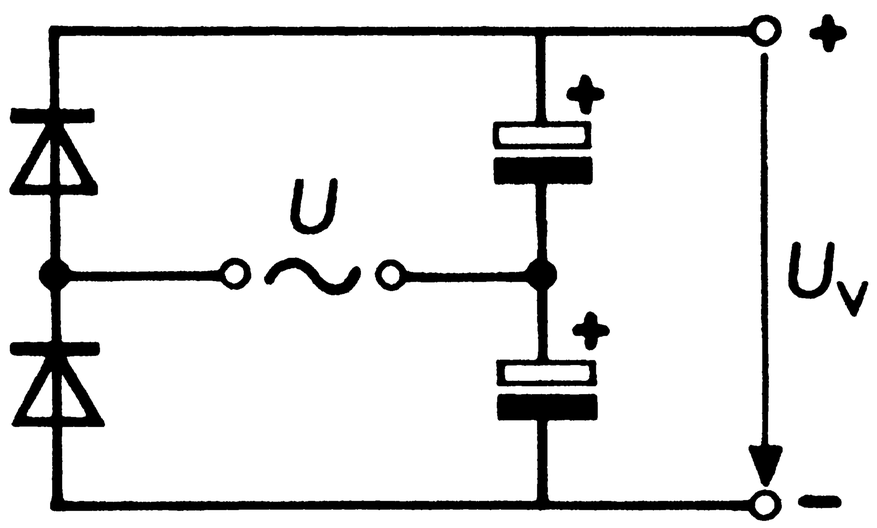
s hodnotami vypočítanými podľa vzťahov (1) a (2). Odôvodnite rozdiely. Zdvojnásobte kapacitu filtračného kondenzátora paralelným pripojením ďalšieho kondenzátora.

Úloha 3

Overte činnosť zdvojovača napätia.

Postup

Zostavte obvod na obr. C10-3. Odmerajte vstupné a výstupné napätie zdvojovača a overte, že $U_v = 2U_m$. Vysvetlite funkciu zdvojovača napätia rozborom činnosti diód v oboch polperiódach striedavého napätia.



C10-3

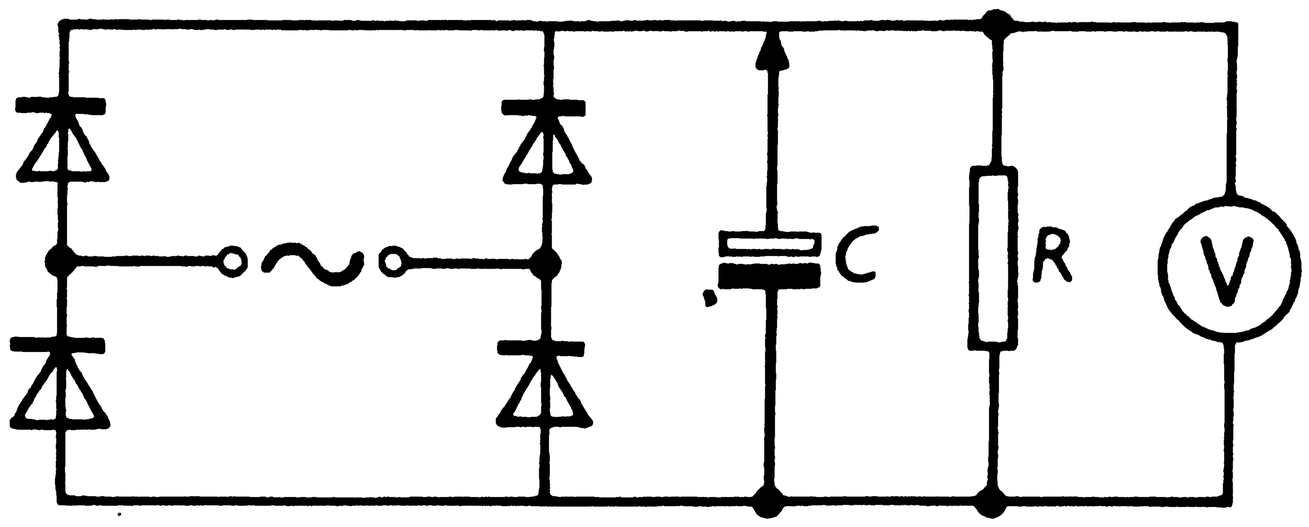
Úloha 4 (doplňajúca)

Zo štyroch polovodičových diód (použijeme súčiastky z dvoch pracovných skupín) zostavte Graetzovo zapojenie pre dvojcestné usmernenie striedavého prúdu podľa schémy na obr. C10-4. Voltmetrom na jednosmerné napätie odmerajte strednú hodnotu striedavého napätia, pre ktorú platí

$$U_{str} = \frac{2U_m}{\pi} \doteq 0{,}9U$$

Odmerajte jednosmerné napätie vyhladené filtračným kondenzátorom.

C10-4

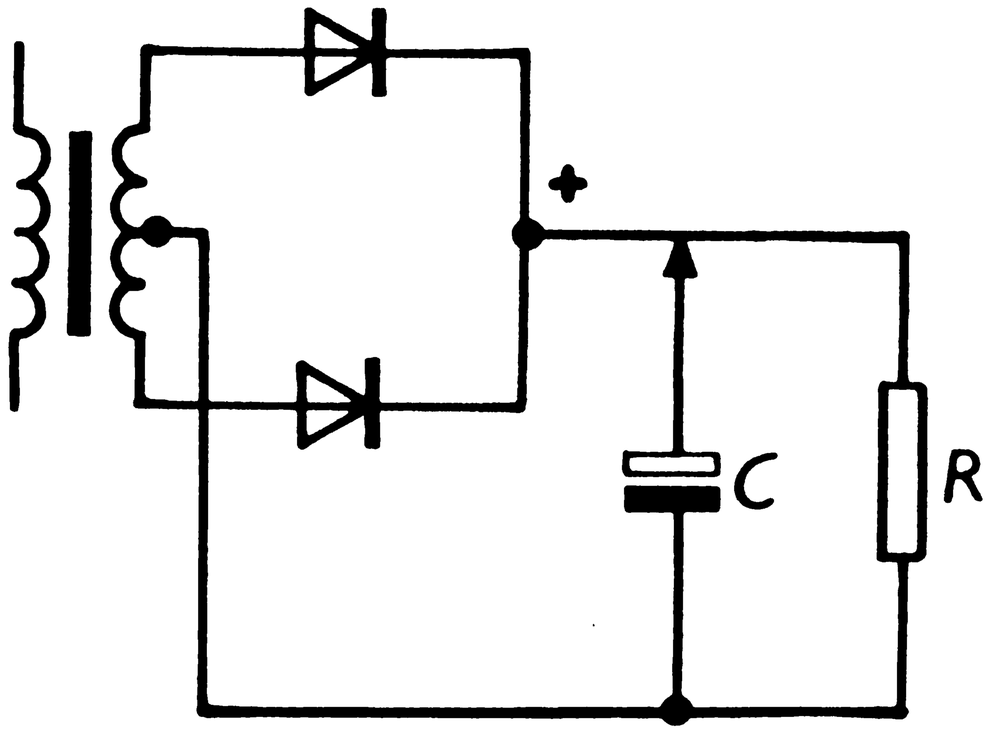


Upozornenie
Nesprávnym zapojením sa môžu diódy zničiť. Preto starostlivo kontrolujte, či majú všetky diódy správnu polaritu.

Poznámka
Podľa vybavenia školy môžeme úlohy 2 a 4 doplniť pozorovaním usmerneného napätia osciloskopom. Porovnáme napätie na zdroji a na zaťažovacom rezistore. Nakreslíme oscilogramy.

Otázky

1. Uvážte, aký vplyv na priebeh usmerneného napätia bude mať zmenšenie kapacity filtračného kondenzátora a zmenšenie odporu zaťažovacieho rezistora.
2. Usmerňovač možno zhotoviť aj pomocou dvoch diód podľa schémy na obr. C10-5. Vysvetlite jeho funkciu a určte, aký priebeh bude mať napätie na zaťažovacom rezistore.



C10-5

3. Vysvetlite, prečo je na katóde diódy (obr. C10-2) kladný pól usmerneného napätia.
4. Vysvetlite upozornenie v úlohe 4.

Cvičenie 11 (6. laboratórne)

Overenie činnosti tranzistorového zosilňovača

Úvod

V tranzistorovom zosilňovači sa najčastejšie využíva zapojenie tranzistora so spoločným emitorom (pozri stať 5.6, obr. 5-11). Malé zmeny prúdu bázy ΔI_B spôsobujú veľké zmeny kolektorového prúdu ΔI_C. Pri stálom napätí U_{CE} medzi kolektorom a emitorom platí

$$I_C = \beta I_B + I_{CO}$$

kde β je prúdový zosilňovací činiteľ. Grafom tejto závislosti je prevodná charakteristika tranzistora. Ak $I_B = 0$ A, kolektorovým obvodom prechádza len nepatrný prúd I_{CO}. Pri kremíkových tranzistoroch má zanedbateľnú hodnotu.

Do kolektorového obvodu je vo funkcii tranzistorového zosilňovača zaradený rezistor R_C a pre napätie medzi kolektorom a emitorom platí vzťah

$$U_{CE} = U - R_C I_C$$

kde U je napätie napájacieho zdroja. To znamená, že pri zväčšení kolektorového prúdu sa napätie U_{CE} zmenší a naopak. Pre zosilňovanie nízkofrekvenčných signálov sa volia podmienky, pri ktorých $U_{CE} \doteq \frac{U}{2}$.

Úloha 1

Určte typ tranzistora.

Pomôcky

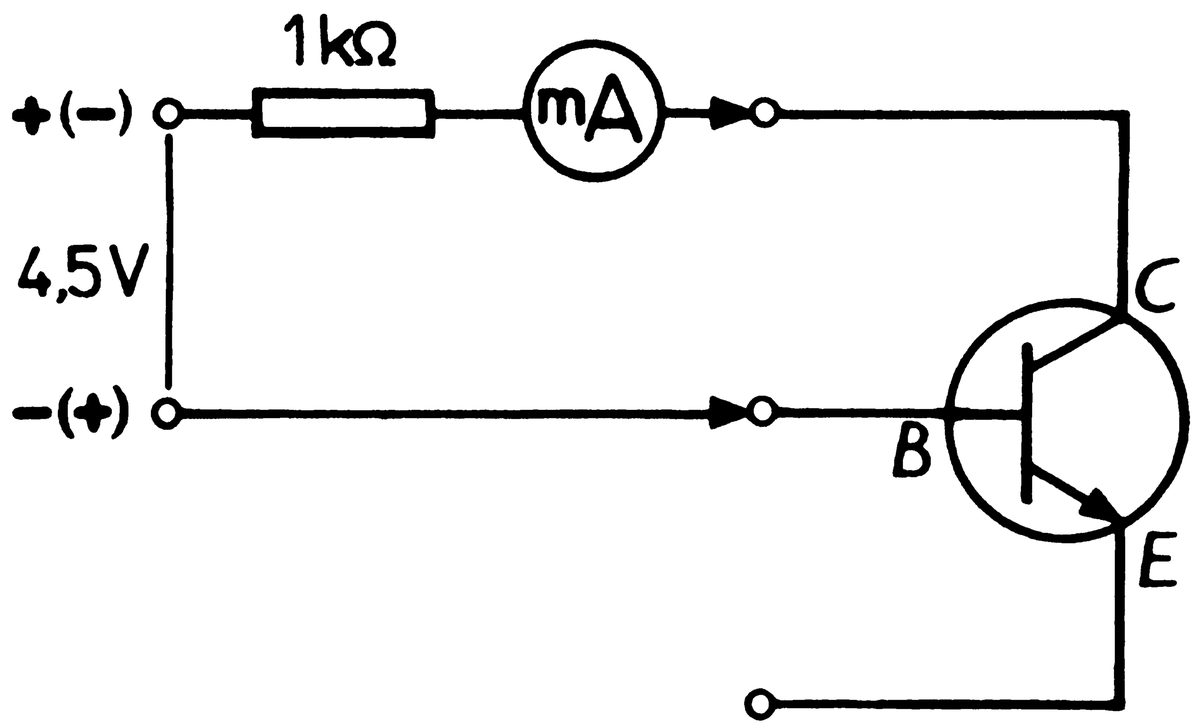
Tranzistor KF 507, rádiotechnické rezistory 1 kΩ a 10 kΩ, potenciometer 0,1 MΩ, miliampérmeter, voltmeter, batéria do vreckovej baterky

4,5 V, vodiče. (Pomôcky na doplňajúce úlohy: kondenzátor 8 μF (2 ks), nízkofrekvenčný generátor, osciloskop, rádiotechnické slúchadlá, katalóg polovodičových súčiastok.)

Postup

Typ tranzistora určíme vyhľadaním priepustného smeru prechodu medzi kolektorom a bázou. Zostavte obvod podľa obr. C11-1 a vyhľadajte takú polaritu zdroja jednosmerného napätia, aby obvodom prechádzal prúd. Ak je kolektor v obvode bližšie ku kladnému pólu zdroja, ide o tranzistor typu PNP. V opačnom prípade ide o tranzistor typu NPN.

C11-1



Podobným spôsobom môžeme určiť aj druh prechodu medzi bázou a emitorom. V ďalších úlohách je prechod medzi kolektorom a bázou zapojený vždy v závernom smere a prechod medzi bázou a emitorom je zapojený v priepustnom smere.

Upozornenie

Žiadny z prechodov tranzistora nesmieme zapojiť v priepustnom smere bez ochranného rezistora. Znamenalo by to prekročenie medzných hodnôt tranzistora a mohol by sa zničiť. Preto starostlivo kontrolujte správnosť zapojenia obvodov pred pripojením zdroja napätia.

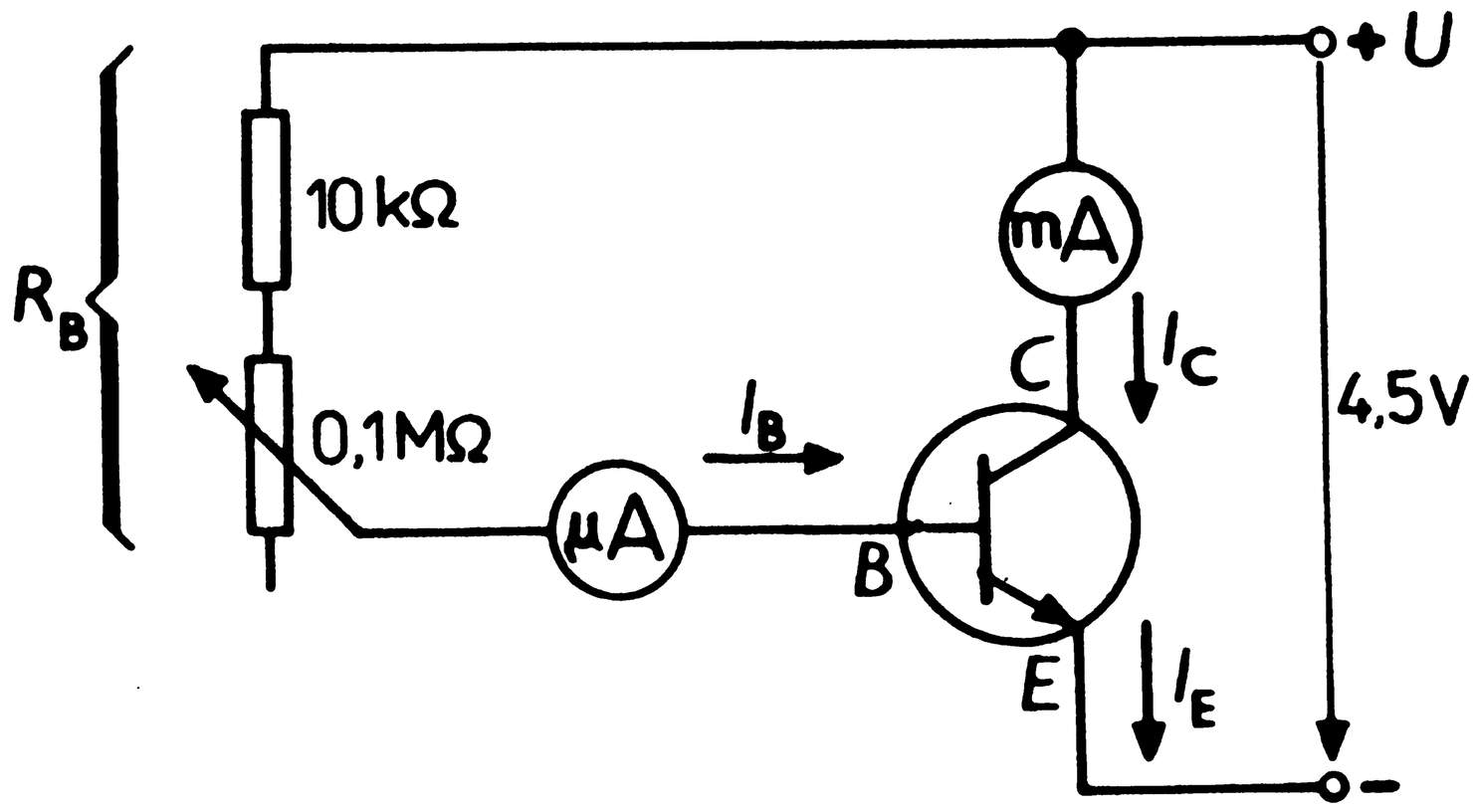
Úloha 2

Odmerajte prevodnú charakteristiku tranzistora a určte prúdový zosilňovací činiteľ tranzistora v zapojení so spoločným emitorom.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C11-2. Pri rozpojenom obvode bázy určte I_{CO}. Potenciometrom nastavte najväčšiu hodnotu odporu bázy R_B a obvod

bázy pripojte k zdroju napätia. Zvyšujte postupne prúd po 10 μA až po hodnotu 120 μA a odmerajte zodpovedajúci prúd I_C.



C11-2

Namerané hodnoty zapisujte do tabuľky.

Tabuľka

Číslo merania	$\frac{I_B}{\mu A}$	$\frac{I_C}{A}$

Z nameraných hodnôt I_B a I_C zostrojte prevodnú charakteristiku tranzistora tak, že na os x nanesiete hodnoty I_B a na os y hodnoty I_C. Z hodnôt v strednej časti charakteristiky určte prúdový zosilňovací činiteľ

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \quad \text{pri} \quad U_{CE} = \text{konšt.}$$

Zistenú hodnotu porovnajte s hodnotou udanou výrobcom tranzistora.

Úloha 3 (doplňajúca)

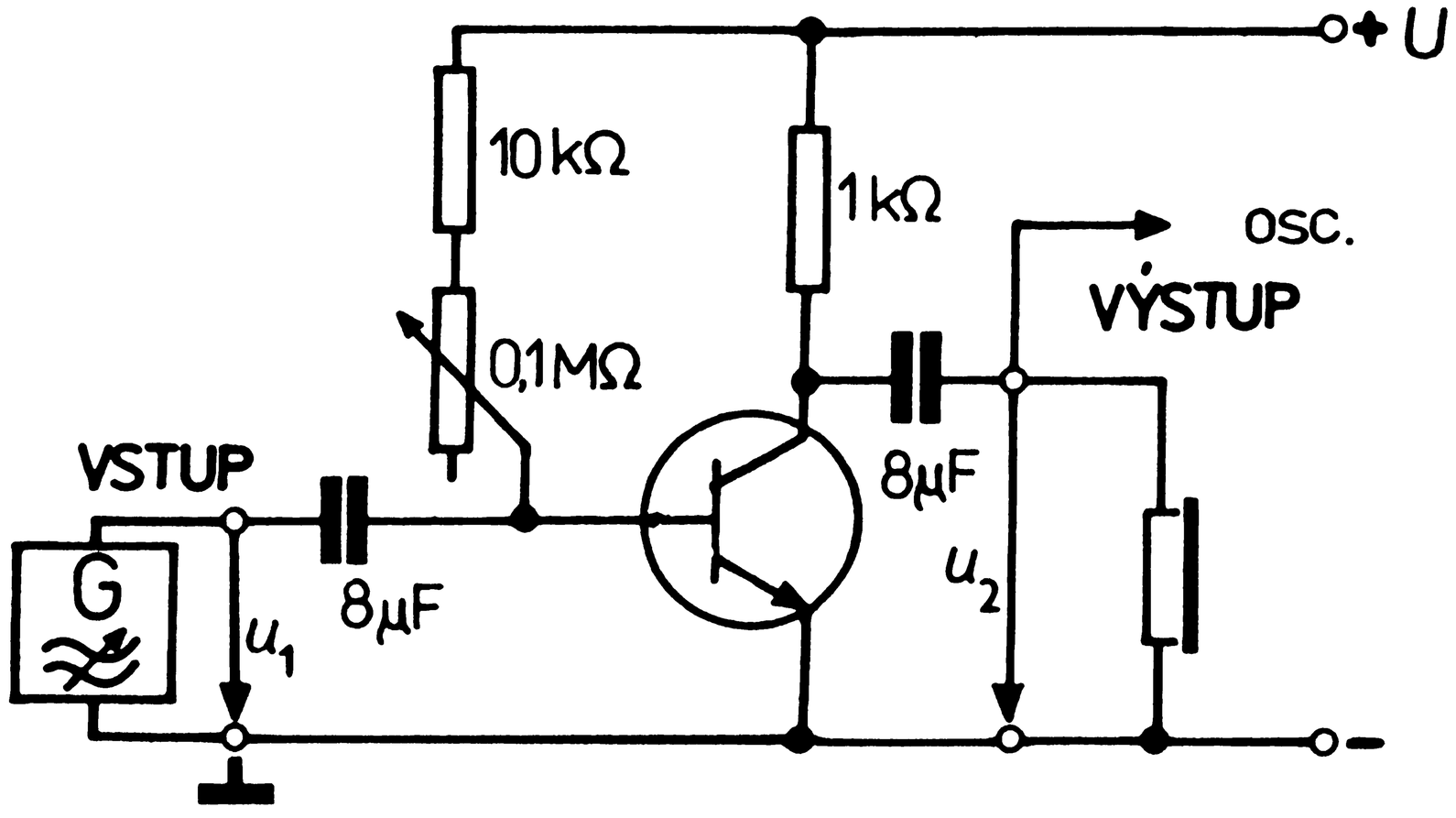
Overte činnosť tranzistorového zosilňovača nízkofrekvenčných signálov.

Postup

Zostavte obvod podľa obr. C11-3. V obvode bázy nastavte potenciometrom pracovný bod tranzistora (I_{BO}), t. j. nastavte takú hodnotu odporu v obvode bázy, aby napätie medzi kolektorom a emitorom

malo hodnotu, ktorá sa rovná polovici napätia zdroja $\left(U_{CE} = \frac{U}{2}\right)$. Na vstup zosilňovača pripojte striedavé napätie z nízkofrekvenčného generátora s efektívnou hodnotou rádovo 10 mV a frekvenciou 500 Hz. Na výstup zosilňovača pripojte rádiotechnické slúchadlá, príp. zaťažovací rezistor s odporom 3,3 kΩ. Striedavým pripojením slúchadiel na vstup a výstup zosilňovača overte, že nastáva zosilnenie signálu.

C11-3



Vstupné a výstupné napätie porovnajte pomocou osciloskopu. Sledujte výstupné napätie a potenciometrom v obvode bázy meňte polohu pracovného bodu tranzistora. Vysvetlite vznikajúce skreslenie výstupného signálu.

Nastavte takú polohu pracovného bodu a veľkosť vstupného napätia, aby zosilnenie bolo čo najväčšie a aby nenastalo skreslenie výstupného signálu. Voltmetrom odmerajte napätie na vstupe a výstupe zosilňovača a určte jeho zosilnenie

$$A = \frac{U_2}{U_1}$$

Otázky

1. Na určenie typu tranzistora podľa obr. C11-1 nemôžeme použiť postup, pri ktorom by sme obvod pripojili ku kolektoru a emitoru. Prečo?
2. Neopatrným zvyšovaním prúdu I_B v úlohe 2 by mohol výkon

v kolektorovom obvode prekročiť dovolenú hodnotu a tranzistor by sa mohol poškodiť. Prečo takéto nebezpečenstvo nehrozí, ak je do kolektorového obvodu zaradený rezistor (obr. C11-3)?

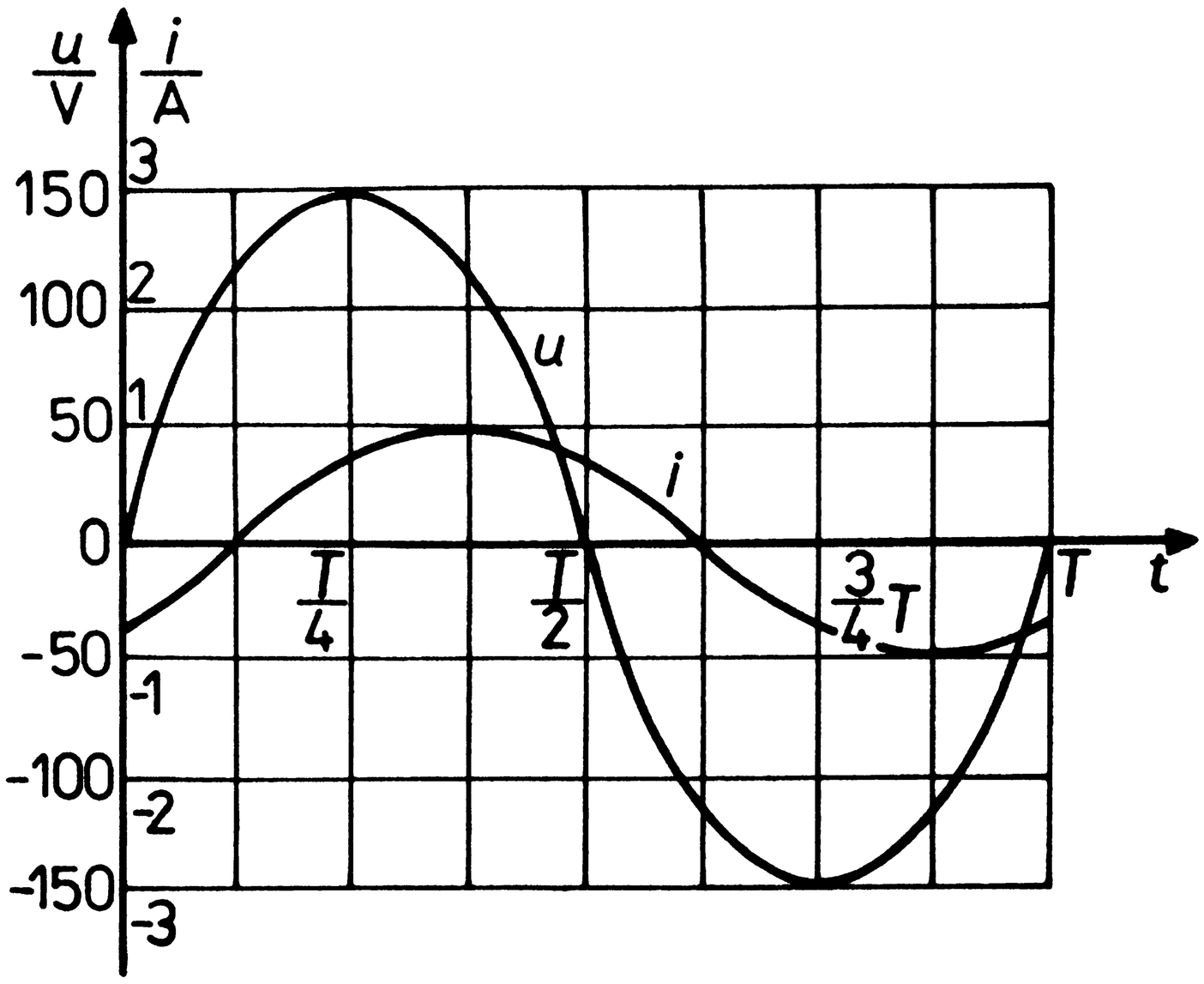
3. Kondenzátor vo výstupnom obvode zosilňovača oddeľuje jednosmernú a striedavú zložku kolektorového napätia. So zaťažovacím rezistorom R_v súčasne tvorí delič napätia. V akom pomere sa na ňom rozdelí výstupné striedavé napätie s frekvenciou 500 Hz? Ako sa tento pomer bude meniť pri zmenách frekvencie striedavého napätia? [1 : 21]

Cvičenie 12 (6. teoretické)

Základy energetiky

Príklad 1

Podľa časového diagramu na obr. C12-1 určte fázové posunutie striedavého napätia a prúdu, nakreslite fázorový diagram oboch veličín, napíšte rovnice pre okamžité hodnoty napätia a prúdu, určte efektívne hodnoty prúdu a napätia a činný výkon striedavého prúdu v obvode. Frekvencia striedavého napätia je 50 Hz.



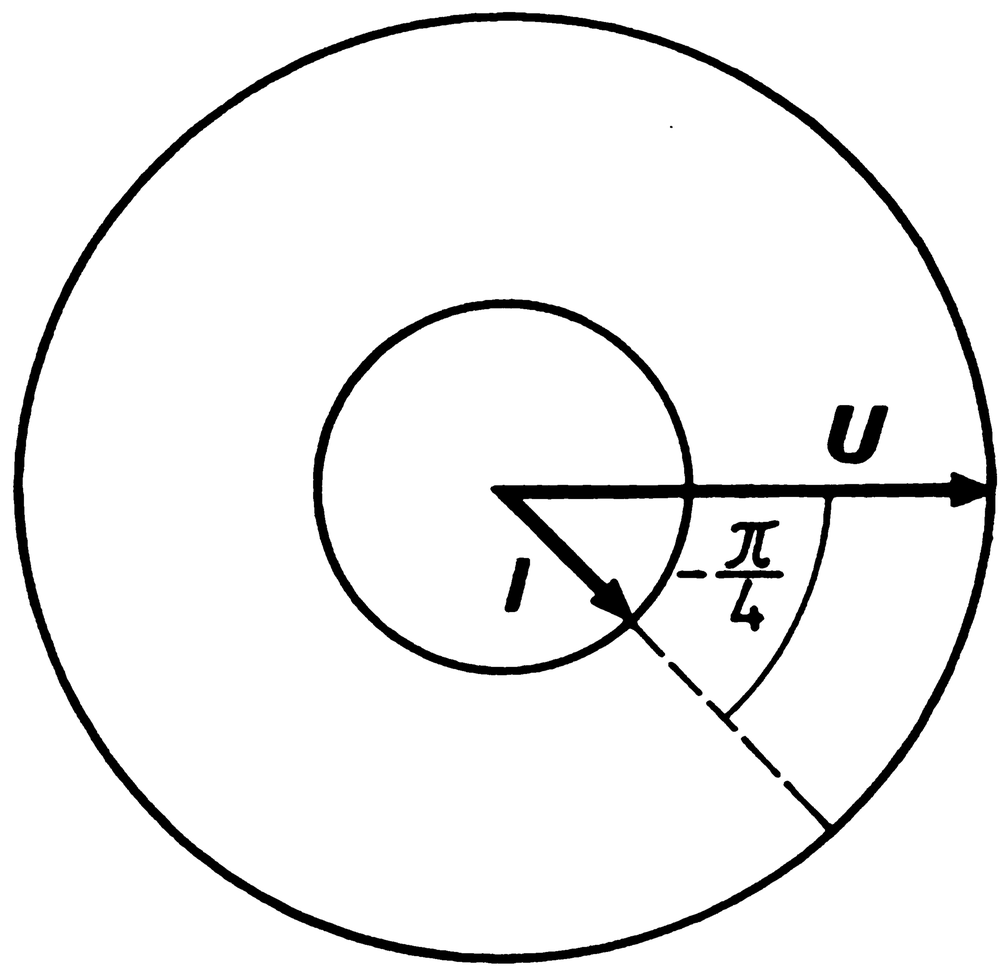
C12-1

Riešenie

$\underline{f = 50\ \text{Hz};\ \varphi = ?,\ U = ?,\ I = ?,\ P = ?}$

Z časového diagramu napätia u je zrejmé, že v začiatočnom okamihu $t = 0$ s je $u = 0$ V. To znamená, že začiatočná fáza napätia $\varphi_u = 0$ rad. Okamžitá hodnota prúdu je v začiatočnom okamihu záporná, takže aj začiatočná fáza bude záporná. Prúd $i = 0$ A v okamihu $t = \frac{T}{8}$, takže začiatočná fáza prúdu $\varphi_i = -\omega t = -\frac{\pi}{4}$ rad. Fázové posunutie napätia a prúdu $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{4}$ rad.

Z časového diagramu určíme aj amplitúdy obidvoch veličín: $U_m = 150$ V; $I_m = 1$ A. Z týchto údajov skonštruujeme fázorový diagram (obr. C12-2).



C12-2

Rovnice pre okamžité hodnoty napätia a prúdu budú mať tvar

$$u = 150 \sin 100\pi t\ \text{V}$$

$$i = 1 \sin \left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{A}$$

Efektívne hodnoty napätia a prúdu

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{150}{\sqrt{2}}\ \text{V} = 106\ \text{V}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \text{A} = 0{,}70\ \text{A}$$

a činný výkon

$$P = UI \cos \varphi = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = \frac{150}{2} \cos \frac{\pi}{4} \text{ W} = \frac{150\sqrt{2}}{4} \text{ W} = 53 \text{ W}$$

Striedavý prúd má efektívnu hodnotu napätia 106 V, efektívnu hodnotu prúdu 0,70 A a činný výkon 53 W.

Príklad 2

Dokážte, že v trojfázovej sústave striedavého prúdu spojenej do hviezdy je združené napätie väčšie ako fázové napätie.

Riešenie

Fázové napätia u_1 a u_2 sú opísané rovnicami

$$u_1 = U_m \sin \omega t$$

$$u_2 = U_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

V sústave spojenej do hviezdy je

$$u_{12} = u_1 - u_2 = U_m \sin \omega t - U_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

Použijeme vzťah

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

a dostaneme

$$u_{12} = 2 U_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right) \sin \frac{\pi}{3} =$$

$$= U_m \sqrt{3} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{3} \right) = U_m \sqrt{3} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} \right)$$

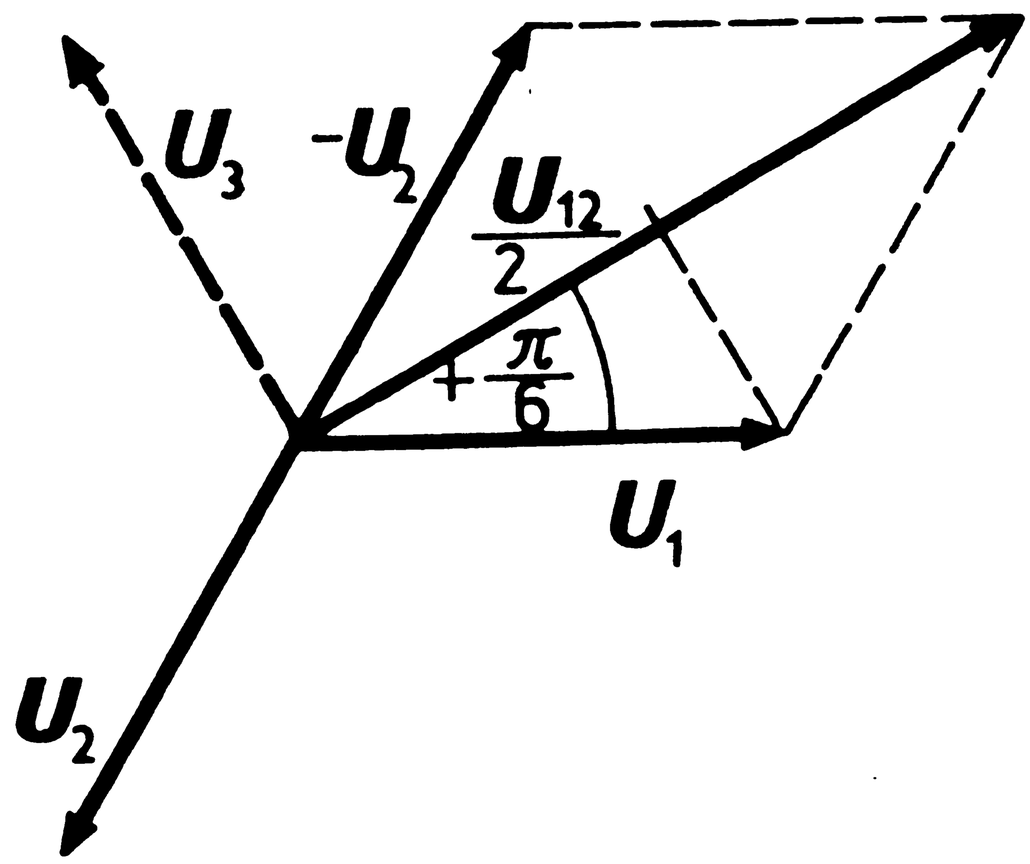
Odtiaľ $U_{12} = U_m \sqrt{3}$.

Podobný výsledok ľahko dostaneme aj pomocou fázorového diagramu (obr. C12-3), z ktorého je zrejmé, že

$$\frac{U_{12}}{2} = U_1 \cos\frac{\pi}{6} = U_1 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

a

$$U_{12} = U_1 \sqrt{3}$$



C12-3

Príklad 3

Primárna cievka transformátora s transformačným pomerom $k = 0{,}1$ je pripojená k zdroju sieťového napätia 220 V. Sekundárne vinutie má odpor 1,2 Ω a prechádza ním prúd 5 A. Určte napätie na svorkách sekundárnej cievky transformátora. O stratách v primárnom vinutí neuvažujeme.

Riešenie

$k = 0{,}1,\ U_1 = 220\ \text{V},\ R_v = 1{,}2\ \Omega,\ I_2 = 5\ \text{A};\ U = ?$

Pre transformáciu napätia platí vzťah

$$\frac{U_2}{U_1} = k$$

z ktorého pre napätie U_2 na sekundárnom vinutí vyplýva

$$U_2 = kU_1 = 0{,}1 \,.\, 220 \text{ V} = 22 \text{ V}$$

Pri prúde I vzniká na vinutí s odporom R_v úbytok napätia

$$\Delta U = IR_v = 5 \,.\, 1{,}2 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

Na svorkách sekundárneho vinutia je napätie

$$U = U_2 - \Delta U = (22 - 6) \text{ V} = 16 \text{ V}$$

Napätie na svorkách sekundárnej cievky je 16 V.

Úlohy

Prvú úlohu riešte samostatne v skupinách.

1. Pre okamžité hodnoty napätia a prúdu v obvode striedavého prúdu platia nasledujúce rovnice

Skupina A

$$u = 310 \sin 100\pi t \text{ V}$$

$$i = 0{,}7 \sin \left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{A}$$

Skupina B

$$u = 170 \sin 100\pi t \text{ V}$$

$$i = 2{,}8 \sin \left(100t + \frac{\pi}{3}\right) \text{A}$$

Určte: a) efektívne hodnoty napätia a prúdu; b) frekvenciu striedavého prúdu, c) činný výkon striedavého prúdu. Nakreslite fázorový diagram napätia a prúdu v obvode (voľte 50 V ~ 1 cm; 0,2 A ~ 1 cm). Rozhodnite, či obvod striedavého prúdu má vlastnosti induktancie,alebo kapacitancie. Diskutujte o výsledkoch a odpovede odôvodnite. [a) A: 220 V, 0,5 A; B: 120 V, 2 A; b) 50 Hz; c) A: 54 W; B: 120 W]

2. Spotrebič v obvode striedavého prúdu má vlastnosti obvodu s *RLC*

v sérii. Ako sa bude meniť účinník obvodu pri zväčšovaní frekvencie (pri prechode cez rezonančnú frekvenciu)?

3. Činný výkon zariadenia napájaného zo siete striedavého prúdu sa niekedy zväčšuje pripojením kondenzátora. Vysvetlite.
4. Napätie a prúd v cievke sa mení podľa rovníc: $u = 220 \sin 100\pi t$ V; $i = 6 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$ A. Určte činný výkon striedavého prúdu. [330 W]
5. Voltmeter v obvode striedavého prúdu ukazuje napätie 220 V, ampérmeter prúd 10 A a wattmeter činný výkon 2 kW. Určte fázové posunutie napätia a prúdu v obvode. [25°]
6. Na štítku elektromotora sú údaje: $U = 220$ V, $I = 4$ A, $\cos\varphi = 0{,}65$. Určte činný výkon motora. [570 W]
7. Dokážte výpočtom, že pre trojfázové napätie platí

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0.$$

*8. Transformátor je pripojený k striedavému napätiu podľa obr. C13-3 v cvičení 13. Ako sa budú meniť údaje meracích prístrojov, keď budeme zväčšovať zaťaženie transformátora (zmenšovať odpor R rezistora)?
9. Prečo je účinník nedostatočne zaťaženého transformátora malý? Akú hodnotu má účinník transformátora, keď je sekundárny obvod rozpojený?
10. Transformátor, ktorým sa transformuje napätie 100 V na 3 300 V, má uzavreté jadro, na ktorom utvoríme pomocou vodiča jediný závit. Voltmetrom zistíme, že napätie na tomto závite je 0,5 V. Koľko závitov majú cievky transformátora? [$n_1 = 200$; $n_2 = 6\,600$]
11. Výkon transformátora je 5 kW. Aké veľké prúdy prechádzajú cievkami transformátora pripojeného k sieťovému napätiu 220 V, ak $k = 0{,}3$ a účinnosť transformátora $\eta = 1$? [23 A; 76 A]
12. Primárnou cievkou transformátora prechádza pri napätí 220 V prúd 0,2 A. Sekundárnou cievkou prechádza súčasne prúd 6 A a napätie na svorkách cievky je 6,3 V. Určte účinnosť transformácie. [86 %]
13. Primárne vinutie transformátora na transformáciu nadol ($k = 0{,}1$) je pripojené k zdroju striedavého napätia 120 V. Odpor sekundárneho

vinutia transformátora je 1,2 Ω, sekundárnym vinutím prechádza prúd 5 A. Určte napätie na sekundárnom vinutí transformátora. O stratách v primárnom vinutí neuvažujte. [6 V]

14. Vedením prenosovej sústavy jednofázového striedavého prúdu je prenášaný výkon zdroja 33 MW. Odpor vedenia je 0,12 Ω. Určte straty vo vedení pri napätí zdroja 6,6 kV a 110 kV. [3 MW; 10,8 kW]
15. Transformátor, ktorý je chladený olejom, transformuje výkon 10 MW s účinnosťou 98 %. Určte teplotu oleja pri výstupe z transformátora, ak je jeho vstupná teplota 18 °C. Olej má hustotu 960 kg . m^{-3}, mernú tepelnú kapacitu 2,09 kJ . kg^{-1} . K^{-1} a objemový tok oleja plášťom transformátora je 2,5 l . s^{-1}. [58 °C]

Cvičenie 13 (7. laboratórne)

Overenie činnosti transformátora

Úvod

Pre transformátor platí transformačná rovnica

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = k$$

Táto rovnica však presne platí iba pre ideálny transformátor, t. j. taký, v ktorom by nevznikali žiadne straty a ktorého účinnosť by sa rovnala 1. V skutočnom transformátore vznikajú straty rozličného druhu:

1. straty spôsobené premenou elektrickej energie na teplo v primárnom a sekundárnom vinutí transformátora. Veľkosť týchto strát závisí od odporu vinutia a druhej mocniny prúdu, ktorý vinutím prechádza;
2. straty spôsobené periodickou magnetizáciou jadra transformátora (straty v oceli). Straty môžeme vyjadriť vo forme stratového výkonu

$$P_s = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + P_{oc}$$

(R_1, R_2 — odpor primárneho a sekundárneho vinutia,
I_1, I_2 — prúd v primárnom a sekundárnom vinutí,
P_{oc} — straty v oceli).

Výkon P_2 v sekundárnom obvode sa rovná príkonu P_1 zmenšenému o stratový výkon

$$P_2 = P_1 - P_s$$

a účinnosť η transformátora

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_s}{P_1}$$

Úloha 1

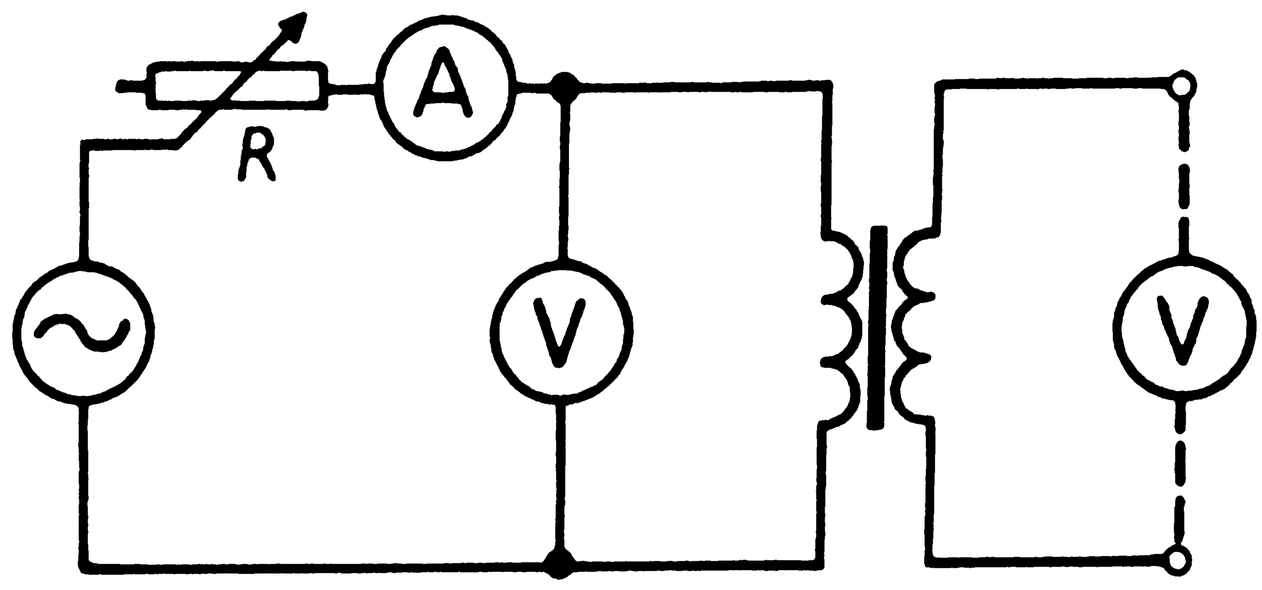
Overte základnú funkciu transformátora.

Pomôcky

Rozkladný transformátor (cievky 600 a 300 závitov), ampérmeter, voltmeter, reostat (115 Ω/2 A), zdroj malého striedavého napätia, vodiče.

Postup

Zostavte transformátor a jeho primárnu cievku (s väčším počtom závitov) zapojte do obvodu podľa obr. C13-1. Obvod pripojte k zdroju malého striedavého napätia (max. 48 V).



C13-1

Na reostate nastavte najväčšiu hodnotu odporu a otvárajte jadro transformátora. Pozorujte zmeny prúdu a napätia a odôvodnite ich.

Voltmeter pripojte na svorky sekundárneho vinutia a opakujte pokus s otváraním jadra transformátora. Opäť pozorujte a odôvodnite zmeny.

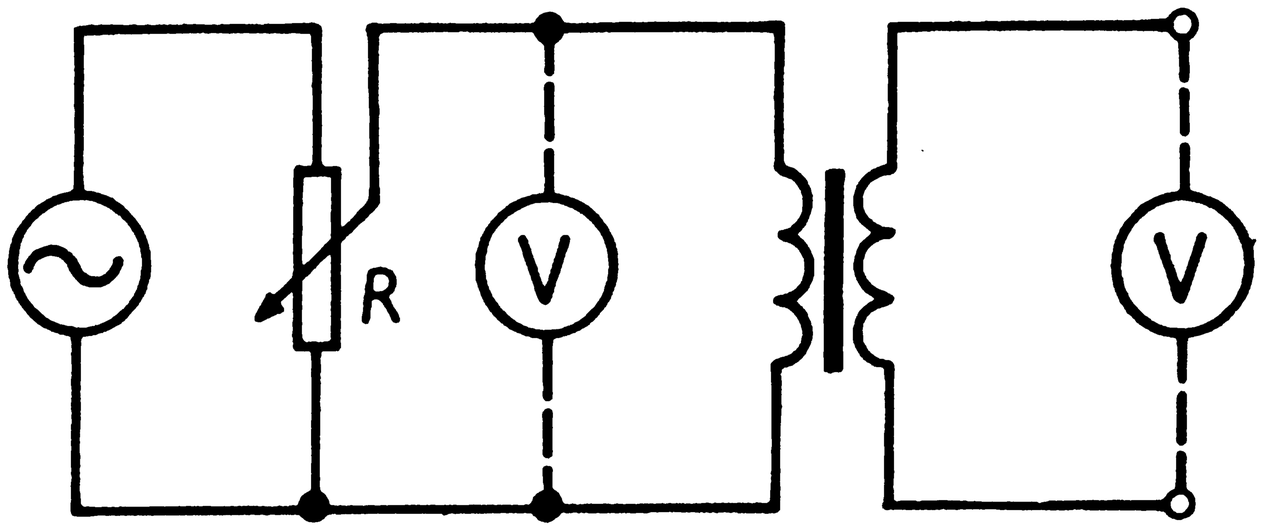
Uzavrite jadro transformátora a reostatom postupne zväčšujte prúd v primárnom vinutí transformátora. Sledujte zmeny napätia.

Úloha 2

Určte transformačný pomer transformátora.

Postup

Transformátor zapojte do obvodu podľa obr. C13-2. Potenciometrom postupne meňte primárne napätie a pri každom nastavení potenciometra odmerajte napätie na svorkách primárnej a sekundárnej cievky; hodnoty zapisujte do tabuľky. Vypočítajte transformačný pomer transformátora a porovnajte ho s hodnotou určenou na základe počtu závitov cievok.



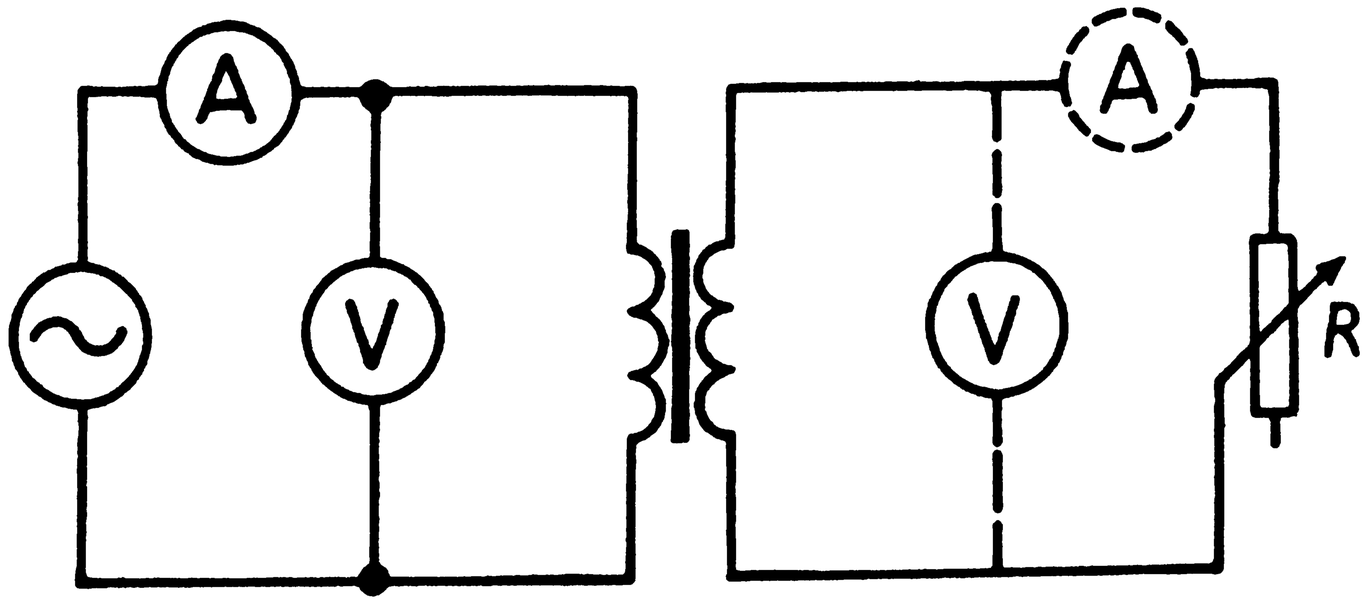
C13-2

Úloha 3

Určte účinnosť transformácie striedavého prúdu.

Postup

Transformátor pripojte na zdroj striedavého napätia a do obvodu sekundárneho vinutia zapojte reostat (obr. C13-3). Odpor reostatu nastavte na najväčšiu hodnotu.



C13-3

Odmerajte napätie na primárnom vinutí a prúd vo vinutí. Potom prístroje odpojte a zapojte ich do sekundárneho obvodu (na obr. C13-3 čiarkovane). Vypočítajte príkon a výkon striedavého prúdu a určte účinnosť transformácie. Lepšie výsledky merania dosiahnete, keď na meranie príkonu v obvode primárneho vinutia transformátora použijete wattmeter.

Meranie opakujte päťkrát pri rozličných hodnotách odporu reostatu. Hodnota prúdu v sekundárnom obvode však nesmie prekročiť 2 A.

Zostrojte graf závislosti účinnosti od príkonu transformátora (na os x naneste príkon a na os y účinnosť).

Tabuľka

Číslo merania	$\frac{U_1}{\text{V}}$	$\frac{I_1}{\text{A}}$	$\frac{P_1}{\text{W}}$	$\frac{U_2}{\text{V}}$	$\frac{I_2}{\text{A}}$	$\frac{P_2}{\text{W}}$	η

Otázky

1. Prečo sa účinnosť transformátora so zvyšujúcim zaťažením znižuje?
2. Prečo je účinnosť rozkladného transformátora menšia ako účinnosť transformátorov používaných v technickej praxi?

Cvičenie 14 (7. teoretické)

Mechanické vlnenie

Príklad 1

Postupné vlnenie, ktoré sa šíri pružným vláknom, je opísané rovnicou

$$y = 0{,}12 \sin 2\pi(6\,t - 0{,}75\,x)\ \text{m}$$

Určte amplitúdu výchylky vlákna a rýchlosť, ktorou sa vlnenie šíri vláknom.

Riešenie

Porovnaním so všeobecnou rovnicou postupnej vlny

$$y = y_\text{m} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

dostaneme

$$y_\text{m} = 0{,}12\ \text{m}$$

a rýchlosť vlnenia

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{6}{0{,}75}\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}} = 8\ \mathrm{m\,.\,s^{-1}}$$

Vlnenie má amplitúdu 0,12 m a rýchlosť 8 m . s^{-1}.

Príklad 2

Do skleného valca nalievame postupne vodu a pri otvore súčasne držíme kmitajúcu ladičku. Zvuk ladičky zosilnel v okamihoch, keď vzdialenosť hladiny od otvoru bola 60 cm a 20 cm. Určte frekvenciu kmitania ladičky. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je 340 m . s^{-1}.

Riešenie

$h_1 = 0{,}6$ m, $h_2 = 0{,}2$ m, $v = 340$ m . s^{-1}; $f = ?$

Zosilnenie zvuku ladičky zodpovedá rezonančným stavom, pri ktorých sa utvorilo vo valci stojaté vlnenie, a platí, že

$$h_1 - h_2 = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$$

Odtiaľ

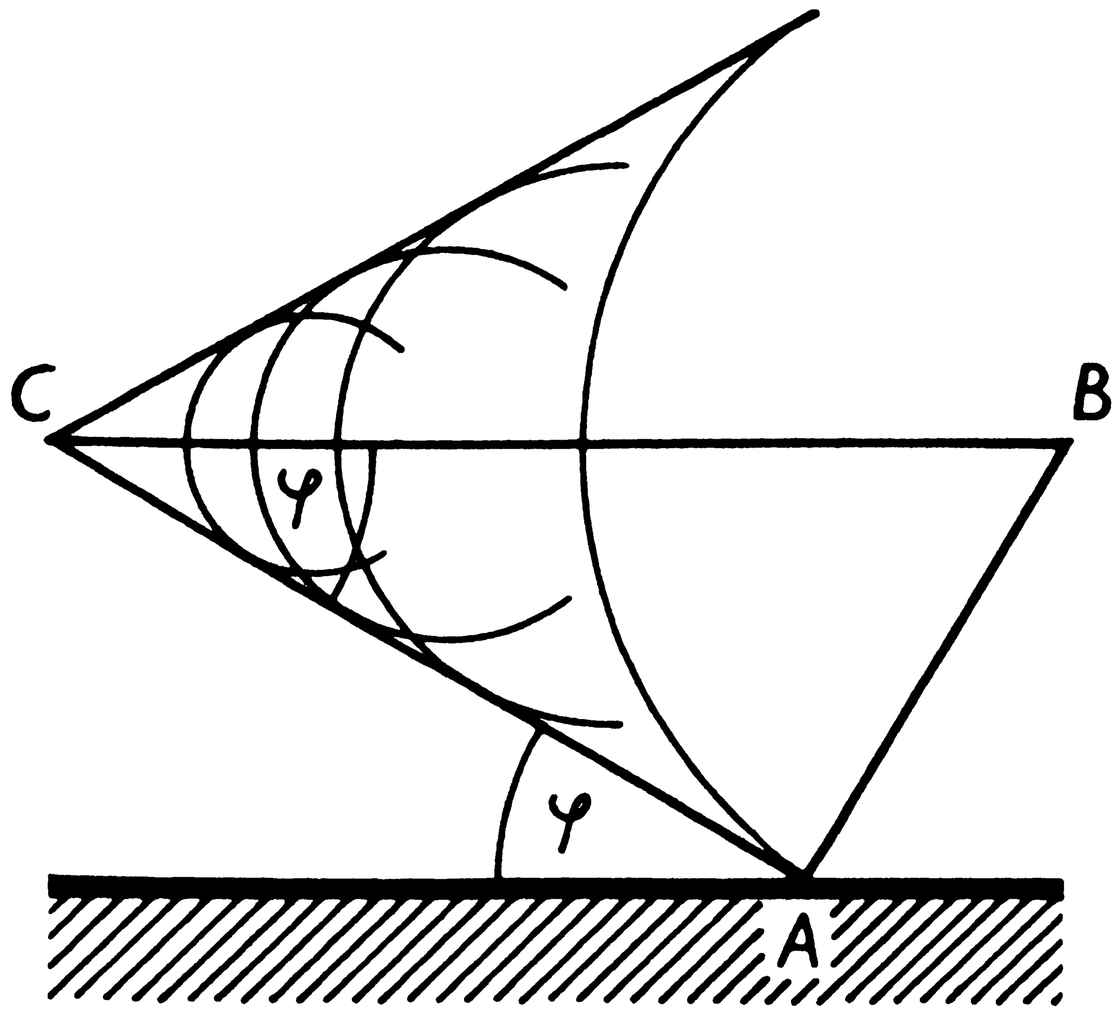
$$f = \frac{v}{2(h_1 - h_2)} = \frac{340}{2(0{,}60 - 0{,}20)}\ \mathrm{s^{-1}} = 425\ \mathrm{Hz}$$

Ladička kmitá s frekvenciou 425 Hz.

Príklad 3

Pozorovateľ, ktorý stojí na povrchu Zeme v bode *A* (obr. C14-1), sleduje lietadlo letiace stálou rýchlosťou rovnobežne s povrchom Zeme cez bod *B* do bodu *C*, zvuk motora lietadla však nepočuje. Lietadlo preletelo nad hlavou pozorovateľa, ktorý zvuk motora začul v okamihu, keď lietadlo videl pod uhlom 30° nad obzorom. Určte rýchlosť lietadla. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je 340 m . s^{-1}.

C14-1



Poznámka
Ak v ďalších úlohách veľkosť rýchlosti zvuku nebude uvedená, budeme počítať s hodnotou 340 m . s^{-1}.

Riešenie

$\varphi = 30°,\ v = 340\ \text{m . s}^{-1};\ v_x = ?$

Lietadlo je v každom bode trajektórie stredom guľovej vlnoplochy zvukového vlnenia (obr. C14-1). Vonkajšia obalová plocha týchto vlnoplôch utvára čelo výsledného vlnenia a zvuk lietadla je počuteľný len vo vnútornom kužeľovom priestore ohraničenom čelom vlny.

K pozorovateľovi v bode A dospeje vlnenie najskôr z bodu B a lietadlo zatiaľ preletí vzdialenosť BC. Z pravouhlého trojuholníka ABC nájdeme

$$\sin \varphi = \frac{\overline{AB}}{BC} = \frac{vt}{v_x t}$$

kde v je rýchlosť zvuku a v_x rýchlosť lietadla.
Odtiaľ

$$v_x = \frac{v}{\sin \varphi} = \frac{340}{\sin 30°}\ \text{m . s}^{-1} = 680\ \text{m . s}^{-1} = 2\,450\ \text{km . h}^{-1}$$

Lietadlo letí rýchlosťou 2 450 km . h^{-1}.

Úlohy

Prvé dve úlohy riešte samostatne v skupinách.

1. Frekvenčný rozsah ľudskej reči je 200 Hz až 1,5 kHz. Určte najkratšiu (skupina A) a najdlhšiu (skupina B) vlnovú dĺžku príslušného zvukového vlnenia. Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $340\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$. [A: 1,7 m; B: 0,23 m]

Skupina A

2. Postupné vlnenie opisuje rovnica

$$y = 5\ .\ 10^{-4} \sin 2\pi(680\,t - 2\,x)\ \mathrm{m}$$

Skupina B

2′. Postupné vlnenie opisuje rovnica

$$y = 0{,}1 \sin 2\pi(5\,t - 0{,}5\,x)\ \mathrm{m}$$

Určte amplitúdu výchylky, frekvenciu, vlnovú dĺžku, rýchlosť vlnenia. Jedno vlnenie vzniká rozkmitaním konca pružného vlákna a druhé vlnenie je zvukové. Rozhodnite, o aké vlnenie ide. Odpoveď odôvodnite v spoločnej diskusii. [A: 0,5 mm; 680 Hz; 0,5 m; $340\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$; B: 0,1 m; 5 Hz; 2 m; $10\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$]

3. Ako sa zmení frekvencia tónu „komorné a“ ($f = 440$ Hz), ktorý je zaznamenaný na gramofónovú platňu pri frekvencii otáčania 33 otáčok za minútu, ak je reprodukovaný gramofónom, ktorý je nastavený na frekvenciu otáčania 45 otáčok za minútu. [600 Hz]
4. Pružným vláknom sa šíri postupné vlnenie s frekvenciou 2 Hz. Určte fázovú rýchlosť vlnenia, ak body vlákna vo vzájomnej vzdialenosti 0,15 m kmitajú s fázovým rozdielom $\frac{\pi}{2}$ rad. [$1{,}2\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$]
5. Zvuková vlna je opísaná rovnicou

$$y = 5\ .\ 10^{-4} \sin 2\pi(450\,t - 1{,}4\,x)\ \mathrm{m}$$

Určte amplitúdu výchylky, frekvenciu, vlnovú dĺžku a rýchlosť vlnenia. [$5\ .\ 10^{-4}$ m; 450 Hz; 0,71 m; $320\ \mathrm{m\ .\ s^{-1}}$]

6. Postupné vlnenie vzbudzuje v dvoch bodoch, ktoré sú navzájom

vzdialené 2,5 cm, harmonické kmitanie. Rozdiel začiatočných fáz oboch kmitaní je $\frac{\pi}{6}$ rad. Určte vlnovú dĺžku vlnenia. [30 cm]

7. Určte fázový rozdiel kmitania dvoch bodov, ktoré ležia na priamke rovnobežnej so smerom šírenia zvukového vlnenia, ak je vzájomná vzdialenosť bodov 1,7 m. Frekvencia vlnenia je 500 Hz. [5π rad]
8. Na oceľovej strune vzniká pri frekvencii 500 Hz vlnenie s vlnovou dĺžkou 0,5 m. Určte rýchlosť, ktorou sa vlnenie šíri. [250 m . s^{-1}]
9. Strunou dĺžky 60 cm sa šíri vlnenie rýchlosťou 300 m . s^{-1}. Určte frekvenciu prvého harmonického tónu, ktorý vzniká pri chvení struny. [250 Hz]
10. Pri meraní rýchlosti zvuku otvoreným rezonátorom nastalo prvé zosilnenie zvuku ladičky s frekvenciou 260 Hz pri dĺžke vzduchového stĺpca 33 cm. Určte rýchlosť zvuku vo vzduchu. [343 m . s^{-1}]
11. Oceľová tyč dĺžky 1 m je upevnená uprostred a jej koniec, na ktorom je piest, je vsunutý do otvoreného rezonátora (tzv. Kundtovej trubice). Pozdĺžnym rozkmitaním tyče vznikne chvenie a v rezonátore sa utvorí stojaté vlnenie s vlnovou dĺžkou 13,6 cm. Určte rýchlosť zvuku v oceli. [5 . 10^3 m . s^{-1}]
12. V sklenom valci dĺžky 0,5 m, ktorý je na obidvoch koncoch otvorený, sa pomocou reproduktora utvorí stojaté vlnenie. Akustickou sondou sa v trubici zistilo 6 miním vlnenia (uzlov). Určte frekvenciu vlnenia. [2 kHz]
13. Na hmatníku gitary je rad kovových pražcov, ktorých poloha určuje frekvenciu tónov. Vypočítajte polohu pražcov pre jednu oktávu. Dĺžka struny je 62 cm (dĺžku môžete prípadne určiť meraním na skutočnej gitare).

Poznámka

Medzi prímou a oktávou je 12 poltónov. Pomer ich frekvencií (relatívna výška) je $\sqrt[12]{2} = 1{,}06$. Výsledok overte meraním na gitare.

14. Pozorovateľ počuje zvuk lietadla z kolmého smeru nad stanovišťom, ale lietadlo vidí vo výške 73° nad obzorom. Určte rýchlosť lietadla. [104 m . s^{-1}]

Cvičenie 15 (8. laboratórne)

Meranie rýchlosti zvuku otvoreným rezonátorom

Úvod

Otvorený rezonátor tvorí trubica, v ktorej vzduchovom stĺpci vzbudzujeme chvenie zdrojom zvuku (ladičkou, reproduktorom). Rezonátor môže byť na jednom konci otvorený, na druhom uzavretý, alebo môže byť otvorený na oboch koncoch. Zvuk sa rezonančne zosilní pri tých dĺžkach l vzduchového stĺpca, pre ktoré platí v prvom prípade

$$l = (2k - 1)\frac{\lambda}{4}$$

a v druhom prípade

$$l = 2k\frac{\lambda}{4}$$

kde $k = 1, 2, 3, \ldots$

Podstatou merania je to, že pri rezonancii zisťujeme polohy kmitní, prípadne uzlov stojatého zvukového vlnenia v rezonátore. Vzdialenosť Δl dvoch susedných kmitní alebo uzlov je $\Delta l = \frac{\lambda}{2}$. Pri frekvencii f zvukového vlnenia je rýchlosť zvuku vyjadrená vzťahom

$$v = 2\,\Delta l f \qquad (1)$$

Úloha

Odmerajte rýchlosť zvuku vo vzduchu.

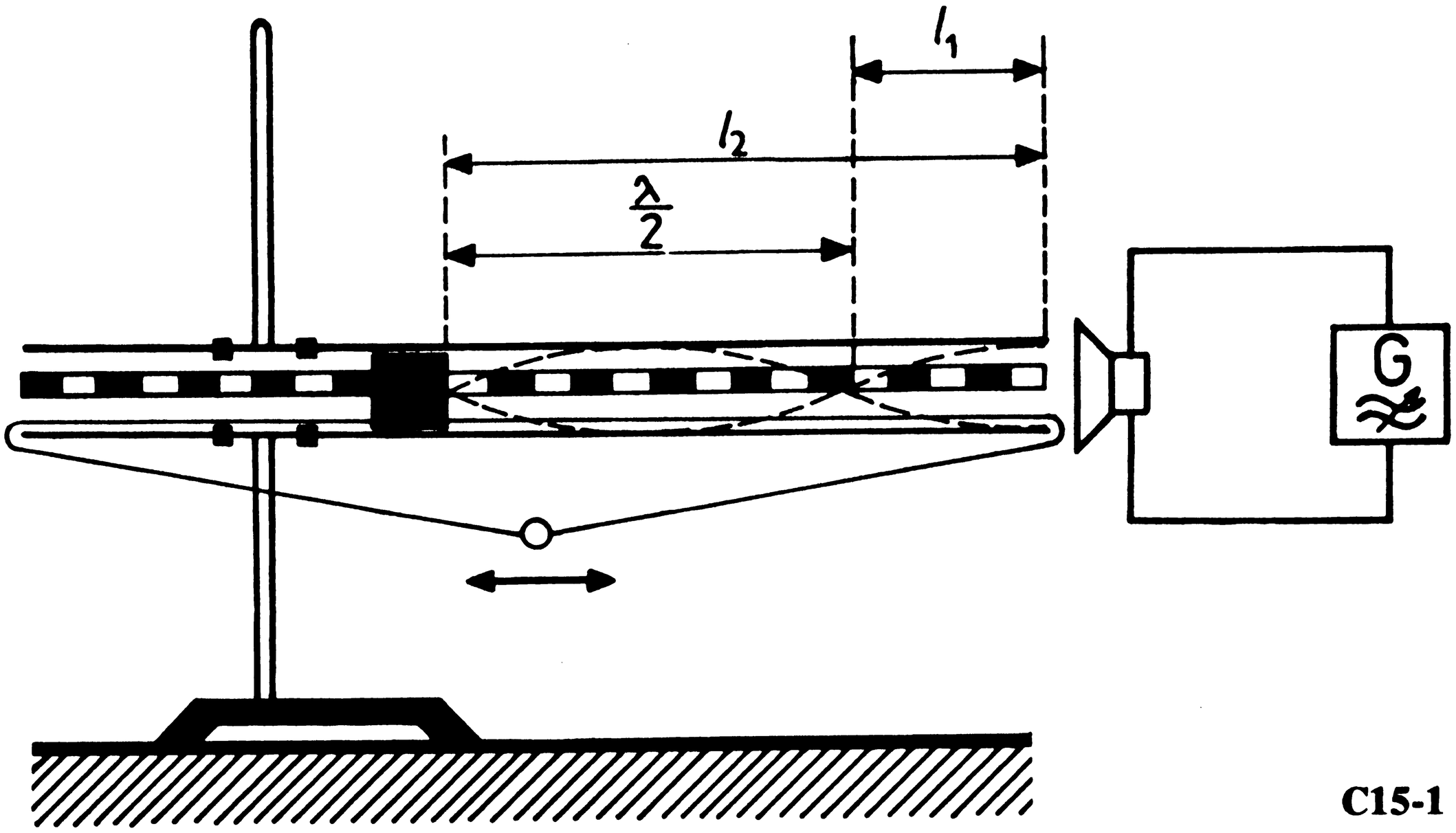
Pomôcky

Otvorený rezonátor, zdroj zvuku (ladička, tónový generátor s reproduktorom), meradlo, akustická sonda, teplomer, stojan na upevnenie rezonátora.

Postup

Variant A (s rezonátorom na jednom konci otvoreným)

Ako rezonátor použite priehľadnú trubicu s väčším prierezom, na povrchu ktorej je pripevnené meradlo. V trubici je pohyblivý piest, ktorým prevlečieme silonové vlákno. Týmto vláknom sa posúva piest vnútri valca (obr. C15-1).



C15-1

Na otvorený rezonátor priložte zdroj zvuku (ladičku alebo reproduktor pripojený na tónový generátor), ktorý kmitá s frekvenciou f. Piest posunujte smerom od otvoreného konca valca a vyhľadajte polohu piesta, pri ktorej nastalo rezonančné zosilnenie zvuku. Meradlom určte polohu piesta l. Určenie polohy opakujte päťkrát a namerané hodnoty zapíšte do tabuľky.

Pokračujte v posúvaní piesta smerom od otvoreného konca valca a znova určte päťkrát polohu piesta l_2 pri rezonančnom zosilnení zvuku.

Vypočítajte aritmetické priemery nameraných hodnôt, určte $\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{\pi}{2}$ a pomocou vzťahu (1) vypočítajte rýchlosť zvukového vlnenia.

Odmerajte teplotu vzduchu t (°C) a vypočítajte rýchlosť zvuku v mieste merania zo vzťahu

$$v = (331{,}82 + 0{,}61\{t\})\ \mathrm{m}\ .\ \mathrm{s}^{-1}$$

Výsledok porovnajte s hodnotou určenou experimentálne.

Tabuľka

Číslo merania	$\frac{l_1}{\text{m}}$	$\frac{l_2}{\text{m}}$	$\frac{\Delta l}{\text{m}}$

Variant B (s rezonátorom na oboch koncoch otvoreným)

Zvukové vlnenie sa odráža aj na otvorenom konci trubice. Po priložení zdroja zvuku k trubici s otvorom na oboch koncoch vzniká chvenie. Namiesto piestu určujeme polohu kmitní a uzlov akustickou sondou. Je to rúrka dlhá asi 0,6 m, ktorá sa jedným koncom zasúva do rezonátora. Na druhom konci je pripojená hadička, ktorou sa vedie k uchu akustický signál.

Frekvenciu tónového generátora nastavte na hodnotu, pri ktorej vzduchový stĺpec v trubici rezonuje (zvuk sa zosilní). Zasuňte sondu do rezonátora a vyhľadajte miesto, v ktorom je intenzita zvuku najväčšia. Meradlom určte polohu konca sondy. Hľadanie maxima opakujte päťkrát.

Vysúvajte sondu z rezonátora a vyhľadajte ďalšie maximum, prípadne prejdite cez niekoľko maxím a opakovane určte novú polohu konca sondy. Podobne ako vo variante A určte $\frac{\lambda}{2}$ a rýchlosť zvuku, ktorú porovnajte s vypočítanou hodnotou.

Poznámka

Variant A je vhodný na meranie pri nižších frekvenciách (rádovo 10^2 Hz). Pri variante B vzbudzujeme chvenie v rezonátore radšej s vyššou frekvenciou (1 kHz až 2 kHz) a určujeme rozdiel niekoľkých maxím. Meraním pri rozličných frekvenciách overíme, že rýchlosť zvuku nezávisí od frekvencie zvukového vlnenia.

Cvičenie 16 (8. teoretické)

Elektromagnetické vlnenie

Príklad 1

Na oscilátor, ktorý harmonicky kmitá s amplitúdou napätia 2 V a s frekvenciou 150 MHz, je pripojené dvojvodičové vedenie na konci otvorené (vedenie naprázdno; $R \to \infty$). Pozdĺž vedenia vzniká stojaté

vlnenie s kmitňou napätia na otvorenom konci. Určte amplitúdu napätia na konci vedenia a vzdialenosť od konca, v ktorej je amplitúda napätia nulová.

Riešenie

$\underline{U_m = 2\ \text{V}, f = 150\ \text{MHz};\ U_o = ?\ x = ?}$

Napätie, ktoré zodpovedá postupnej elektromagnetickej vlne, opíšeme rovnicou

$$u_1 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

kde x je vzdialenosť od konca vedenia. Napätie zodpovedajúce odrazenej vlne je opísané rovnicou

$$u_2 = U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

a výsledné napätie vo vzdialenosti x je dané súčtom

$$u = u_1 + u_2 = U_m \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \sin \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Použijeme vzťah pre súčet dvoch funkcií sínus

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos \frac{(\alpha - \beta)}{2} \sin \frac{(\alpha + \beta)}{2}$$

a dostaneme

$$u = 2 U_m \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t = U_o \sin \omega t$$

Veličina

$$U_o = 2 U_m \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}$$

od času nezávisí a má fyzikálny význam amplitúdy napätia v stojatej vlne v mieste so súradnicou x.

Pre koniec vedenia $x = 0$ m, takže

$$U_o = 2\,U_m = 2\,.\,2\ \text{V} = 4\ \text{V}$$

Nulovú hodnotu má amplitúda napätia vo vzdialenosti, pre ktorú platí

$$\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0$$

čiže

$$2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

a

$$x = \frac{\lambda}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

kde $k = 0,\ 1,\ 2\ \ldots$

Pretože $\lambda = \frac{c}{f}$, bude

$$x = \frac{c}{4f} = \frac{3\,.\,10^8}{4\,.\,150\,.\,10^6}\ \text{m} = 0{,}5\ \text{m}$$

Na konci vedenia je amplitúda napätia 4 V a nulová je vo vzdialenosti 0,5 m od konca, ďalej vo vzdialenosti 1,5 m, 2,5 m atď.

Príklad 2

Pri prelete vrtuľníka nad televíznou anténou pozorujeme periodické zoslabovanie a zosilňovanie televízneho signálu. Spôsobuje to interferencia vlnenia, ktoré prijala anténa priamo z vysielača a po odraze od vodivých plôch na povrchu vrtuľníka. Odvoďte vzťah pre výšku vrtuľníka nad anténou, pri ktorej nastáva interferenčné zosilnenie signálu.

Riešenie

Pri odraze od vodivej plochy sa mení fáza elektromagnetického vlnenia na opačnú a interferenčné zosilnenie signálu nastáva, ak sa dráhový rozdiel vlnenia rovná

$$\Delta d = d_2 - d_1 = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

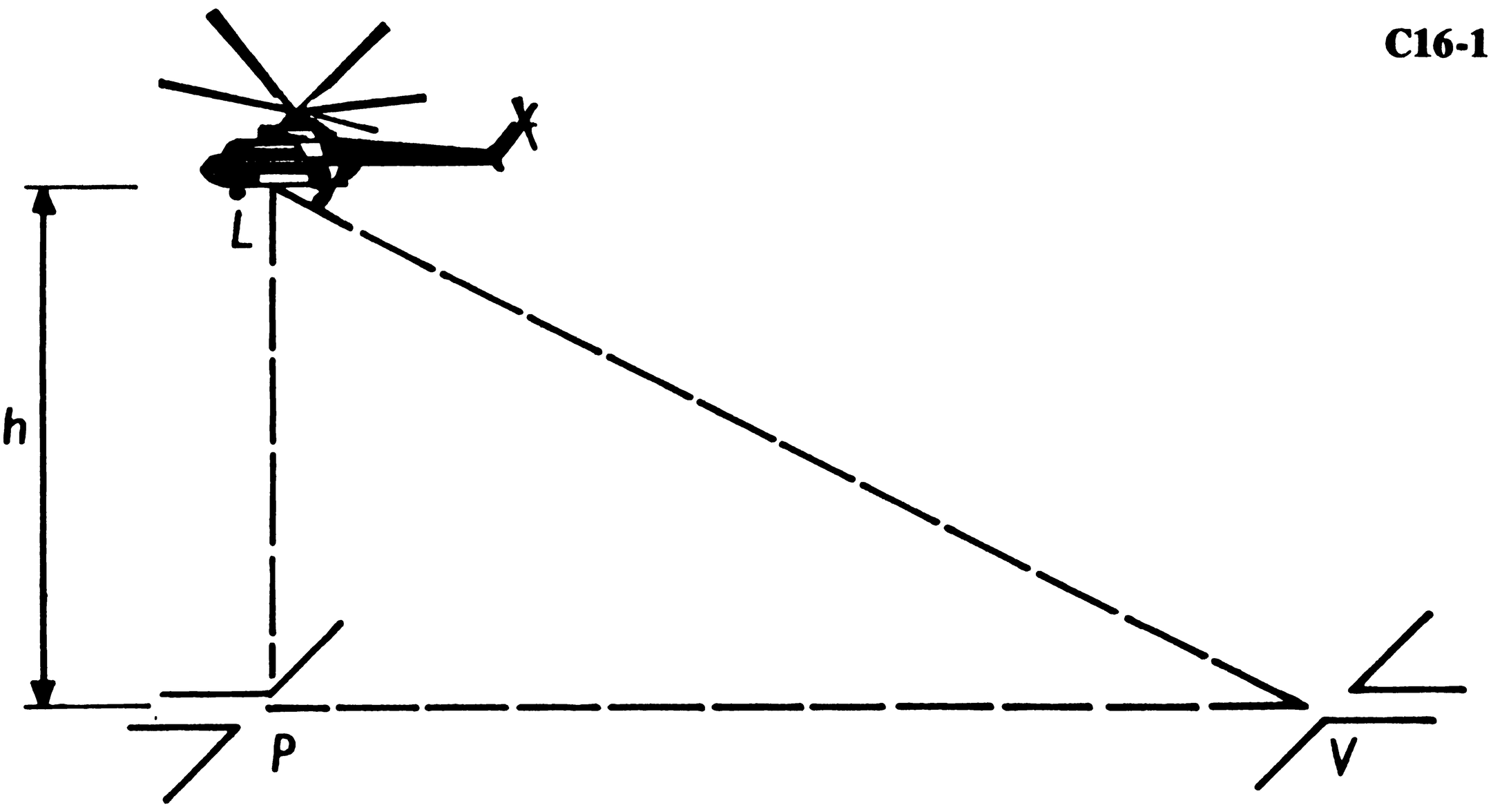
kde $d_1 = \overline{VP}$, $d_2 = \overline{VL} + \overline{LP}$ (obr. C16-1) a $k = 0, 1, 2, \ldots$ Z obr. C16-1 pre výšku vrtuľníka $h (h = \overline{LP})$ vyplýva

$$h^2 = (d_2 - h)^2 - d_1^2$$

a po úprave

$$h = \frac{d_2^2 - d_1^2}{2 d_2}$$

C16-1



Pri veľkej vzdialenosti od vysielača $(d_1 \to d_2)$ dostaneme

$$h = \frac{(d_2 - d_1)(d_2 + d_1)}{2 d_2} \doteq (d_2 - d_1)$$

takže interferenčné zosilnenie signálu je priamo určené podmienkou

$$h = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

Príklad 3

Impulzný rádiolokátor vysiela $2{,}5 \cdot 10^3$ rádiolokačných impulzov za

sekundu a každý impulz má čas trvania 0,6 μs. Určte najväčšiu a najmenšiu vzdialenosť objektu, ktorú možno rádiolokátorom zisťovať.

Riešenie

$n = 2{,}5 \,.\, 10^3\ \mathrm{s}^{-1}$, $t = 0{,}6 \,.\, 10^{-6}\ \mathrm{s}$; $l_{\min} = ?$, $l_{\max} = ?$

Aby bolo možné na obrazovke identifikovať odrazený impulz, musí sa k anténe rádiolokátora vrátiť za čas τ, ktorý je dlhší ako t, ale kratší ako perióda T impulzov $\left(T = \frac{1}{n};\ n \text{ je počet impulzov za sekundu}\right)$.

Najmenšia vzdialenosť $l_{\min}$ zistená rádiolokátorom teda bude

$$l_{\min} = \frac{ct}{2} = \frac{3 \,.\, 10^8 \,.\, 0{,}6 \,.\, 10^{-6}}{2}\ \mathrm{m} = 90\ \mathrm{m}$$

a najväčšia vzdialenosť

$$l_{\max} = \frac{cT}{2} = \frac{c}{2n} = \frac{3 \,.\, 10^8}{2 \,.\, 2{,}5 \,.\, 10^3}\ \mathrm{m} = 6 \,.\, 10^4\ \mathrm{m} = 60\ \mathrm{km}$$

Rádiolokátorom možno zisťovať objekty v najmenšej vzdialenosti 90 metrov a v najväčšej vzdialenosti 60 km.

Úlohy

Prvé dve úlohy riešte samostatne v skupinách.

Skupina A

1. Anténny dipól na príjem televízneho vysielania má dĺžku 0,75 m. Pre akú frekvenciu televízneho vysielača je určený? [200 MHz]
2. Rádiolokátor vyslal impulz elektromagnetického vlnenia smerom k vodivej prekážke a jeho prijímač zaregistroval odrazený impulz za 60 μs. Určte vzdialenosť prekážky od rádiolokátora. [9 km]

Skupina B

1. Televízny vysielač v II. televíznom pásme pracuje s frekvenciou 200 MHz. Určte dĺžku dipólu pre príjem tohto vysielania. [0,75 m]

2. Vodivá prekážka je vo vzdialenosti 12 km od rádiolokátora. Aký čas uplynie medzi vyslaním rádiolokačného impulzu a jeho príjmom v rádiolokátore? [80 μs]

3. Podobnou úvahou ako v prvom príklade odvoďte vzťah pre napätie v stojatej elektromagnetickej vlne, ktorá vzniká v dvojitom vedení zakončenom skratom (vedenie nakrátko; $R = 0\ \Omega$). Odrazená vlna má opačnú fázu a je opísaná rovnicou

$$u_2 = -U_m \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

4. Určte polohu miesta vo vedení, v ktorom amplitúda napätia v stojatej elektromagnetickej vlne je rovnaká pri vedení naprázdno aj pri vedení nakrátko. Určte všeobecne veľkosť amplitúdy napätia v tomto mieste. Pri riešení využite výsledky z prvého príkladu a z prvej úlohy. $\left[\frac{\lambda}{8} + k\frac{\lambda}{4};\ U_m\sqrt{2}\right]$

5. Za dipólom prijímacej antény je pohyblivo umiestená vodivá platňa. Pri vzďaľovaní platne od dipólu zistíme, že prijatý signál sa periodicky zosilňuje a zoslabuje. Vzdialenosť dvoch susedných polôh platne, v ktorých nastalo zosilnenie signálu, je 65 cm. Určte frekvenciu, s ktorou pracuje vysielač. [230 MHz]

6. Z Maxwellovej teórie elektromagnetického poľa pre rýchlosť elektromagnetického vlnenia vo vákuu vyplýva vzťah

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}}$$

kde ε_o je permitivita vákua a μ_o je permeabilita vákua. Vypočítajte veľkosť rýchlosti a výsledok porovnajte s hodnotou zistenou experimentálne (pozri stať 8.1). Dosadením jednotiek overte rozmerovú správnosť výrazu.

7. Určte dĺžku polvlnového dipólu, ktorého základná frekvencia zodpovedá vlastnej frekvencii oscilačného obvodu s kondenzátorom kapacity 10 pF a s cievkou indukčnosti 0,9 μH. [2,8 m]

8. Určte dĺžku polvlnového dipólu na vysielanie a príjem elektromagnetického vlnenia s frekvenciou 430 MHz vo vzduchu a vo vode ($\varepsilon_r = 81$; $\mu_r = 1$). [0,35 m; 39 mm]

9. Elektromagnetické vlnenie s vlnovou dĺžkou 240 m preniká zo vzduchu do rovnorodého prostredia, v ktorom sa šíri rýchlosťou $2 . 10^8 \text{ m} . \text{s}^{-1}$. Určte vlnovú dĺžku elektromagnetického vlnenia v tomto prostredí. [160 m]
10. Rádiolokátor je určený na rádiolokáciu cieľov vo vzdialenosti do 30 km. Určte maximálny počet impulzov, ktoré vyšle za sekundu. [5 000]
11. Rádiolokátor vysiela za sekundu 4 000 impulzov elektromagnetického vlnenia s vlnovou dĺžkou 15 cm. Čas trvania jedného impulzu je 0,02 μs. Určte, koľko kmitov obsahuje jeden impulz a do akej najväčšej vzdialenosti možno rádiolokátorom určovať ciele. [40; 37,5 km]
12. Výkonné rádiolokátory umožňujú experimentálne zisťovať vzdialenosť kozmických objektov. Pri rádiolokácii Mesiaca sa impulz odrazený od jeho povrchu vrátil za 2,563 s. Určte vzdialenosť Mesiaca. [$3,844 . 10^8$ m]

Register

A

absorpcia zvuku 184
akustika 183
– fyzikálna 183
– fyziologická 183
– hudobná 184
alternátor 112, 132, 134
ampér 22
AMPÈRE, A. M. 10, 21
amplitúda náboja 100
– napätia 100
– prúdu 100, 113
– výchylky 76
analógia 68, 98, 101
anténa 201, 225
– vysielacia 221
atóm diamagnetický 35
– paramagnetický 35

B

bel 187
BELL, A. G. 187

C

citlivosť 225
cievka Holmholtzova 24
– prstencová 25
– toroidná 25
– valcová 14
CURIE, P. 37
cyklotrón 30

Č

čiara magnetická indukčná 13

D

decibel 187
defektoskopia ultrazvuková 190
dej nestacionárny 68
– periodický 70
dekódovanie signálu 217
demodulátor 225
detektor 225
diagram časový 72, 83
– fázový 83
dióda polovodičová 122
dipól elektromagnetický 199
– polvlnový 200
dĺžka vlnová 162
doba kmitu 72
doména magnetická 36
dozvuk 189

E

elektráreň 146
– jadrová 148
– tepelná 146
– vodná 148
elektrodynamika 214
elektromotor trojfázový 139
– – asynchrónny 141
energia magnetického poľa cievky 62

F

FARADAY, M. 53
farba zvuku 185
fáza harmonicky premennej veličiny 78
– kmitavého pohybu 81
– sústavy 136

fáza začiatočná 81
fázor 83
ferit 37
FLEMING, J. A. 18
FOUCAULT, L. J. 58
frekvencia 72
– harmonická 173
– rezonančná 106
– uhlová 78
– vysielača nosná 221
– základná 173
FRESNEL, A. J. 182

G
generátor netlmeného kmitania 103
– striedavého prúdu 112, 132

H
HALL, E. H. 31
henry 60
HENRY, J. H. 59
hertz 72
HERTZ, H. 72, 213
hlasitosť 185, 186
hluk 185
HUYGENS, CH. 177
hydroelektráreň 148
hysterézia magnetická 38

CH
chvenie mechanickej sústavy 172, 173

I
ikonoskop 227
impedancia 120
impulz synchronizačný 229
index lomu vlnenia 181
indukcia elektromagnetická 53
– magnetická 16
– –, remanentná 40
– vlastná 59
– vzájomná 59
indukčnosť cievky 59
induktancia 115
infrazvuk 183, 190
intenzita magnetického poľa 38
– – – koercitívna 40
– zvuku 186
interakcia elektromagnetická 213
– gravitačná 215
– silná 215
– slabá 215
interferencia vlnenia 165
– – elektromagnetického 206
interval hudobný 185
ionosféra 207

J
jav Hallov 31
– rezonančný 107

K
kamera televízna 227
kapacitancia 118
kmit 72
kmitanie 70
– elektromagnetické 95
– harmonické 79
– izochrónne 85
– netlmené 102
– nútené 103
– tlmené 92
– zložené 85
kmitne stojatého vlnenia 171
kmitočet 72
kmitočtomer jazýčkový 108
kód 217
kolmica dopadu 179
krivka prvotnej magnetizácie 39
– rezonančná 106
kyvadlo 71

L
látka diamagnetická 35
– ferimagnetická 37
– feromagnetická 36

látka neferomagnetická 35
– paramagnetická 36
LENZ, H. F. E. 58
lom vlnenia 178
LORENTZ, H. A. 26
lúč 175

M

magnet permanentný 10
magnetizácia spontánna 36
magnetizovanie 36
MARCONI, G. 224
materiál magneticky mäkký 47
– – tvrdý 47
MAXWELL, J. C. 219
menič elektroakustický 217
mikrofón 218
– elektrodynamický 218
– kondenzátorový 219
– odporový 218
– piezoelektrický 218
modulácia 217
– amplitúdová 221
– frekvenčná 221
modulátor 221
moment magnetický Ampérov 34
– – orbitalový 35
– – spinový 35
motor s kotvou nakrátko 141

N

napätie efektívne 128
– elektromotorické 50
– fázové 138
– Hallovo 31
– združené 138

O

obraz zdanlivý 178
obrazec pilinový 13
obrazovka televízna 29
obvod integrovaný 126
– LC 94
obvod oscilačný 94
– – laditeľný 225
– primárny 50
– sekundárny 50
– striedavého prúdu jednoduchý 112
– – – zložený 112, 118
– – – s indukčnosťou 114
– – – s kapacitou 116
– – – s odporom 112
odraz vlnenia 178
– – elektromagnetického 204
– – v rade bodov 169
OERSTED, H. Ch. 10
ohyb vlnenia 181
– – elektromagnetického 204
oscilátor 70, 106, 221
– pružinový 71
osciloskop 73
ozvena 188

P

PAL 230
parameter oscilačného obvodu 94
– oscilátora 90
perióda 72
permeabilita prostredia 22
– relatívna 22
– vákua 22
pohlcovanie zvuku 184
pohyb harmonický 73
– kmitavý 70
– – jednoduchý 73
polarizácia elektromagnetického vlnenia 202
pole elektromagnetické 196
– – dipólu 200
pole magnetické cievky 23
– – homogénne 14
– – nestacionárne 48
– – prúdu 11
– – stacionárne 10
pomer transformačný transformátora 144
POPOV, A. S. 224

posun fázový záporný 114
prah bolesti 186
– počuteľnosti 186
pravidlo ruky ľavej Flemingovo 19, 27
– – pravej Ampérovo 14, 24
princíp Huygensov 175
– superpozície 85
prostredie izotropné 175
– pružné 159
prúd efektívny 128
– Foucaultov 58
– indukovaný 50
– striedavý 112, 155
– vírivý 58
prenos blízky 149
– diaľkový 149
– signálov 216
prijímač 224
– rozhlasový 224
– televízny 228
prístroj merací s otočnou cievkou 42

R

rádiolokátor 208
rádiotelemetria 220
rázy 87
reaktancia 120
relé elektromagnetické 42
reproduktor 218, 225
– elektrodynamický 219
rezistancia 113
rezonancia oscilátora 104
rezonátor 106, 174
rotor 133, 141
rovina dopadu 180
rovnica kmitavého pohybu 78
– transformátora 143
– postupnej vlny 164, 193
– – – elektromagnetickej 194
rozdiel dráhový 166
– fázový 82, 166
rýchlosť kmitavého pohybu 79
– vlnenia elektromagnetického 194
rýchlosť vlnenia fázová 163
– zvuku 188

S

selektivita 225
signál akustický 216, 228
– farbonosný 229
– jasový 229
– televízny 228
sila Lorentzova 26
– magnetická 16, 25
– výmenná 36
sklz 41
slučka hysterézna 41
solenoid 23
spojenie do hviezdy 138
– do trojuholníka 138
stator 133, 140
stupeň vysielača koncový 221
superhet 225
superheterodyn 225
sústava prenosová energetiky 149
– oznamovacia 216
– rádiokomunikačná 217
– trojfázová striedavého napätia 136

Š

šum 185, 218

T

teória elektromagnetického poľa 210
teplota Curieho 37
tesla 17
TESLA, N. 17
teslameter 32
THOMSON, W. 99
tieň 182
tlmivka 116
tok indukčný magnetický 48
tón 184
– jednoduchý 184
– referenčný 185

tón zložený 184
transformátor 143
– jednofázový 143
– trojfázový 145
trubica Wehneltova 27
tuhosť pružiny 88
turboalternátor 136

U
účinník 129
uhol dopadu 179
– lomu 181
– odrazu 179
ultrazvuk 183, 189
usmerňovač 121
– jednocestný 122
uzly stojatého vlnenia 171

V
väzba 103
– tesná 107
– voľná 107
vedenie 192
– naprázdno 196
– oznamovacie 217
videosignál 227
vinutie klietkové 141
vlna elektromagnetická 195
– – postupná 196
– – stojatá 197
vlnenie elektromagnetické 192
– – stojaté 196
– koherentné 166
– mechanické 159
– – postupné 159
– odrazené 179
– postupné pozdĺžne 160
– – priečne 160
– priame 169
vlnenie stojaté 171
– v prostredí izotropnom 174
vlnoplocha 175
– rovinná 175
vodič fázový 136
– nulovací 136
výchylka okamžitá 76
výkmit 76
výkon činný 129
– striedavého prúdu v obvode s impedanciou 129
– – s odporom 127
vysielač 220
výška tónu absolútna 185
– – relatívna 185
výška zvuku 185
vzťah Thompsonov 99

W
weber 49
WEBER, W. 49

Z
zákon Ampérov 19
– Faradayov elektromagnetickej indukcie 53
– Lenzov 56
– lomu vlnenia 181
– odrazu 179
zapojenie diód Graetzovo 123
zdroj správ 216
zosilnenie 124
– rezonančné 106
zosilňovač 125
– nízkofrekvenčný koncový 225
– vysokofrekvenčný 225
zrýchlenie kmitavého pohybu 80
zvuk hudobný 184

OLDŘICH LEPIL ○ VÁCLAV HOUDEK ○ ALOJZ PECHO

FYZIKA
pre 3. ročník gymnázia

Zodpovedná redaktorka Mgr. Ester Dodeková
Technická redaktorka Viera Hatalová
Výtvarná redaktorka Marta Pavlíková
Autor obálky Pavol Bartík

Vydalo Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Sasinkova 5, 815 60 Bratislava

Vytlačila Kníhtlačiareň Svornosť, spol. s r. o., Bratislava

ISBN 80-08-02328-7